

プラスチックを用いた模型実験に関する 基礎的研究 (その2)

若林 実・中村 武・山口清士

STUDIES ON STRUCTURAL STRESS ANALYSIS USING MODELS OF PLASTICS, PART 2

—MODEL TEST OF QUASI-SPHERICAL SHELL—

By *Minoru WAKABAYASHI, Takeshi NAKAMURA*
and *Kiyoshi YAMAGUCHI*

Synopsis

Following a pressure-vessel test in PART 1, a shell model of revolution close to a spherical shell was tested under air-pressure, in order to obtain new informations on techniques of model tests and self-confidence with regard to the accuracy in the model test for real structures. This model specimen was made of a thinner sheet of Acrylite than that of the pressure-vessel specimen. From the results of this experiment, it is confirmed that these types of model tests can be performed with a reasonable accuracy in the case that a model specimen is made of a thin sheet of Acrylite and that the surface has a positive Gaussian curvature.

ま え が き

実際に設計される構造物, 特にそれが曲面要素を含む場合には, 曲面形の複雑さ, 境界条件の複雑さから, 理論解析を行なう際に専門家の手と多大な時間を費やす場合が多い。また時には現実にあった理論解析が出来ない場合も生ずる。このような場合ここで用いているような比較的模型製作が容易なプラスチック材料を用いて現実にあった精密な模型を製作し, 種々の荷重条件の下で実験を行ない, その結果を弾性理論計算のかわりとする事が出来れば, 実際設計上非常に有効な手段となり得る。また複雑な構造物に対して初めて解かれ得た理論計算の精度をこの種の精度の高い模型実験によって確かめることも可能となる。この種の模型を用いた実験はかなり実施されているが, 実験方法に関する基礎的な検討はあまり行なわれていない。この研究は実験方法に関する基礎的知識すなわち模型製作方法, 使用材料の物理的諸性質, 荷重方法, 支持方法, 変形測定方法, などについて検討すると共に, 厳密な理論的解析が可能な, 曲面形, 境界条件, 荷重条件をもつ模型についての実験を行ない, その精度を検討することによって, さらに複雑な構造模型の実験的解析への自信を得ることを試みたものである。

すでに (その1)¹⁾において, 使用材料であるアクリライトの弾性的諸性質, 荷重方法, 支持方法ならびに変形測定方法についての検討を行ないさらに構造模型の実験への第一段階として内側より空気圧を受ける円筒タンク型模型の実験を行ない, その結果を理論計算値と比較することによって, かなりの精度で模型実験を行なうことが可能であるとの結果を得た。こゝではこれに引き続き曲面形, 曲面要素厚をかえて, 正のガウス曲率をもつ曲面の代表的なもの球殻について, 周辺を完全固定として, 空気圧によって荷重を行ない実験的にその挙動を調べ, 理論計算値との比較を行なって, 実験の精度を確かめ, 構造模型実験への技術的自信の拡大, 実験方法の進歩を企てたものである。

1. 実験計画

(その1)¹⁾で報告した内圧を受ける円筒形タンクの実験においてこの種の模型実験をかなりの精度で行ない得ることを確かめたが、この実験に用いたアクリライト板の厚さは、円筒面厚 6 mm、底板厚 12 mm というかなり厚いものであった。そこで、板厚をもっと薄いもので模型を製作した場合、また他の曲面形をもった場合についても同様の実験を行なう必要があると考え、円筒タンクの場合に比してかなり板厚の薄い、公称厚さ 2 mm というアクリライト板を用い、正のガウス曲率をもつ曲面よりなる模型を製作して実験することにした。代表的な曲面として比較的サイズの低い球殻を選んだ。载荷はもっとも均等な状態が得やすい空気圧で、载荷袋等を介せず直接模型に载荷する方法をとることとし、周辺の支持条件は製作も比較的やり易く、空気圧を直接模型にかけた際の空気もれの処理についても都合よく、理論解析の際にも明確な境界条件となるように完全固定の条件とした。模型各部の寸法については、実験精度の検討を加えるに充分な大きさで変形諸量を観測できる程度に载荷を行なった場合においても、実験装置、および、模型に不都合が生じないよう、あらかじめ球殻に対する横尾、松岡の近似理論²⁾による計算を行ない、その結果を検討すること、および模型製作のやり易さも考慮して決めることとした。以上に述べたような計画に従ってここに述べる擬似球殻の模型実験を遂行した。

