

あふれ呼の加わる待合せ系の近似解析法

国際電信電話株式会社研究所 交換システム研究室

渡 辺 裕

1. まえがき

あふれ呼の加わる即時系に関する問題は、トラヒック理論分野における古典的な重要検討項目の一つであり、古くから現在に到るまで数多くの研究がなされている。その標準的な解析理論は、Wilkinson⁽¹⁾によって等価ランダム法としてすでに確立されており、また、最近ではKuczura^{(2),(3)}等によって提案された断続ポアソン過程近似を用いる手法が一般化してきた。

あふれ呼の加わる待時系に関しても、即時系の場合とほぼ同様の議論を展開すれば、解析可能であるが、この問題を系統的に取扱った例はほとんど見当たらない。しかしながら、データ通信のめざましい発展により、パケット網のような本格的な蓄積型交換網が続々と建設されつつある作今、待時系を対象としたあふれの理論も必要性を増してきた。

このような理由から筆者らはかねてからあふれ呼の加わる

待時系に関する検討を行なっており、あふれ呼を断続ポアソン過程^{(4)~(7)}で近似し解析する具体的な手法の提案を行なっている。

この手法は、有限系長の待時系に加わる複数の呼び（前段からのあふれ呼やポアソン呼）を3モーメント一致法により単一のIPPに置換えて解析するもので、多段う回のモデル等も取扱うことのできる適用範囲の広いものである。

本文では、これらの結果を取りまとめ、解析の手順を分りやすく示すと共に、解析に必要な諸公式も容易に使用可能な具体的な形で導出する。

2. 理論の構成

図1に示すように、お互いに独立なランダム呼びとR種類のあふれ呼びとが同時に加わる系長有限(L_0)の待時系モデルを考察の対象とする。あふれ呼びとしては、ランダムな呼びが系長 L_i の待時系に加わって発生する1段のあふれ呼と、前段からのあふれ呼等の非ランダムな呼びが系長 L_j の待時系に加わって発生する多段のあふれ呼を考慮する。

あふれ呼びはすべて断続ポアソン過程⁽²⁾⁽³⁾ (Interrupted Poisson Process, IPP)で近似する。IPPは、ポアソン過程をランダムにオン・オフする結果生起する過程であ

り、過程オン時の呼生起率 λ 、過程オン状態の平均時間 $1/r$ 、過程オフ状態の平均時間 $1/\omega$ の3つのパラメータを持つ。オン区間、オフ区間の時続時間分布はいずれも指数分布である。

理論構成は、図2に示すような3段階よりなる。まず第1段階で、お互いに独立な $(R+1)$ 種類の呼びについて、平均、分散、平均値まわりの3次モーメント $(m_{1,i}, m_{2,i}, m_{3,i})$ を計算し、これらを加え合わせることにより、合流した呼びの平均、分散、平均値まわりの3次モーメント (M_1, M_2, M_3) を求める。第2段階では、これら3つのモーメントが、IPPから理論的に求めた各モーメントと等しいとおき、いわゆるモーメント一致法により、IPPを規定するパラメータ (λ, ω, r) を計算する。第3段階で、IPPの加わる系長 L_0 の待時系の解析を行なう。IPPに関しては、呼び到着分布が簡単な形の式で与えられる。そこで $G/M/1(L_0)$ ⁽¹⁾型待行列の諸公式において、 G としてIPPの分布を適用して、呼びのあふれ率や平均待ち時間等を求める。

3. あふれ呼のモーメント

前段の系長 L_i の待時系に非ランダムな呼び(IPP呼)が加わって発生するあふれ呼のモーメントを導出する。

入力IPP呼のパラメータを λ, ω, r 、出線数を 1 、呼

びの平均保留時間を $1/\mu$ とする。又、待時系の系長を、簡単のため本章では以下添字は省略して l とする。

あふれ呼のモーメントは、図3のような、あふれ呼が出回線数 ∞ の第2方路に加わるモデルを考え、この第2方路上の同時接続回線数のモーメントを計算することにより求めることができる。

図3の系の状態確率を $P(r, i, n)$ で表す。ここに、 r は待時系の系内呼数、 i は第2方路上の同時接続回線数であり、又、 $n=0$ はIPPがオフ状態、 $n=1$ はオン状態をそれぞれ表すものとする。

系の状態遷移図は図4のようになり、状態方程式は以下のごとく書き下すことができる。

$$\begin{aligned} (\lambda + i\mu + r) P(0, i, 1) \\ = (i+1)\mu P(0, i+1, 1) + \mu P(1, \\ i, 1) + \omega P(0, i, 0) \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} (i\mu + \omega) P(0, i, 0) \\ = (i+1)\mu P(0, i+1, 0) + \mu P(1, \\ i, 0) + r P(0, i, 1) \end{aligned} \quad (2)$$

⋮

$$\begin{aligned} \{ \lambda + (i+1)\mu + r \} P(r, i, 1) \\ = (i+1)\mu P(r, i+1, 1) + \lambda P(r- \end{aligned}$$

$$1, i, 1) + \mu P(r+1, i, 1) + \omega P(r, i, 0) \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \{ (i+1)\mu + \omega \} P(r, i, 0) \\ &= (i+1)\mu P(r, i+1, 0) + \mu P(r+1, i, 0) + rP(r, i, 1) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & \{ \lambda + (i+1)\mu + r \} P(L, i, 1) \\ &= (i+1)\mu P(L, i+1, 1) + \lambda P(L-1, i, 1) + \lambda P(L, i-1, 1) + \omega P(L, i, 0) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \{ (i+1)\mu + \omega \} P(L, i, 0) \\ &= (i+1)\mu P(L, i+1, 0) + rP(L, i, 1) \end{aligned} \quad (6)$$

