

Cell Lineage System と L-System

京大・理 西尾英之助

§Ⅱ. はしがき

ある種の藻に見られるように、細胞が一系列に連なり、時には樹状の分枝を出した形状の植物を系状体植物という。

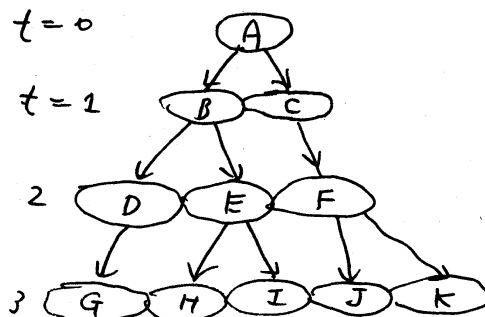
Lindenmayer は 1968 年に、このような系状体植物の発生過程を表現する一種の生成文法の体系を提案した。これは通常 L-system と呼ばれている。

ここでは、L-system とは全く違ふ考え方で系状体植物の発生を表現する体系 (Cell Lineage system, CL system) を提案し、L system との関係を論ずる。

§Ⅲ. CL system の定義

簡単のために、分枝のない系状体を考える。これは左右に一系列に細胞が並べられた系である。このような系状体の最初は、1 個の細胞 (胞子) である。これは左右に分裂し 2 細胞の系になり、その一方がさらに 2 分裂した細胞の系になる。以下各細胞が分裂したりしなかったりして、系状体が発生していく。そこで、ある時刻にある細胞の "分裂方

何の history" を与えてやる。すなわち、図で、E という細胞



— 細胞系統樹 —

胞は、最初左に分裂した細胞 B の娘細胞の右側に位置している。いま左を 0, 右を 1 で表わすことにすれば、E は 01 という history を持つと云うことができる。同様に細胞

H は 010, J は 10 という history を持つ。一般に系内の細胞は 0, 1 の有限列とその分裂の history とを持つ。

こゝで、時間と離散的に位置して、細胞の次に分裂するまで 1 時間か、その細胞の history によって一意的に定まるものとする。

以上の議論を形式化すると以下の CL system の定義が得られる。

CL system は 75 の性質を持つ、分裂時間スเปクトル $\tilde{D}$ によって定められる

i) $\tilde{D} = (D_0, D_1, D_2, \dots, D_i, \dots)$

こゝで D_i は $\{0, 1\}^*$ の部分集合で、互いに素である。

ii) $\tilde{D}$ の各成分 D_i は 75 の意味で effective に与えられる。

N を自然数の集合として、 $N \times A^*$ 上で定義された effective procedure $\phi_{\tilde{D}}$ の存在し、 $w \in D_i$ ($i \geq 1$) ならば

$\phi_{\tilde{D}}(i, w) = 1$ となり, それ以外のときは $\phi_{\tilde{D}}$ は定義され
ない。 D_0 についてはこの性質は要求しない。

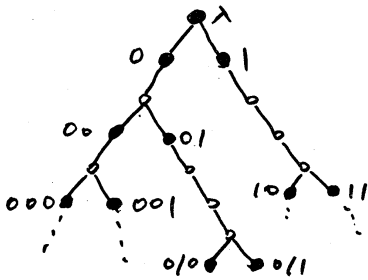
iii) $w \in \{0, 1\}^*$ が $D_i (i \geq 0)$ の要素であるならば, w の
任意の prefix は $D_j (j \geq 1)$ に含まれる。

$\tilde{D}$ の成分が有限個を除く空集合であるとき, $\tilde{D}$ (CL-
system) は有限であるという。 $\tilde{D}$ の有限なる成分が正規集
合であるとき, $\tilde{D}$ は有限正規であるという。

$\tilde{D}$ が与えられれば, これに対応して, 2分岐の Tree
diagram が定まる。これを $T(\tilde{D})$ と書く。

$T(\tilde{D})$ の求め方: まず, root として空語入をとり。 $\tilde{D}$ の
 $\lambda \in D_i$ ならば, i 時間後に 2 分岐して, 0, 1 の 2 つの節
点を設ける。一般に, w なる節点は $w \in D_j$ なら, j 時間
後に 2 分岐して $w0, w1$ なる 2 節点に分かれる。 $w \in D_0$
ならば, 永久に 2 分岐しないものとする。