2. 模型の製作方法ならびに寸法

供試体の製作に関しては、当初比較的偏平な球殻を作ることをめざして、次のような製作方法をとった。手順の概略は Fig. 1 に示される。まずアクリライト原材平板を電動鋸またはプラスチック用手びき鋸で円板にする。これを中央に空気噴出口を持つ鋼製円盤支持枠にのせる。その上に溝形断面で所定の内法直径を持つ鋼製リングをのせ、シャコ万力によって円盤支持枠およびリングを締めつける。この状態で加熱炉の中に入れ約 150°C まで徐々に加熱する。この時にはもちろん同一原材平板より切りとった材料実験用板も同時に加熱する。150°C 程度に加熱された後、一時加熱炉の蓋をひらき圧搾空気送入用パイプを通じて鋼製円盤中央の孔から鋼製円盤とアクリライト板の間にエア・コンプレッサーによって圧搾空気を少しずつゆっくりと板中央が所定の高さになるまで送り込む。この間の作業は迅速にしかも空気があまり勢いよく流れ込まない程度にゆっくりと注意して行なう必要がある。板中央が所定の高さになったら空気送入パイプをはずし、鋼製枠組側のパイプ口に栓をしてすぐに加熱炉の蓋を閉じる。蓋を閉じた後の炉内の温度はほぼ 130°C であった。これより約 1 日を要して徐冷を行ない、完全に冷却した後、熱成型による元応力を緩和するために、約 80°C まで再加熱を行なった。成型されたアクリライトをその裾付近における曲面形の乱れを除くために、裾より 5 cm 経線に沿って入った位置でプラスチック鋸によって緯線に沿って切断する。切断後周辺の固定条件をつくるために、石膏により製作した裾ばり成型枠を用いて、その帯状溝にアラルダイトを流し込み、殻の裾部分と一体化する。これを Fig. 1, Fig. 3 に示すようにアンカーボルトにてコンクリート枠に埋め込み、モルタル充填を行なって固定する。このコンクリート枠には空気送入口、内圧測定用口、ワイヤストレンゲージリード線が埋め込まれている。この後曲率計によって正確な曲面形を実測したが当初にめざした完全な球殻は得られず、曲面の半開角の%より上の部分はほぼ球殻、%以下は経線方向曲率が徐々に変化する回転殻となった。曲率の実測結果を Fig. 2 に示す。供試体の成型完了後の各寸法は、境界円直径 70 cm 固定縁より頂上までの鉛直高さ 8.95 cm、半開角約 30°, 曲面の厚さ平均 0.192 cm である。寸法、形状の概略を Fig. 3 に成型後の供試体を Photo. 1, 2 に示す。

3. 実験方法

実験装置の概略は Fig. 2, Photo. 3 に示す通りである。まずコンクリート枠に埋め込まれた供試体をコンクリート平板の上に設置し、両コンクリート間の空隙を油粘土およびグリースを用いて密閉する。载荷はエア・コンプレッサーによってコンクリート枠内に埋め込まれた空気送入口を介して圧搾空気を送り込むこ