(1)(12)

式(1)~(6)に対して、Wilkinsonの論文と同様の数式展開を行なう。

以下の諸式を定義する。

$$f_k(r, n) \equiv \sum_{i=0}^{\infty} (i)_k P(r, i, n), \quad n=0, 1 \quad (7)$$

$$(i)_k \equiv \begin{cases} \frac{i!}{(i-k)!}, & 0 \leq k \leq i \\ 0, & i < k \end{cases} \quad (8)$$

$$f_k(r) \equiv f_k(r, 0) + f_k(r+1) \quad (9)$$

$$f_k \equiv \sum_{r=0}^L f_k(r) \quad (10)$$

$$\begin{aligned}
 f(r, t, n) &\equiv \sum_{k=0}^{\infty} \frac{t^k}{k!} f_k(r, n) = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} (i)_k \\
 &\quad \frac{t^k}{k!} P(r, i, n) \\
 &= \sum_{i=0}^{\infty} (1+t)^i P(r, i, n), \\
 n &= 0, 1 \tag{11}
 \end{aligned}$$

$$f_{k,n} \equiv \sum_{r=0}^k f_k(r, n), \quad n = 0, 1 \tag{12}$$

式(7)~(10)で定義される f_k は、あふれ呼の k 次階乗モーメントである。

式(1)~(6)の各々について、両辺に $(1+t)^k$ を掛け、 i について、0 から ∞ まで加え合せた後、式(11)を適用すると、以下の各式が得られる。

$$\begin{aligned}
 (\lambda + r) f(0, t, 1) - \mu f(1, t, 1) \\
 - \omega f(0, t, 0) + \mu t \frac{d}{dt} f(0, t, 1) &= 0 \tag{13} \\
 \omega f(0, t, 0) - \mu f(1, t, 0) \\
 - r f(0, t, 1) + \mu t \frac{d}{dt} f(0, t, 0) &= 0 \tag{14}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\lambda + \mu + r) f(r, t, 1) - \lambda f(r-1, t, 1) \\
 - \mu f(r+1, t, 1) - \omega f(r, t, 0) \\
 + \mu t \frac{d}{dt} f(r, t, 1) &= 0 \tag{15}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\mu + \omega) f(r, t, 0) - \mu f(r+1, t, 0) \\
 - r f(r, t, 1) + \mu t \frac{d}{dt} f(r, t, 0) &= 0 \tag{16}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (\lambda + \mu + r) f(L, t, 1) - \lambda f(L-1, t, 1) - \omega f(L, t, 0) - \lambda(t+1) f(L, \\
 & t, 1) + \mu t \frac{d}{dt} f(L, t, 1) = 0 \quad (17)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (\mu + \omega) f(L, t, 0) - r f(L, t, 1) + \\
 & \mu t \frac{d}{dt} f(L, t, 0) = 0 \quad (18)
 \end{aligned}$$

ここで再び式(11)を代入して、 t^k の係数に注目すると、以下の各式が得られる。

$$\begin{aligned}
 & (\lambda + r) f_k(0, 1) - \mu f_k(1, 1) - \omega f_k(0, \\
 & 0) + \mu k f_k(0, 1) = 0 \quad (19)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \omega f_k(0, 0) - \mu f_k(1, 0) - r f_k(0, 1) + \\
 & \mu k f_k(0, 0) = 0 \quad (20)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (\lambda + \mu + r) f_k(r, 1) - \lambda f_k(r-1, 1) - \\
 & \mu f_k(r+1, 1) - \omega f_k(r, 0) + \mu k f_k(r, \\
 & 1) = 0 \quad (21)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (\mu + \omega) f_k(r, 0) - \mu f_k(r+1, 0) - \\
 & r f_k(r, 1) + \mu k f_k(r, 0) = 0 \quad (22)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (\mu + r) f_k(L, 1) - \lambda f_k(L-1, 1) - \\
 & \omega f_k(L, 0) - \lambda k f_{k-1}(L, 1) + \mu k f_k(L, \\
 & 1) = 0 \quad (23)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (\mu + \omega) f_k(L, 0) - r f_k(L, 1) + \mu k f_k(L, \\
 & 0) = 0 \quad (24)
 \end{aligned}$$

式(21)を、 r について、 1 から $L-1$ まで加え、更に、式(19)と式(23)を加え合わせると、

$$rf_{k,1} - \omega f_{k,0} + \mu k f_{k,1} = \lambda k f_{k-1}(L, 1) \quad (25)$$

式(20), (22), (24)についても同様の操作を行なうと、

$$\omega f_{k,0} - rf_{k,1} + \mu k f_{k,0} = 0 \quad (26)$$

式(25), (26)の両辺を加え合わせると、階乗モーメントが次式のようになる。

$$f_k = \frac{\lambda}{\mu} f_{k-1}(L, 1) \quad (27)$$

$f_k(l, 1)$, $f_k(l, 0)$ を

$$f_k(l, 1) = \xi_k(l) f_k(0, 0) + \eta_k(l) f_k(0, 1) \quad (28)$$

$$f_k(l, 0) = \zeta_k(l) f_k(0, 0) + \theta_k(l) f_k(0, 1) \quad (29)$$

のように表すと、 $\xi_k(l)$, $\eta_k(l)$, $\zeta_k(l)$, $\theta_k(l)$ は式(19)~(24)から、次の漸化式で与えられることが導かれる。

