

氏 名	くわ だ かず まさ 柴 田 和 正
学位の種類	博 士 (情報学)
学位記番号	情 博 第 112 号
学位授与の日付	平成 16 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 4 条 第 1 項 該 当
研究科・専攻	情 報 学 研 究 科 複 雑 系 科 学 専 攻
学位論文題目	On large deviations for current-valued processes induced from stochastic line integrals (確率線積分から定まるカレント値確率過程の大偏差原理)
論文調査委員	(主 査) 教 授 木 上 淳 助教授 日 野 正 訓 教 授 重 川 一 郎

論 文 内 容 の 要 旨

本論文は、多様体上の確率過程の長時間漸近挙動について論じ、確率線積分に関する大偏差原理という一般的な問題設定の下で、大偏差原理の成立とその速度関数の具体的表示を与え、種々の極限定理を統一的な原理から導く枠組を確立したものである。

多様体上の拡散過程や付随する推移確率密度、特に典型例である熱核密度の漸近評価の研究は、幾何学・解析学・確率論などの様々な分野と関連を持つ歴史の長いテーマである。局所的な性質のみが反映される短時間漸近挙動に比べ、大域的性質が支配する長時間漸近挙動には多くの要因が絡み合って影響を与えており、解明すべき問題が多数残された豊富な内容を持つ研究対象である。

このような背景をふまえ、申請者はこのテーマに対して確率論を基にした大偏差原理によるアプローチが有効であると考えた。多様体上の1次微分形式を拡散過程の見本路に沿って積分して得られる確率線積分は、多様体上のカレント値確率過程とみなすことができる。カレント空間は非常に大きな空間で、この確率過程は多様体の幾何的情報やもとの拡散過程のすべての情報を取り込んでいる。申請者はまずこの確率過程に対する大偏差原理を証明することで古典的な各種の極限定理をその系として導き、この研究方針の有効性を示した。詳しい解析のためには速度関数の見易い表示を得ることが必須であるが、申請者は通常用いられるルジャンドル変換を使わない直接的な表示を得ることに成功した。更に、内包するパラメータの発散スピードが変化していく際に、ある臨界的なオーダーを境にして対応する速度関数が急激に変化することを見出した。このことは多様体の幾何的情報が確率過程にどのように反映しているかということを探る上で一つの指針を与える結果である。

これらの結果から申請者は様々な極限定理を得ている。まず、確率線積分そのものに対応するカレント値確率過程についても主定理と同様な大偏差原理が成立することが示され、その速度関数の具体的表示も与えられる。大偏差原理の典型的かつ有用な定式化として多様体上の確率過程の経験分布によるものがよく知られているが、経験分布からなる空間をカレント空間に埋め込むことで主定理の系として証明できることを述べている。また、主定理からのもう一つの帰結として、より理解しやすい形の漸近挙動である重複対数法則をカレント値確率過程について証明する。

臨界的なオーダーを境にして2種類の少なくとも見かけの表現は違う速度関数が出現するのであるが真に異なる関数であるかどうかは自明でない。ここでは幾つかの具体的な例について計算を行うことで、平坦トラスなどの単純な構造を持つ多様体の場合でさえも実際に速度関数が異なることを示している。これは大偏差原理の対象となるカレント値確率過程から多様体のホモロジカルな大域構造のみならず、大域構造としては捨象されるような細部の情報まで実際に取り出せることを意味しており、確率論的手法の有用性を支持する結果である。

さらに幾何学への他の応用として、変換群が可換で商空間がコンパクトである被覆多様体における熱核密度の漸近評価を取り上げている。空間上の点を固定したとき時間パラメータに関する漸近展開において、係数に様々な幾何的量、特に群作

用から定まるアルバネーゼ計量が現れることが古典解析的な手法により知られており、その意味を深く理解することは多くの研究者の興味を引く話題である。この結果を補完するものとして、本論文では主定理の帰結としてブラウン運動に関する大偏差原理と重複対数法則を得た。極限はやはりアルバネーゼ計量を用いて記述され、既知の結果との密接な理論的関連性を示唆するものである。

以上の結果を通じて、カレント空間における大偏差原理の理論が多様体上の漸近解析において有効であり、新たな解析手段として研究分野の展望を広げ得るものであることを示すに至った。

論文審査の結果の要旨

本研究はリーマン多様体上のカレント空間に値を取る確率過程に関する大偏差原理の理論を確率解析を用いて論じたものである。非常に一般的な枠組みの下で大偏差原理の存在とその速度関数の具体的表示を与えたことが主結果であり、その帰結として以下のような多くの知見・成果が得られている。まず、重複対数法則や確率過程の経験分布に関する大偏差原理など、種々の極限定理が主結果から導かれることを示し、この研究が複数の極限定理を統一的な視点から与える枠組みを提供するという意義を持つことを明確にした。また、主結果における大偏差原理に付随する速度関数として、内包パラメータの発散速度の違いにより2種類の異なる関数が現れるという顕著な現象を示すと同時に、速度関数の具体的な表示式を通じてこの違いを生じさせる背後のメカニズムを解明した。幾つかの具体的な例について計算を行うことで、平坦トーラスなどの単純な構造を持つ多様体の場合でさえも実際に速度関数が異なることを示している。これは大偏差原理の対象となるカレント値確率過程から多様体のホモロジカルな大域構造のみならず、大域構造としては捨象されるような細部の情報まで実際に取り出せることを意味している。更に、幾何学への応用として、変換群が可換で商空間がコンパクトである被覆多様体におけるブラウン運動に関する大偏差原理が成り立つことを示し、空間構造からさまる幾何学的量が速度関数にどのように反映されるかを明らかにした。

本研究における成果は、多様体上の幾何学的構造がその上の自然な確率過程にどのような影響を与えているかという大きな問題に有効なアプローチと新たな知見を与えたものであり、確率論と幾何学の融合領域における研究として意義あるものであるとともに、今後更なる発展が見込まれる研究の方向性を提起したものであるといえる。

よって、本論文は博士（情報学）の学位論文として価値あるものと認める。また、平成16年2月23日実施した論文内容とそれに関連した試問の結果合格と認めた。