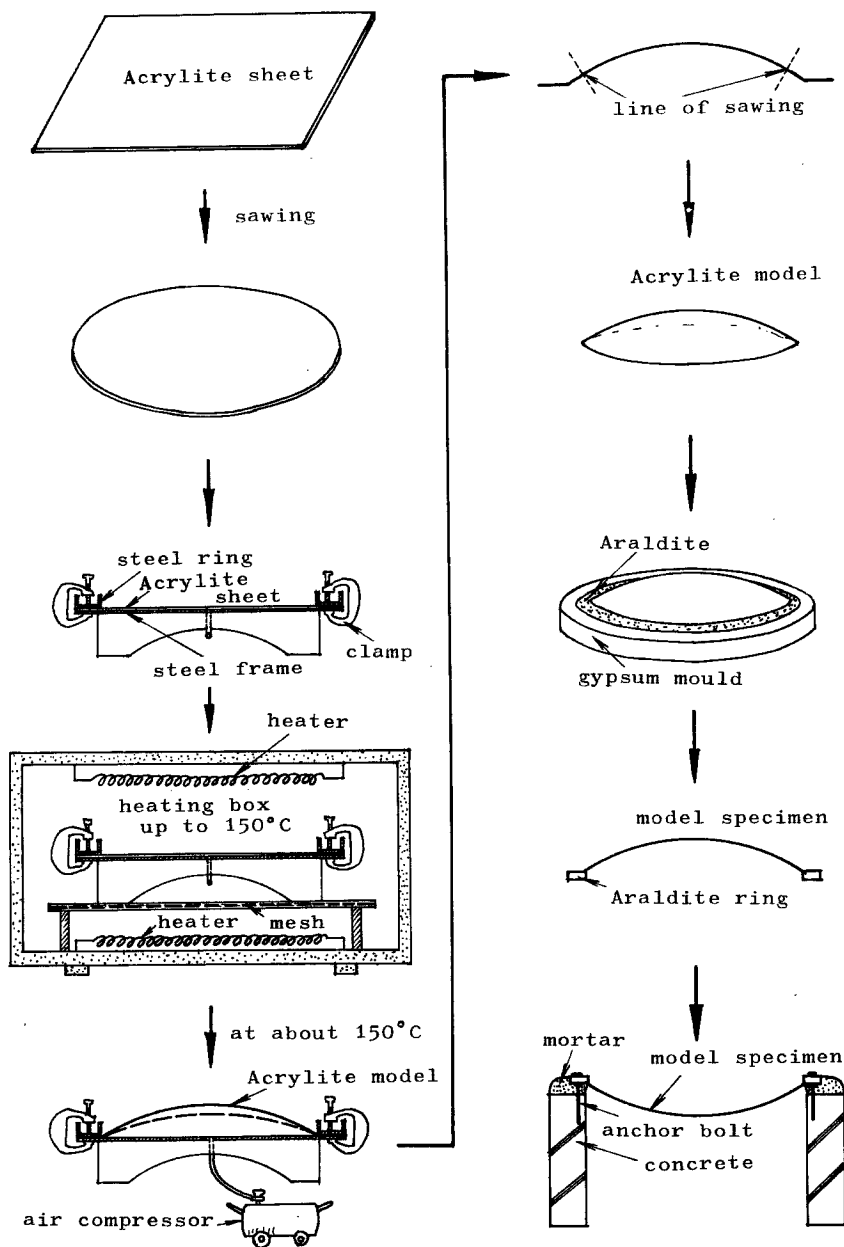


Fig. 1 Process of model fabrication

とによって行ない、圧力測定は水柱または水銀柱によって行なった、荷重は約 13 mmHg きざみに最大約 150 mmHg (0.204 kg/cm²) まで載荷した、供試体およびコンクリート枠の重量は約 200 kg で高圧力となった際に浮き上るのを防ぐために Fig. 3 示すように溝形鋼を用いてコンクリート枠とコンクリート板をボルトによって締めつけた。歪測定は供試の体経線に沿って線方向ならびに緯線方向に表裏計 36 枚のゲージレ