$$\xi_k(0) = 0 \quad (30)$$

$$\eta_k(0) = 1 \quad (31)$$

$$\zeta_k(0) = 1 \quad (32)$$

$$\theta_k(0) = 0 \quad (33)$$

$$\xi_k(1) = -\omega / \mu \quad (34)$$

$$\eta_k(1) = (\lambda + r + k\mu) / \mu \quad (35)$$

$$\xi_k(1) = (\omega + k\mu) / \mu \quad (36)$$

$$\theta_k(1) = -r / \mu \quad (37)$$

$$\xi_k(l) = [\{ \lambda + r + (k+1)\mu \} \xi_k(l-1) - \lambda \xi_k(l-2) - \omega \xi_k(l-1)] / \mu \quad (38)$$

$$\eta_k(l) = [\{ \lambda + r + (k+1)\mu \} \eta_k(l-1) - \lambda \eta_k(l-2) - \omega \theta_k(l-1)] / \mu \quad (39)$$

$$\zeta_k(l) = [\{ \omega + (k+1)\mu \} \zeta_k(l-1) - r \xi_k(l-1)] / \mu \quad (40)$$

$$\theta_k(l) = [\{ \omega + (k+1)\mu \} \theta_k(l-1) - r \eta_k(l-1)] / \mu \quad (41)$$

式(28), (29)を式(23), (24)に代入すると $f_k(0, 1)$, $f_k(0, 0)$ について、以下の関係式が得られる。

$$\begin{bmatrix} y_{11}, y_{12} \\ y_{21}, y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_k(0, 1) \\ f_k(0, 0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_3 f_{k-1}(0, 1) + y_4 f_{k-1}(0, 0) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (42)$$

ここに、

$$y_{11} = \{ r + (k+1)\mu \} \eta_k(L) - \lambda \eta_k(L-1) - \omega \theta_k(L) \quad (43)$$

$$y_{12} = \{ r + (k+1)\mu \} \xi_k(L) - \lambda \xi_k(L-1) - \omega \zeta_k(L) \quad (44)$$

$$y_{21} = -r \eta_k(L) + \{ \omega + (k+1)\mu \} \theta_k(L) \quad (45)$$

$$y_{22} = -r \xi_k(L) + \{ \omega + (k+1) \mu \} \xi_k(L) \quad (46)$$

$$y_3 = \lambda k \eta_{k-1}(L) \quad (47)$$

$$y_4 = \lambda k \xi_{k-1}(L) \quad (48)$$

式(42)を繰り返し適用すれば、 $f_k(0, 1)$, $f_k(0, 0)$ は $f_0(0, 1)$, $f_0(0, 0)$ で表すことができる。

定常状態で I P P がオンの確立を P_{on} 、オフの確立を P_{off} とすると、

$$P_{on} = \frac{1/r}{1/r + 1/\omega} = \frac{\omega}{r + \omega} \quad (49)$$

$$P_{off} = \frac{1/\omega}{1/r + 1/\omega} = \frac{r}{r + \omega} \quad (50)$$

一方、式(7)の定義から、

$$\begin{aligned} P_{on} &= \sum_{r=0}^L f_0(r, 1) = \sum_{r=0}^L \{ \xi_0(r) f_0(0, 0) + \eta_0(r) f_0(0, 1) \} \\ &= \left\{ \sum_{r=0}^L \xi_0(r) \right\} f_0(0, 0) + \left\{ \sum_{r=0}^L \eta_0(r) \right\} f_0(0, 1) \quad (51) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{off} &= \sum_{r=0}^L f_0(r, 0) = \sum_{r=0}^L \{ \xi_0(r) f_0(0, 0) + \theta_0(r) f_0(0, 1) \} \\ &= \left\{ \sum_{r=0}^L \xi_0(r) \right\} f_0(0, 0) + \left\{ \sum_{r=0}^L \theta_0(r) \right\} f_0(0, 1) \quad (52) \end{aligned}$$

ここに、式(28)、(29)を用いた。

$f_0(0, 1)$ 、 $f_0(0, 0)$ は式(49)~(52)の解として得られる。

以上、式(28)~(52)から、 $f_k(L, 1)$ が計算可能であるので、式(27)を適用すれば、I P P 入力に対するあふれ呼の階乗モー

メント f_k が得られる。 f_k 計算の手順を図5にまとめる。

なお、入力がポアソンの場合の f_k については、以上述べた諸式において、 $r = 0$ とおくことによって得られる。

平均、分散および平均値まわりの3次モーメント、 m_1, m_2, m_3 は、階乗モーメントから次式で求めることができる。

$$m_1 = f_1 \quad (53)$$

$$m_2 = f_2 - f_1^2 + f_1 \quad (54)$$

$$m_3 = f_3 - 3f_1f_2 + 3f_2 + f_1 - 3f_1^2 + 2f_1^3 \quad (55)$$

4. あふれ呼の加わる待時系の解析

図2の各ステップに従って、図1に示すモデルの解析を行なっていく。

[ステップ 1]

個々のあふれ呼に関する平均、分散、平均値まわりの3次モーメント、 $m_{1,i}, m_{2,i}, m_{3,i}$ ($i = 0 \sim R$) は、3の諸式を適用して求めることができる。

