

2. 等角写像を使った板状結晶成長の扱い

九大・理・関本 謙

結晶成長では様々な時間・空間尺度の過程が、保存量（気相成長での蒸気など）を介してseriesにつながっている。

横山と黒田[1]は表面カインेटイクス過程と過飽和蒸気相の拡散過程の両方をとりこんだ定式化[2]を2次元系に適用し、境界要素法によるシミュレーションによって、ファセットの出現、樹枝の出現の条件及び順序についての知見を得ている。彼等の結果にも示されているように拡散過程のもたらす顕著な効果はMullins-Sekerkaの不安定である。結晶の突き出た（入り込んだ）所では拡散場勾配が大きく（小さく）、ますます成長が助成（抑制）される。

ところでこのM-S不安定は板状結晶成長、特に板に垂直な面が厚さに比べて広く、その面の成長が面の縁の成長に比べてうんと遅い場合にはあまり影響しないと思われる。

理由： 蒸気相の流れは面の縁である線状のsourceに集中する。この縁の突き出しと入り込みは、幾何学的には3次元中のひもの曲がりに近似的に等しい。そこで周囲の拡散場がLaplace場なら（定常近似）、突き出しと入り込みは鏡映対称の関係にあり、拡散場勾配に非対称を生じない。

他方、成長する縁を板厚の程度の尺度で見ると、縁は垂直断面内で著しい曲率（或は尖点）をもち、結晶板面内での突き出し・入り込みの曲率など比較にならない。そこで板状結晶成長では、通常調べられている状況——成長結晶の次元と拡散場の次元が相等しい——とは違った律速のされ方や、その結果としての成長の特徴があるのではないかと思われる。かつ、自然には板状結晶成長に近似される例があるようである。これが本研究を始めた動機である。

板状結晶成長を取り扱うにあたって中心となるアイディアは2つあって、1つは結晶厚み（ h ）と他のマクロな長さ——拡散長、結晶板の広さ、成長する縁の面内の曲率半径など——のオーダーがかけ離れている場合を考えて階層的に扱うことである。もう1つは、結晶厚み程度での準定常成長問題が、結晶板面と成長する縁の両方に垂直な面内でほぼ2次元的事実であることを着目して、これを

Schwarz変換を連続化した等角写像で解くことである。今までに得た主な結果は次の通りである。(i) 厚さ h の尺度での縁の垂直断面内でのプロファイルは、 h をパラメータとする 1 - パラメータ族をなし、速度には単独には依存しない。(ii) 縁の近くの拡散場の値と勾配及び成長速度の間には、表面カイネティクスと拡散の両方を考慮した場合の拡散場の境界条件と類似の関係が成り立つ。(iii) 円板状成長を仮定した場合の、準定常近似——拡散場が 3 次元 Laplace 場——での円板半径 R は、 a, b を定数として、 $aR + bR \log R = t$ (t は時刻) に従う。

今後、円板状成長の安定性やその実験的対応を調べたい。又結晶成長以外の問題への拡大を試みたい。御教唆下さった黒田登志雄氏、横山悦郎氏に感謝します。

[1] E. Yokoyama and T. Kuroda; in "Dynamics of Ordering Process in Condensed Matter" (Springer, 1988)

[2] 大川章哉; "結晶成長" (裳華房, 1978) 10章