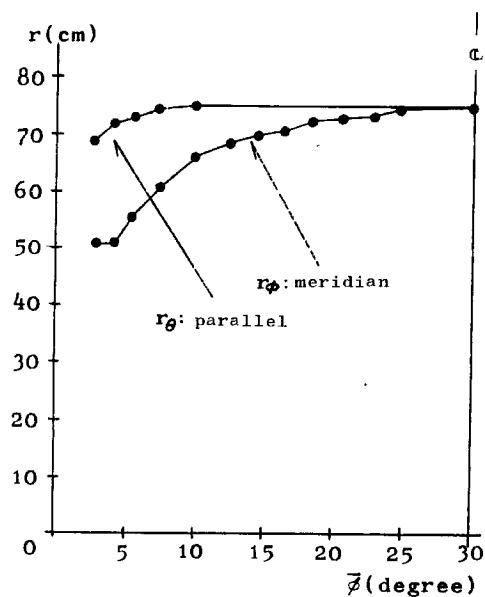


Fig. 2 Distribution of radius of curvature

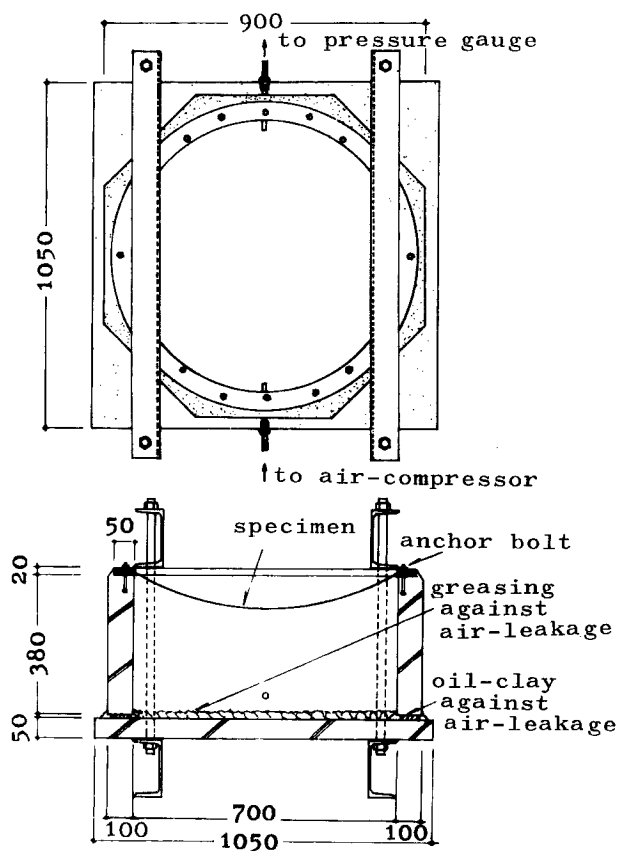


Fig. 3 Test apparatus

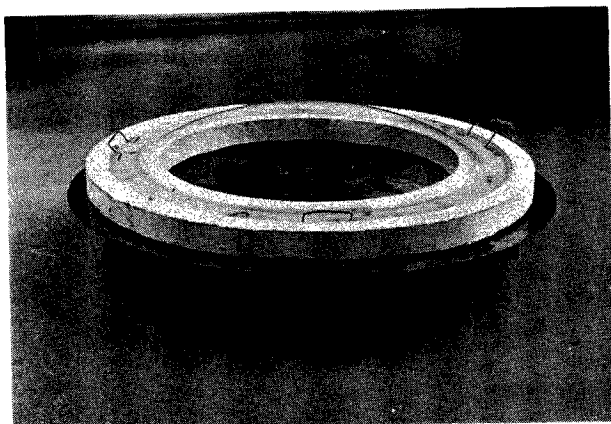


Photo. 1 Model specimen



Photo. 2 Model specimen

ングス 5 mm, ポリエステルベースのワイヤ・ストレーンゲージを固定縁近くでは密に, 頂上近くでは疎に貼付することにより行なった。貼付に用いたゲージ糊は促乾性のものである。たわみは経線に沿って最小目盛 1/100 mm のダイヤルゲージを 6 個配して鉛直方向について測定した (Photo. 3)。なお変形測定は載荷完了後 3 分してから開始したが, この理由は (その 1)¹⁾ にも述べたように変形進行と時間との関係は, 載荷完了後 1 分間に総変形の約 96% が, 2 分間後には約 98% が, 3 分後には約 98.5% が進行し, その後の変形速度は極めて遅くなるからである。