特にランダム呼に関するモーメント $m_{1,0}, m_{2,0}, m_{3,0}$ は、呼量を a_0 アーランとすると、

$$m_{1,0} = m_{2,0} = m_{3,0} = a_0 \quad (56)$$

($R+1$) 種類の呼びは互いに独立であることから、合流した非ランダム呼のモーメント M_1, M_2, M_3 は次式で与えられる。

$$M_j = \sum_{i=0}^R m_{j,i} \quad j = 1, 2, 3 \quad (57)$$

[ステップ 2]

合流した非ランダム呼の1次、2次、3次の階乗モーメントを F_1, F_2, F_3 とすると、

$$F_1 = M_1 \quad (58)$$

$$F_2 = M_2 + M_1^2 - M_1 \quad (59)$$

$$F_3 = M_3 + 3M_1M_2 + M_1^3 - 3M_2 - 3M_1^2 + 2M_1 \quad (60)$$

I P P を規定するパラメータ λ, ω, r は、階乗モーメントから次式で計算することができる。

$$\lambda = (\delta_0\delta_1 + \delta_1\delta_2 - 2\delta_0\delta_2) / (2\delta_1 - \delta_0 - \delta_2) \quad (61)$$

$$\omega = \{ \delta_0(\lambda - \delta_1) \} / \{ \lambda(\delta_1 - \delta_0) \} \quad (62)$$

$$r = \omega(\lambda - \delta_0) / \delta_0 \quad (63)$$

ここに、

$$F_0 = 1 \quad (64)$$

$$\delta_j = F_{j+1} / F_j, \quad j = 0, 1, 2 \quad (65)$$

式(61)~(65)で、 λ, ω, r を導出するに当たり、呼びの平均保留時間 $(1/\mu)$ を時間の単位としている。

[ステップ 3]

I P P に関する呼び到着間隔分布 $A(t)$ は、次式⁽²⁾で与えられる。

$$A(t) = k_1(1 - e^{-r_1 t}) + k_2(1 - e^{-r_2 t}) \quad (66)$$

ここに、

$$r_1 = \{ \lambda + \omega + r + \sqrt{(\lambda + \omega + r)^2 - 4\lambda\omega} \} / 2 \quad (67)$$

$$r_2 = \{ \lambda + \omega + r - \sqrt{(\lambda + \omega + r)^2 - 4\lambda\omega} \} / 2 \quad (68)$$

$$k_1 = (\lambda - r_2) / (r_1 - r_2) \quad (69)$$

$$k_2 = 1 - k_1 \quad (70)$$

系長 L_0 の待時系の呼び到着時点直前の状態確立を q_j ($j = 0 \sim L_0$) とすると、 q_j は $G/M/1(L_0)$ 形待行列の公式⁽ⁱⁱⁱ⁾において、呼び到着間隔分布として式(66)を用いることにより求めることができる。

途中結果は省略するが、 q_j は次式の解として与えられることが導かれる。

$$q_{j-1} = \frac{1}{b_0} \left(q_j - \sum_{k=1}^{L_0-j} b_k q_{j-1+k} - b_{L_0-j} q_{L_0} \right), \quad (71)$$

$$1 \leq j \leq L_0$$

$$\sum_{j=0}^{L_0} q_j = 1 \quad (72)$$

$$\text{ここに、} \quad b_k = \frac{k_1 r_1}{(r_1 + 1)^k} + \frac{k_2 r_2}{(r_2 + 1)^k} \quad (73)$$

式(71)を繰り返し適用すると、すべての q_j は q_{L_0} だけで表すことができる。従って式(72)から、まず q_{L_0} が求まり、以下順次すべての q_j を計算できる。

系長 L_0 の待時系に加わる呼びのあふれ率を P_{ov} とすると、

$$P_{ov} = q_{L_0} \quad (74)$$

又、呼びの平均待ち時間を W_q とすると、

$$W_q = \frac{1}{\mu} \sum_{j=1}^{L_0-1} j q_j / (1 - P_{ov}) \quad (75)$$

但し、本論文では、時間は呼びの平均保留時間で正規化してあるので、式(75)において、 $\mu = 1$ である。

あふれ率 P_{ov} に関しては、式(27)を用いてあふれ呼の平均値 $\bar{n}_1$ を計算することからも求めることができる。

5. 数値例および近似理論精度の評価

代表的なトラヒックモデルについて数値計算を行ない、理論値をシミュレーション実験値と比較することにより、近似理論精度の評価を行なう。

以下、すべての数値例を示す図において、実線は本論文の手法による理論値、○印はシミュレーション実験値、鎖線はあふれ呼をランダムと考虑して計算した参考値を各々表す。又、 $\pm$ はシミュレーション実験値の95%信頼区間を示す。

(1) 単一のあふれ呼が加わるモデル

1方路からのあふれ呼だけが系長 L_0 の待時系に加わる、最も基本的なモデルに関するあふれ率および平均待ち時間の計算例を図6に示す。

図6(a), (c)によれば、いずれの場合にもあふれ率に関して、理論値とシミュレーション値はよく一致している。又、待時系の場合、あふれ呼をランダムとして取り扱うと、あふれ率を大きく危険側に評価してしまうことが分かる。

平均待ち時間に関しても、図6(b), (d)によれば、理論値はシミュレーション実験値に近い値となっている。これから単一の1段あふれ呼は、IPPで精度良く近似できることが分かる。

(2) あふれ呼とランダム呼が加わるモデル

1方路からのあふれ呼とランダム呼が同時に加わる場合の数値例を図7に示す。

図7(a)によれば、あふれ率に関しては、理論値はシミュレーション値と比較してやや危険側の値を示している。あふれ呼のみの場合と比較して精度が低下するのは、ランダム呼の混入により、ランダム的な要素を有する呼びをIPPで近似してしまうためである。

