

ランダム磁場中の量子 XXZ スピン鎖の準位統計¹

お茶の水女子大学 人間文化研究科 工藤 和恵²
お茶の水女子大学 理学部 出口 哲生³

1 はじめに

量子系における準位統計は、様々な系で研究されてきた。特に量子スピン系では、系の可積分性を判別することにも準位統計が用いられている [1]。準位間隔分布は、与えられたハミルトニアンが可積分ならポアソン分布 [$P_{\text{Poi}}(s) = \exp(-s)$] を、非可積分ならウィグナー分布 [$P_{\text{Wig}}(s) = (\pi s/2) \exp(-\pi s^2/4)$] を示す。しかしながら、最近、次近接相互作用を含む量子 XXZ スピン鎖において、予想外の振る舞いを示す準位間隔分布が見つかった [2]。量子 XXZ スピン鎖は、次近接相互作用を含む場合は非可積分であるが、準位間隔分布はウィグナー分布を示さなかった。そのような予想外の振る舞いを解明する手がかりを得るために、本研究では、ランダム磁場中の量子 XXZ スピン鎖の準位間隔分布について議論する。

2 模型と計算方法

格子点数 L のハミルトニアンを次のように与える。

$$\mathcal{H} = J \sum_{j=1}^L (S_j^x S_{j+1}^x + S_j^y S_{j+1}^y + \Delta S_j^z S_{j+1}^z) + \sum_{j=1}^L h_j S_j^z \quad (1)$$

ここで $S^\alpha = \frac{1}{2}\sigma^\alpha$ で ($\sigma^x, \sigma^y, \sigma^z$) はパウリ行列である。また、 h_j はランダム磁場であり、平均 0 のガウス乱数で与える ($\langle h_j \rangle = 0, \langle h_n h_m \rangle = h^2 \delta_{nm}$)。境界条件は、周期的境界条件を課す。

準位間隔分布を計算する前に、明らかな対称性を取り除く必要がある。この模型の場合、 S_{total}^z が保存するので、最大のセクターとなる $S_{\text{total}}^z = 0$ のみを扱った。また、アンフォールディング処理も行なった。準位間隔分布の計算は、格子点数 L 、磁場 h/J 、異方性パラメタ Δ の依存性を調べるため、これらのパラメタの様々な組み合わせについて行なった。それぞれの組み合わせについて、数千回ずつ分布を計算して平均したものを準位間隔分布 $P(s)$ とした。

3 異方性パラメタ依存性

異方性パラメタ Δ の依存性 ($0 \leq \Delta \leq 1$) は、図 1 に見られるように、 Δ が増加するにつれて、ポアソン分布からウィグナー分布へと急速に変化する。 $\Delta = 0$ の場合は、ランダム磁場のために系が非可積分であるにもかかわらず、準位間隔分布はほぼポアソン分布を示している。その理由を、(i) 直観的に、また、(ii) アンダーソン局在との関連で説明することができる。

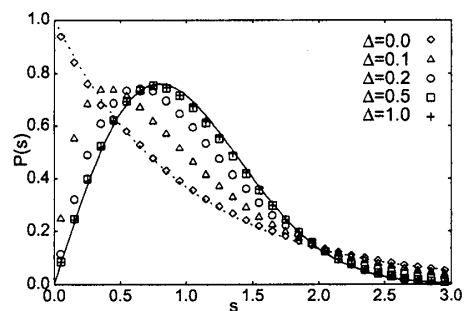


図 1: 準位間隔分布の Δ 依存性 ($L = 14, h/J = 0.5$)。破線はポアソン分布。実線はウィグナー分布。

まず、直観的に説明してみよう。 $\Delta = 0$ の場合は、スピンの z 成分が隣接スピン間の相互作用に寄与しない。一方、ランダム磁場はスピンの z 成分とのみ結合している。このことから、ランダム性とスピン相関は互いに独立になっていて、ランダム性がエネルギー準位に直接影響を及ぼすことがないと考えられる。