例 $\tilde{D} = (D_1, D_2, D_4)$ $D_1 = \{\lambda\}, D_2 = \{0, 1\}^* 0$
 $D_4 = \{0, 1\}^* 1$



$T(\tilde{D})$

逆に 2 分岐の Tree diagram (細胞系統樹) T ^{effective に} T の根を $\tilde{D}$ とし、
 $T = T(\tilde{D})$ とする CL system $\tilde{D}$ の一意に定まる。

§3 CL system と L system の系統樹の表現能力。

初期系列の長さ $n-1$ で、書換規則の右辺の長さ $n-1$ である
 は 2 である PDIL system と B (Bifurcating) PDIL system
 という。 BPDIL system G の生成木 (derivation tree) $T(G)$
 は各節点の記号を足す $\dots$ とし、一つの細胞系統樹と
 見なすことができる。

このように節点の記号 (ある $\dots$ は history を示す $n-1$ 系列)
 を無視すれば、 $T(G)$ と $T(\tilde{D})$ が等しくなること、
BPDIL system G と CL system $\tilde{D}$ は強 (生長) 等価である
という。 このとき $G \cong \tilde{D}$ と書く。

ある 2 分岐の Tree diagram T に対し、節点の記号を無
 視して $T = T(G)$ とする BPDIL system G が存在するこ
 と、 T は G によって強く表現されるとい、 $T \leq G$ と書く。
 同様に $T \leq \tilde{D}$ と定義する。

様々な system によって強く表現される系統樹のクラスを
 $\mathcal{T}$ のように書く。

$$\mathcal{T}(\text{CL}) = \{ T \mid T \leq \tilde{D} \text{ とする CL system } \tilde{D} \text{ が存在する} \}$$

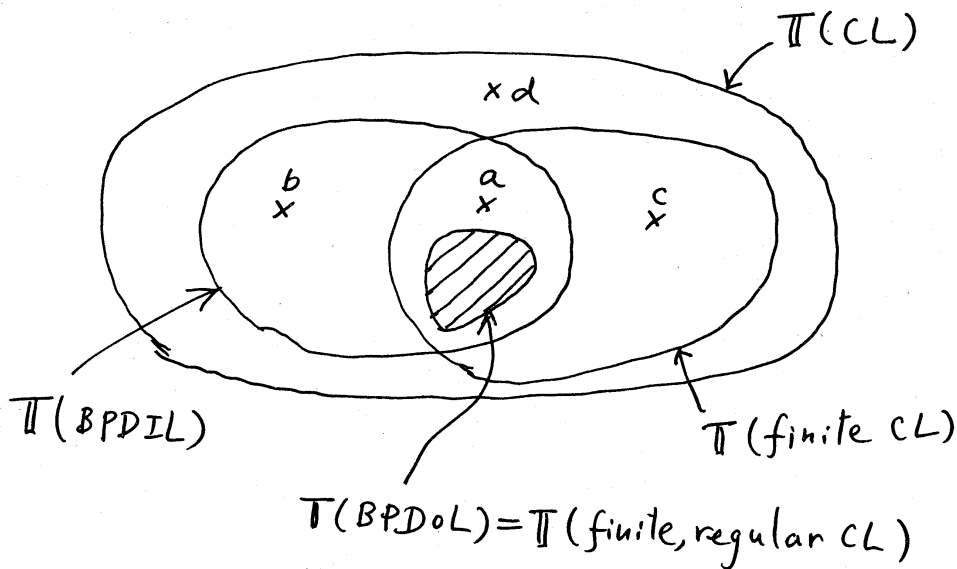
$$\mathcal{T}(\text{finite CL}) = \{ T \mid T \leq \tilde{D} \text{ とする finite CL system が存在する} \}$$

$$\mathbb{T}(\text{finite, regular CL}) = \{T \mid T \prec \tilde{D}, \tilde{D} \text{ は有限正規}\}$$

$$\mathbb{T}(\text{BPDIL}) = \{T \mid T \prec G \text{ と存在 BPDIL system } G \text{ が存在}\}$$

$$\mathbb{T}(\text{BPDoL}) = \{T \mid T \prec G \text{ と存在 BPDoL system } G \text{ が存在}\}$$