図7(b)によれば、平均待ち時間に関しては、理論値とシミュレーション値はよく一致している。

あふれ率と平均待ち時間のいずれに関しても、図7の計算例において、ランダム近似値は、ますます良好な値を示している。つまり、あふれ呼にある程度以上のランダム呼が混入する場合には、ランダム近似も有効であると思われる。図7(b)において、 α_1 が大きくなると、ランダム近似値の方が大きな W_q を与えているのは、図7(a)から分かるように、ランダム近似は危険側の P_{ov} を与え、結果として、より多くの呼びを

実際に待ちに並べることになるため、 a_1 が大きな領域では、この効果の方が、呼びの非ランダム性に基づく W_q の増大効果よりも大きくなる。

(3) 複数のあふれ呼が加わるモデル

複数の方路からの互いに独立なあふれ呼が同時に加わる場合の数値例を図8に示す。この場合も単一のあふれ呼の場合と同様に、理論式は優れた近似精度を与えている。複数のあふれ呼を単一のIPPで置き換える近似の妥当であることが分かる。

以上、1段のあふれ呼に関しては、IPP近似が優れた精度を有することが示された。

(4) 2段あふれ呼が加わるモデル

図9に、図1に示した、系長 L_i の待時系からのあふれ呼が加わる系長 L_0 の待時系から再びあふれた呼びが、更に第2のう回方路(系長5)に向う2段う回のモデルについて、第2のう回方路に関するあふれ率と平均待ち時間を計算した結果を示す。

図9によれば、2段う回の場合には、あふれ率、平均待ち時間共に、1段う回の場合と比較すると、理論精度は少し低下してしまうことが分かる。多段う回モデルの解析に際しては、IPP入力呼びからのあふれ呼を再びIPPに置き換え

る操作を行なう。この場合、入力 I P P、出力 I P P 共に、実際のあふれ過程に対する近似であり、このような近似の積み重ねにより、当然のことながら解析精度が低下するものと考えられる。しかしながら、近似精度はやや低下するものの、理論値は実用的には十分に有用な値を示しており、本論文の解析法は多段う回のモデルに対しても有効なものであると思われる。

以上(1)~(4)の数値例により、1段あふれ呼、多段あふれ呼、あふれ呼とランダム呼の合流した呼び、複数あふれ呼の合流した呼びのいずれも I P P で近似可能であることが示された。従って、呼びの保留時間が指数分布である場合には、蓄積形網内の非ランダム呼は、すべて I P P として統一的に取り扱うものとして期待される。

6. むすび

あふれ呼の加わる待時系の設計・解析に関して、あふれによる非ランダム呼を I P P で近似する手法について基礎的な検討を行なった。

まず、有限系長の待時系からのあふれ呼について、その平均、分散、平均値まわりの3次モーメントを導出した。次に、複数の独立なあふれ呼が加わる有限系長の待時系に関して、I P P が G / M / 1 形の待時系に加わると考えて、あふれ率

や平均待ち時間を与える諸式を導出した。

単一のあふれ呼、あふれ呼とランダム呼、複数のあふれ呼、2段あふれ呼の各々が加わる代表的なモデルについて、あふれ率と平均待ち時間の理論値を計算し、これらをシミュレーション実験値と比較評価した。その結果、1段のう回モデルに関しては、いずれの場合にも、あふれ率、平均待ち時間とも理論式は優れた近似精度を有することが示された。又、2段のう回モデルに関しても、理論式は、1段の場合と比較すると少し精度は低下してしまうものの、実用的には十分に有用な評価値を与えることが示された。

文 献

- (1) Wilkinson, R. I.: "Theories for toll traffic engineering in the U. S. A.", Bell Syst. Tech. J., 35, 2, pp. 421 - 514 (March 1956).
- (2) Kuczura, A.: "The interrupted Poisson process as an overflow process", Bell Syst. Tech. J., 52, 3, pp. 437 - 448 (March 1973).
- (3) Kuczura, A and Bajaj, D.: "A method of moments for the analysis of a switched communication network's performance", IEEE Trans.

Commun., COM-25, 2, pp. 185-193
(Feb. 1977)

- (4) 松本 渡辺: “待合せ系におけるあふれの理論”, 信学論(B), J63-B, 6, pp. 643-645 (昭55-06).
- (5) 松本 渡辺: “あふれを考慮した待合せ系の解析法”, 昭55信学総全大, 1549.
- (6) 松本 渡辺: “あふれを考慮した待合せ系の設計手法”, 信学技報, SE80-28 (1980-05).
- (7) 松本 渡辺: “あふれ呼の加わる待合せ系の解析法”, 信学論(B), J64-B, 6, pp. 536-543 (昭56-06)
- (8) 川島幸之助: “蓄積型交換網のう回方式に関する一検討”, 信学技報, SE79-112 (1980-02).
- (9) 川島幸之助: “蓄積交換網のう回方式に関する一考察”, 昭55信学通信全大, 106.
- (10) 川島幸之助: “蓄積交換網のう回方式に関する一トラヒック検討” 信学論(B), J64-B, 5, pp 417-423 (昭 56-05).
- (11) Gross, D. and Harris, C.M., “Fundamentals of Queueing Theory”, John Wiley & Sons, Inc.,

New York (1974).

(12) 秋山 稔: "近代通信交換工学", 電気書院(昭48).