¹ 研究会では cond-mat/0310752 の内容を解説しました。

² E-mail: kudo@degway.phys.ocha.ac.jp

³ E-mail: deguchi@phys.ocha.ac.jp

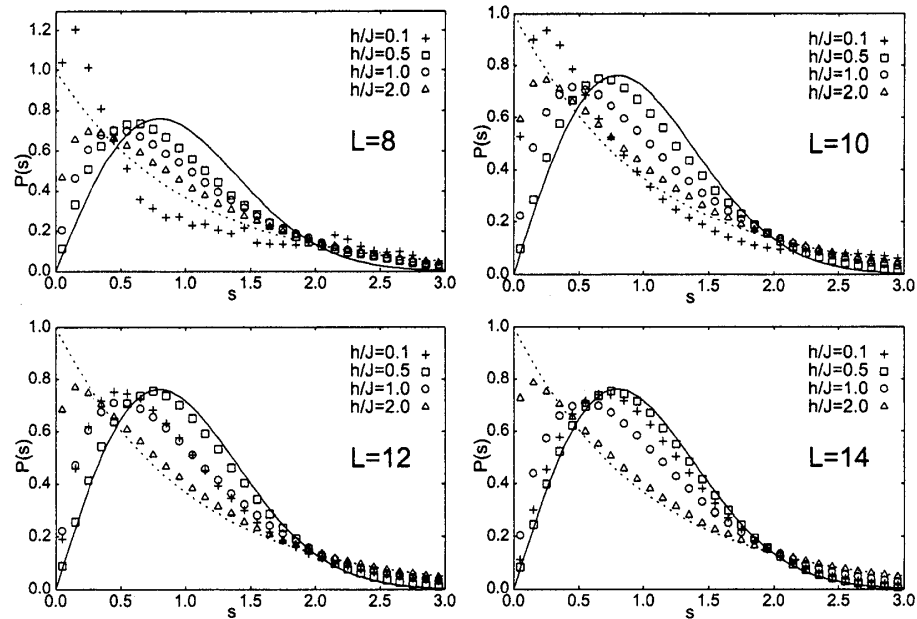


図 2: 準位間隔分布の磁場依存性 ($\Delta = 0.5$)。破線はポアソン分布。実線はウィグナー分布。

次に、アンダーソン局在との関連から説明してみよう。3次元アンダーソン模型はランダム性が強くなるとアンダーソン局在を起こすのに対し、1次元の場合は全ての状態が局在することが知られている [3]。実は、 $\Delta = 0$ の場合、ハミルトニアン (1) はランダム・ポテンシャル中の相互作用のない1次元フェルミオン系、すなわち、1次元アンダーソン模型に対応している。したがって、図1の $\Delta = 0$ でのポアソン分布は、1次元アンダーソン局在に対応していると考えることができる。それに対して、 $\Delta \neq 0$ の場合は、相互作用のあるフェルミオン系に対応するので、局在が崩れるものと考えられる。

4 磁場依存性とサイズ依存性

各格子点数ごとの磁場依存性が、図2に示されている。 $h/J = 0.1$ の場合を除けば、磁場が増大するにつれ、ウィグナー分布からポアソン分布に変化していく様子が見える。また、そのような変化の傾向は、格子点数が大きいほど顕著になっている。

$h/J = 0.1$ の分布は、サイズに強く依存している。これは、 $h/J = 0$ の場合が可積分の模型であることと関係しているものと思われる。特に、 $L = 8$ の場合には、超ポアソンの振る舞いを示している。これは、 $h/J = 0$ かつ $\Delta = 0.5$ の場合に超ポアソンの分布が見られる [2] ことを反映しているのかもしれない。

本研究は科研費 (14702012) の支援を受けています。

参考文献

- [1] J. C. Anglès d'Auriac and J. M. Maillard, Physica A **321**, 325 (2003).
- [2] K. Kudo and T. Deguchi, Phys. Rev. B **68**, 052510 (2003).
- [3] B. I. Shklovskii *et al.*, Phys. Rev. B **47**, 11487 (1993).