4. 験 結 実 果

実験結果の一例を Fig. 4～Fig. 7 に示す。図中黒点で示されるのが実験値であり, 各値共圧力－変形関係の各圧力段階において 1 気圧 (1.033 kg/cm²) 下におけるものに換算した値を示している。また各変形共圧力－変形関係はほぼ直線的であった。図中の記号 $\epsilon_{\phi m}$ は経線方向中央面歪, $\epsilon_{\theta m}$ は緯線方向中央面歪, $\epsilon_{\phi s}$ は経線方向曲げ歪, w は面の法線方向たわみである。なお w の実験値は実測した鉛直方向たわみを面の法線方向に換算したものである。

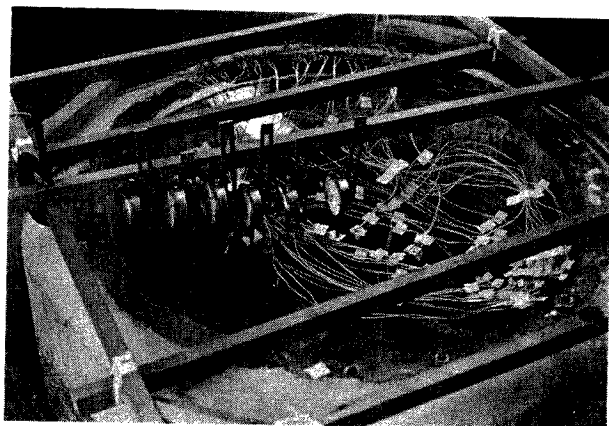


Photo. 3 Test apparatus

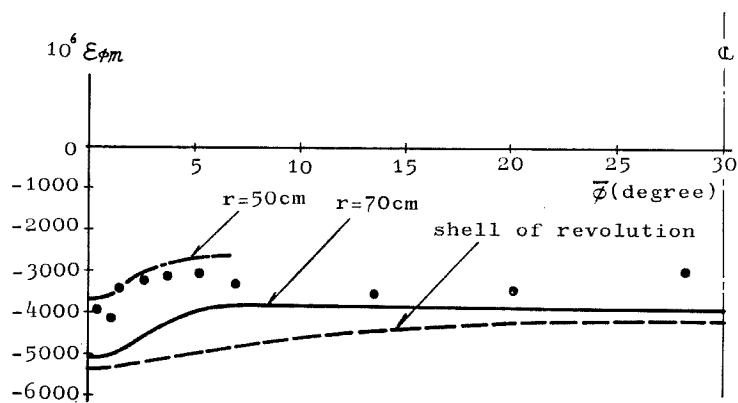


Fig. 4 Distribution of strain along meridian on middle surface

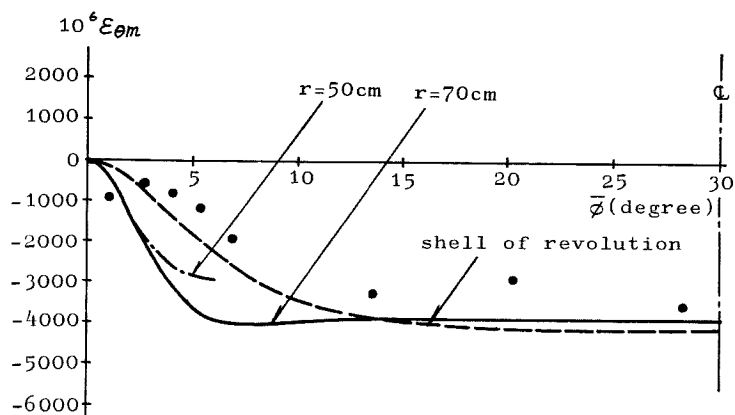


Fig. 5 Distribution of strain along parallel circle on middle surface

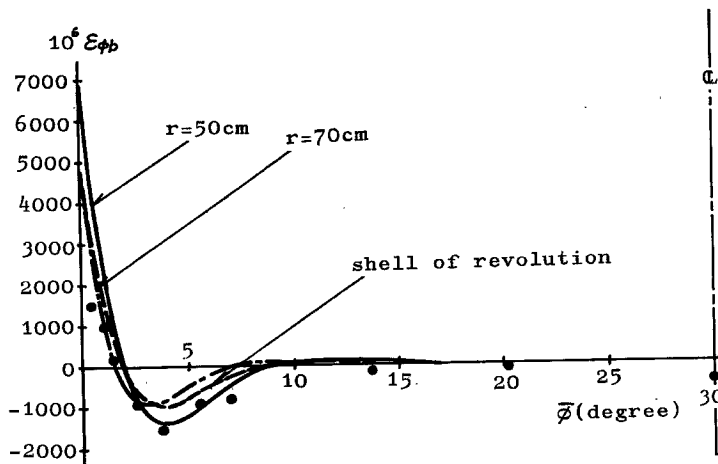