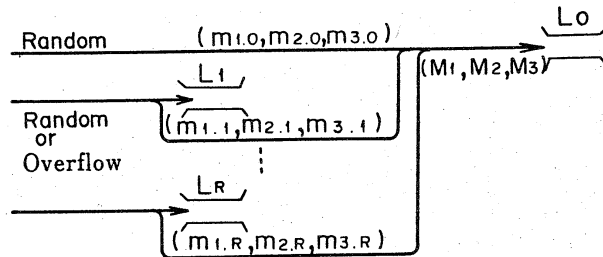


図1 あふれ呼の加わる待時系

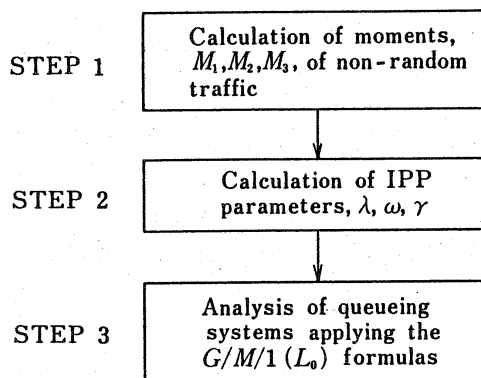


図2 理論の構成

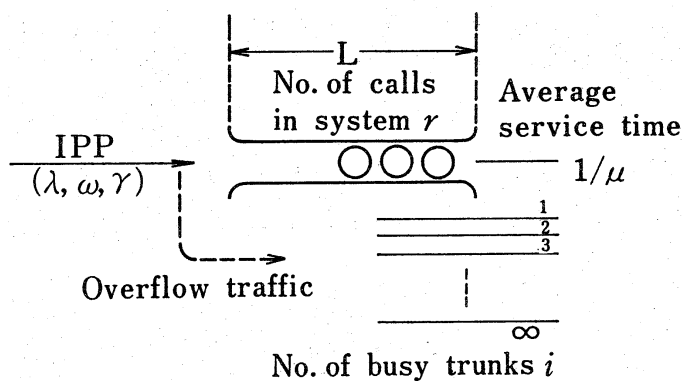


図3 あふれ呼のモーメント導出モデル

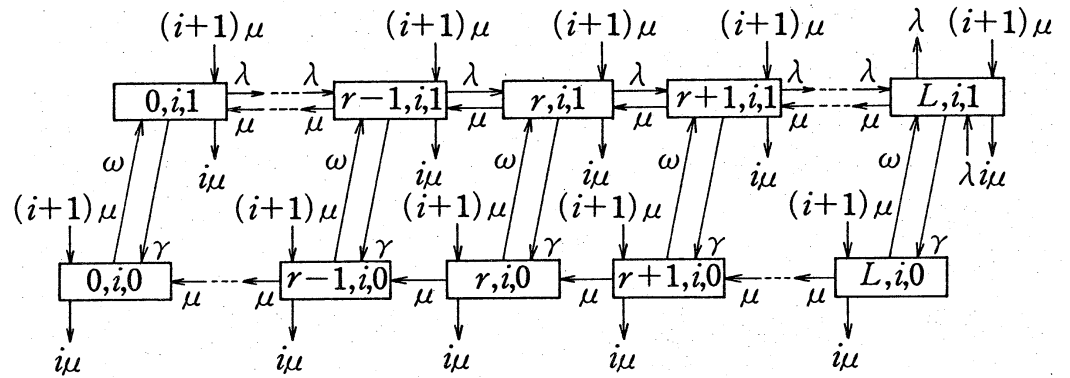
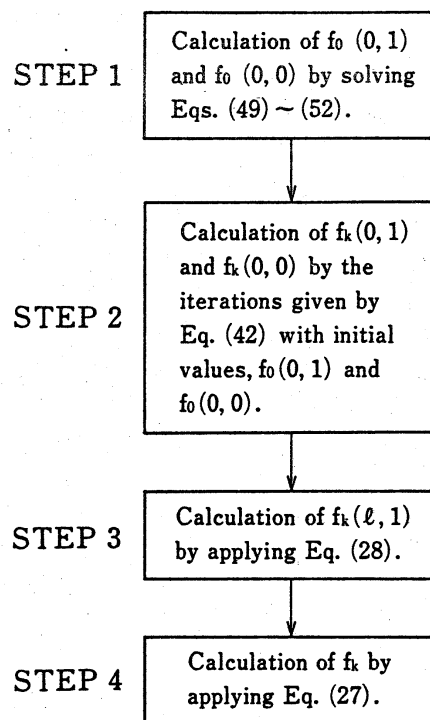
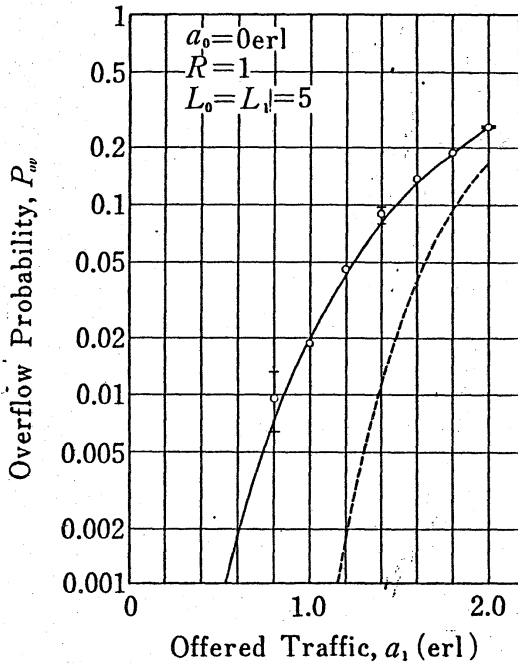
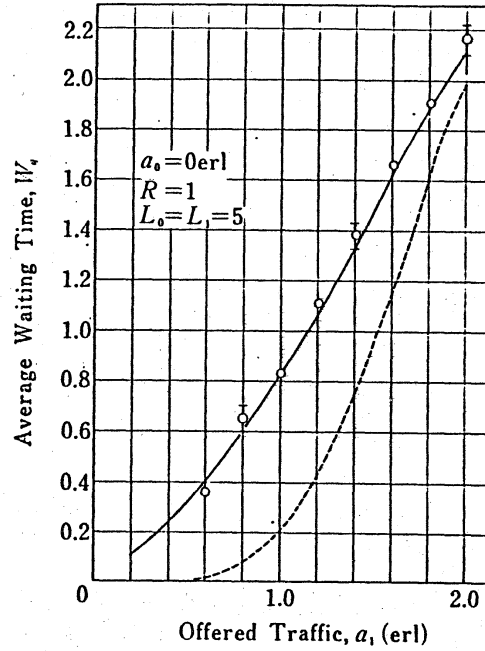