定理 上に定義した系統樹のクラスの間には図のような包含関係が成立する。



図の a 集 の一例として 12 次のものが存在する。

- 1) finite nonregular CL system $\tilde{D} = (D_0, D_1)$, $\# = 2$
 D_1 は $01^201^401^601^8 \dots 01^{2k}$. 存在無限系列のすべて
 の prefix から成る集合。従って

$$D_1 \ni 2, 0, 01, 011, 0110, 01101, \dots$$

$$D_0 = \{w_0 \mid w_1 \in D_1\} \cup \{w_1 \mid w_0 \in D_1\}, \text{ 従って}$$

$$D_0 \ni 1, 00, 010, 0111, \dots$$

2) 同様の系統樹は、 $\exists$ の BPD(1.1) CL system に強く表現される。

$$G = \{ \Sigma, P, g, w_0 \} \quad I = L \quad \Sigma = \{ s, b, t, c, d, e, A, B \}$$

g = 境界記号, $w_0 = s$

$$P: \begin{array}{ll} (g, s, g) \rightarrow ct & (c \text{ or } A, t, g) \rightarrow B \\ (g \text{ or } b, c, t) \rightarrow bd & (t \text{ or } d, t, B) \rightarrow B \\ (b, d, t \text{ or } A) \rightarrow bd & (A \text{ or } c, t, t) \rightarrow A \\ (b, d, B) \rightarrow be & (\text{any}, B, \text{any}) \rightarrow t \\ (b, e, t) \rightarrow ct & (\text{any}, A, \text{any}) \rightarrow t \end{array}$$

b 点の例 2.1.1.

無限に生長する有限な CL system は定義から明かである。
 に、時間と空間に同時に生長する系の系統樹が表現できる。
 少なくとも 他方 時間のみオーダーで無限に生長する BPD(1.1) CL system の存在が知られている。

c 点の例 2.1.2

$\tilde{D} = (D_1, D_2)$ finite nonregular CL system

$$D_2 = \{ 0^{i^2} \mid i = 1, 2, \dots \}, \quad D_1 = \{ 0, 1 \}^* - D_2.$$

d 点の例 2.1.2

$\tilde{D} = (D_0, D_1, \dots)$ 無限正規 CL system

$$D_0 = 0^*1, \quad D_1 = \{ \lambda \}, \quad D_{2k^2} = \{ 0^k \} \quad (k = 1, 2, \dots)$$

$$D_i = \emptyset \quad (i \neq 2k^2 \text{ のとき}).$$

この $\tilde{D}$ を表現した系は時間 t の関数として $\log t$ の速さより遅い速さで生長する。他方 L system 毎から一般に L system を表現した系の生長速度は $\log t$ より速いである。

定理の主な内容である $\Pi(BPDOL) = \Pi(\text{finite, regular CL})$ および、 a, b, c, d 表の存在の証明は Nishio (1977) に示されている。

$\Pi(BPDOL) = \Pi(\text{finite, regular CL})$ の意味するところは、『細胞間相互作用のない L system と有限正規な CL system は系統樹(発生過程の強い表現)を表現する能力の点に等しい』ことを示す点にある。

他方 点 a の存在は、有限であっても非正規な CL system の中には、相互作用のある L system と同等(強等)なものがあることを述べている。点 b と c の存在により、 $\Pi(\text{finite CL})$ と $\Pi(BPDIL)$ は互いに包含関係にならなくなる。

§4. あとがき.

ここでは、Cell Lineage の考え方に基き、系状体植物の発生過程を表現するための新しい方法を述べている。生物学的立場の CL system と L system を比較すると、前者は細胞間

有の時間的経過に依存し、系の動王が主なるのに対し、後者は、よくは相互作用のある場合、ある細胞の系内に占め、空間的位置関係に依存する発生活程の表現に適している。

ここから細胞の結合関係の系状と... 特定の場合作って CL system を定義し、L system との比較を備えて、一般に系状で... 多細胞の系に於いて CL system の利点を拡張する... 出来る。このときには、ここを採用して、"分裂方向" の history ではな... 2つの因子を... 2つの... の時間的経過を history と... 採用する必要がある。

次に、ここから history の実際の生物の細胞の中に実際に記録され利用される... 否かに... 2は強くと予測する... 出来る...。従って CL system は一つの表現方法であり、実際の現象のモデルであるとは、今のところ主張する... 出来る...

参考文献

L-system については Herman and Rosenberg [1975] *Developmental Systems and Languages*, North-Holland.

本稿で図示した定理の証明については、H. Nishio [1977] *Cell Lineage System for Describing Growths of Filamentous Organisms* (to appear in *Information and Control*)