Fig. 6 Distribution of bending strain along meridian

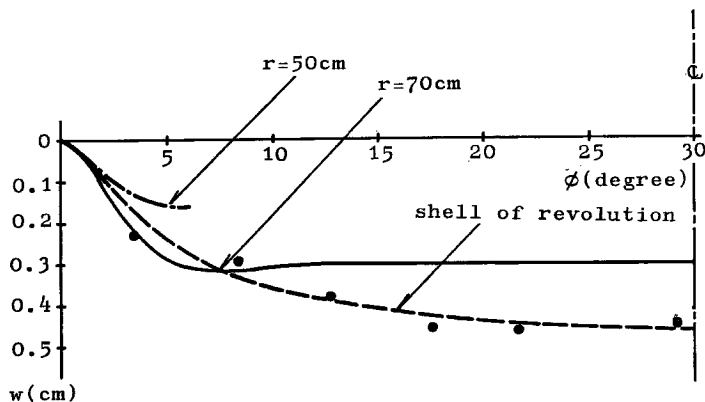


Fig. 7 Radial displacement distribution

5. 理論計算

実験値と比較して、実験精度の検討をするために理論計算を行なった。用いた理論は次式の通りである。

5.1 球殻の理論

当初は完全な球殻を作ることを目差し、実験に先だち模型寸法の決定を行なうために、模型が完全な球面よりなるとした場合の理論計算を行なった。参考のためにここに掲げておく。用いた理論式は開角が比較的大きい場合に精度がよいとされている横尾、松岡の近似理論²⁾ および開角が小さく偏平な場合に精度のよい偏平球殻の理論³⁾ の2つである。計算を行なった結果、この2つの理論による各値の差はほとんど認められなかった。ここで行なった球殻としての理論計算の結果を Fig. 4～Fig. 7 に実験値と共に示してある。図中実線は曲率半径 70 cm、厚さ 2 mm、半開角 30° の場合の値であり、模型の半開角の約 3/8 より頂上に近い部分の曲率半径にはほぼ等しい球面の解である。また図中一点鎖線は曲率半径 50 cm、厚さ 2 mm の場合の値であり、模型の裾付近での経線方向曲率半径に近い球面の解である。