図4 状態遷移図

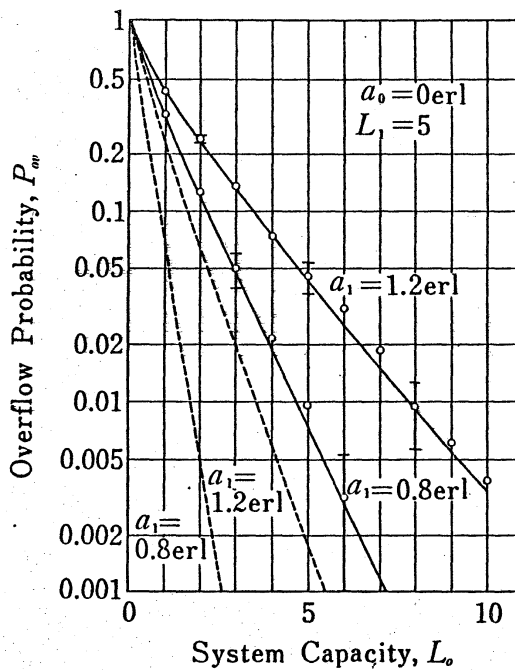
図5 f_k の計算手順



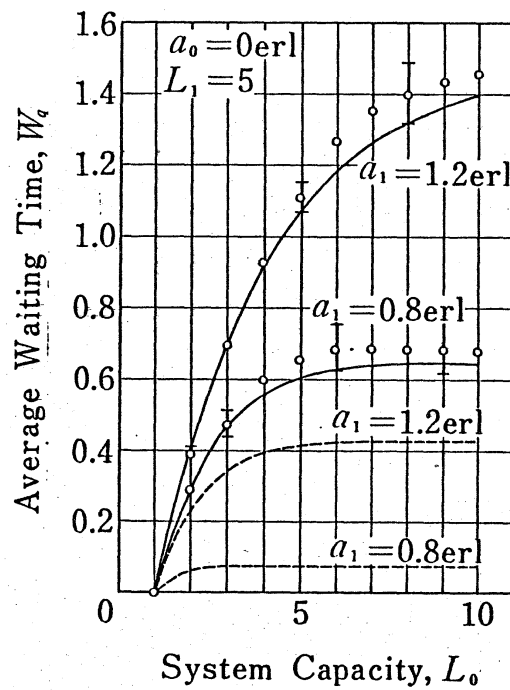
(a) Overflow probability as a function of a_1 .



(b) Average waiting time as a function of a_1 .

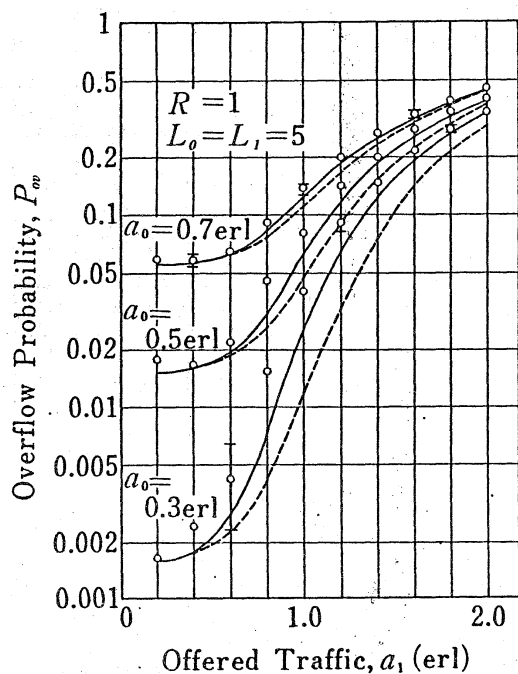


(c) Overflow probability as a function of L_0 .

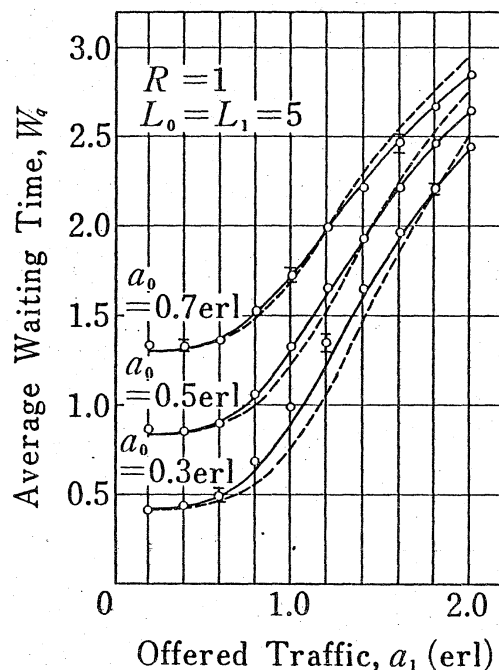


(d) Average waiting time as a function of L_0 .

図6 単一のあふれ呼が加わる場合の数値例

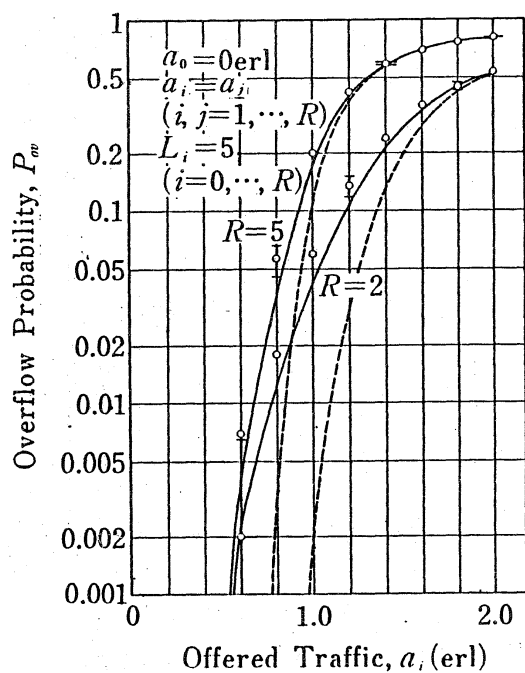


(a) Overflow probability.

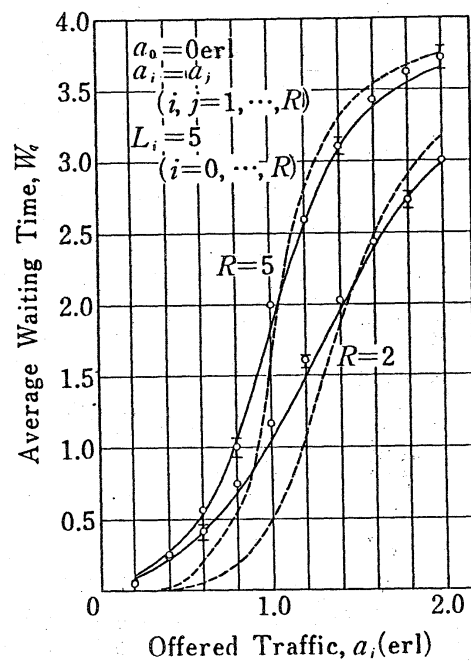


(b) Average waiting time.

図7 あふれ呼とランダム呼が加わる場合の数値例

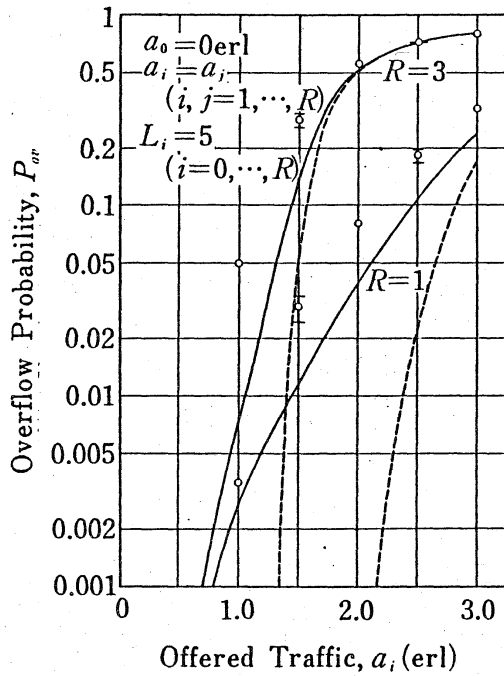


(a) Overflow probability.

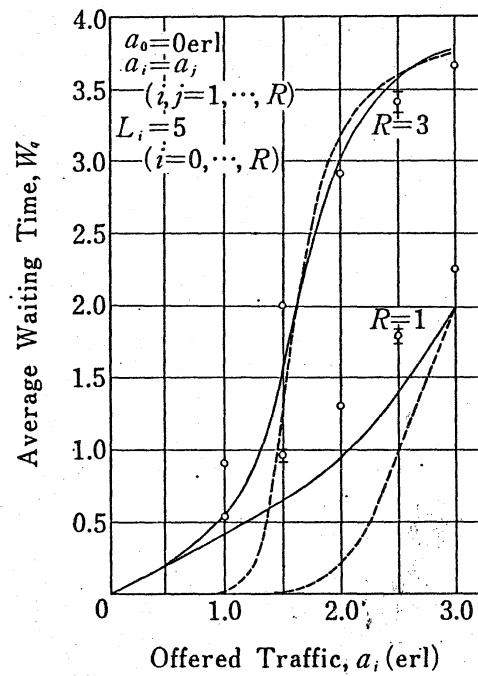


(b) Average waiting time.

図8 複数のあふれ呼が加わる場合の数値例



(a) Overflow probability.



(b) Average waiting time.

図9 2段あふれ呼が加わる場合の数値例