5.2 回転殻の理論

模型を実測した結果、模型の形はその曲率半径が **Fig. 2** にも示したように模型子午線に沿って徐々に変化し、緯円に沿ってはほとんど変化しない回転殻となった。この曲率変化の影響を理論的にも明確にするために、回転殻の理論式を実測した曲率変化を考慮して、差分法を適用して解いた。なお曲げ理論の特解としては膜理論解を用いた。回転殻の軸対称曲げに関する無荷重時の方程式を示すと、釣合式は

$$\frac{r_\theta}{r_\phi} \chi'' + \left[\left(\frac{r_\theta}{r_\phi} \right)' + \frac{r_\theta}{r_\phi} \cos \phi + 3 \frac{r_\theta}{r_\phi} \frac{t'}{t} \right] \frac{\chi'}{r_\phi} - \left[\frac{r_\phi}{r_\theta} \cot^2 \phi + \nu - 3\nu \frac{t'}{t} \cot \phi \right] \frac{\chi}{r_\phi} = -\frac{U}{D}$$

適合条件式は

$$\frac{r_\theta}{r_\phi} \frac{U''}{r_\phi} + \left[\left(\frac{r_\theta}{r_\phi} \right)' + \frac{r_\theta}{r_\phi} \cot \phi - \frac{r_\theta}{r_\phi} \frac{t'}{t} \right] \frac{U'}{r_\phi} - \left[\frac{r_\phi}{r_\theta} \cot^2 \phi - \nu - 3\nu \frac{t'}{t} \cot \phi \right] \frac{U}{r_\phi} = Et\chi$$

となる。なお式中または図中の記号は

ϕ : 頂上より測った開角

$$(\quad)' = \frac{d(\quad)}{d\phi}$$

$$(\quad)'' = \frac{d^2(\quad)}{d\phi^2}$$

$$\bar{\phi} = \alpha - \phi$$

α : 模型の半開角

r_ϕ : 経線方向曲率半径

r_θ : 緯線方向曲率半径

t : 殻厚

χ : 経線要素の角変化

$$U = r_\theta \cdot Q_\phi$$

Q_ϕ : 経線方向面外せん断力

ν : ポアソン比

$$D : \text{板の曲げ剛度} = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$$

E : ヤング係数

なお差分点は $\phi=0 \sim 16^\circ$ は 4° 間隔, $\phi=16^\circ \sim 25^\circ$ は 1° 間隔, $\phi=25^\circ \sim 30^\circ$ は 0.5° 間隔にとった。なお理論計算に用いたアクリライトのヤング係数 $E=28000 \text{ kg/cm}^2$, ポアソン比 $\nu=0.38$ であり, 供試体と同一原材料平板より採取し, 同一加熱冷却履歴をもつ材の引張試験より得た値である。この理論計算により得られた結果は **Fig. 4**~**Fig. 7** 中に破線で示されている。

6. 考 察

理論計算の結果と実験により得られた結果の各値を比較してみると, 各変形量とも, 大きさ, 傾向, 共にかなりの精度で一致しているのが観察される。両者の値の差の最大は経線方向中央面歪で起り, 約35%程度である。総じてこの実験値はかなりの精度で模型供試体の挙動を示していることがわかる。

(その1)¹⁾ において板厚がかなり厚く, 曲面が円筒形であり, 載荷が空気圧で直接加力される場合には, 非常に高精度で模型実験を行ない得ることが示されたが, この実験の結果により板厚の薄い模型を用いた場合においても, 曲面形が正のガウス曲率をもつ場合であっても, 荷重が空気圧により, 直接載荷される場合にはかなりの精度で模型実験を行なうことが可能であると考えられる。

参 考 文 献

- 1) 若林 実, 野中泰二郎, 中村 武: プラスチックを用いた模型実験に関する基礎的研究 (その1), 京都大学防災研究所年報, 第10号 A, 昭42.3, pp. 451~465
- 2) 横尾義貫, 松岡 理: “球殻曲げ理論の近似化”, 日本建築学会論文集, 第49号, 1954, pp. 49~54
- 3) 坪井善勝著: “曲面構造”, pp. 391~397, 丸善