

(続紙 1)

京都大学	博士 (情報 学)	氏名	新納 和樹
論文題目	On fast methods for periodic wave scattering problems with the Calderón preconditioning and the Müller formulation (和訳: Calderónの前処理とMüllerの定式化を用いた周期波動散乱問題の高速解法について)		
(論文内容の要旨)			
本論文はHelmholtz方程式やMaxwell方程式の周期トランスミッション問題の高速多重極法において、線型方程式の反復解法を用いる際の反復回数を減らすためにCalderónの式に基づく前処理法や、Müller の定式化に基づく積分方程式などを検討し、その効果を数値的に確かめたものである。従来からCalderón の式を用いた前処理法の研究や、Müller の定式化に基づく積分方程式などの検討は行われているが、本研究の特色は、周期境界値問題に固有のアノマリに関連した反復回数の増加を検討していること、方程式を並べ替えるだけの手間でCalderón前処理の効果を得ることができることを指摘していることなどである。 本論文は、以下の5章から成っている。 第1章は序章であり、問題の背景や研究の動機、本論文の構成などについてまとめている。 第2章では3次元Helmholtz方程式の2周期トランスミッション問題を取り上げ、PMCHWT定式化を用いた解法におけるCalderón前処理法について述べている。まず、式の並べ方に注意すると、得られる境界積分方程式に現れる作用素の2乗が定数×恒等作用素+コンパクト作用素の形に書けることを示している。このことを利用して、選点法を用いた離散化においては、係数行列(の逆)そのものを前処理行列として使うことを提案している。さらにGMRES法を使用する場合、Krylov部分空間の構造を考慮すると、上述の式の並べ方を用いた場合、前処理をしない元の線型方程式を直接に反復法で解いた方が、解に到達するまでの計算時間がさらに短くなることを示している。次にGalerkin法による離散化を取り上げ、基底関数によるGram行列を前処理行列として用いると、選点法の場合とほぼ同様の前処理法が実現出来ることを示している。さらに、数値実験によってこれらの結果を実証している。数値実験の結果、提案する方法はアノマリ付近においても反復回数を減少させる効果があることが示されている。 第3章では、第2章で示した3次元Helmholtz方程式におけるCalderón前処理法を3次元Maxwell方程式に拡張する方法を示している。ここでは簡単のために非周期トランスミッション問題におけるPMCHWT定式化にGalerkin法を用いた解法を取り上げている。まず、Maxwell方程式において、式を並べる順番に注意すると、得られる境界積分方程式に現れる作用素の2乗が2つの固有値を有する有界作用素とコンパクト作用素の和になることを示している。このことは、境界積分方程式を離散化して得られる線型方程式に対してHelmholtz 方程式の場合と同様な前処理を行うことが可能であることを示唆しているが、この方法を単純にMaxwell方程式に適用すると、得られる行列の正則性が失われる。この問題を解決するために、境界における電流および磁流を、互いに双対関係にある異なった基底関数を用いてそれぞれ離散化することを提案している。この方法によれば第2章と同様なGram行列を用いた前処理法が可能であることを示し、さらには元の境界積分作用素のコンパクト作用素を除いた逆を構成している。次に、上記の諸結果の実装を検討し、まず双対基底の構成法として、2種類の四辺形要素網を用いた屋根型関数による方法を提案している。さらにこの方法によって線型方程式の反復回数を減少させることが可能であることを実証している。ただし境界形状に角がある場合、数値解の精度に問題があることも指摘している。 第4章では、前章の結果を踏まえ、3次元Maxwell方程式の2周期トランスミッション問題におけるMüllerの定式化とNyströmの方法を組み合わせた数値解法を検討している。既往の研究にはMüllerの定式化とNyströmの方法の組み合わせを周期境界値問題の			

高速解法に用いた例はほとんどなく，本研究ではその効果を数値的に実証している．数値実験の結果，Müllerの定式化とNyströmの方法を組み合わせた数値計算法では前処理を使用しなくても良好な解の収束が得られ，従来からの式の並べ方と前処理法を用いたPMCHWT定式化に比べて，より高速な数値計算法が得られることを示している．ただし，アノマリ周辺においては反復解法の反復回数が増加する場合と，増加しない場合があることも指摘している．

第 5 章では，本論文で得られた知見を総括した上で，今後に残された課題について述べている．

(論文審査の結果の要旨)

本論文は光学や音響学において種々の応用を有する周期構造の波動問題を取り上げ、Helmholtz方程式やMaxwell方程式の周期トランスミッション問題の高速多重極法において、線型方程式の反復解法を用いる際の反復回数を減らすための前処理法を検討したものである。具体的には、Calderón の式に基づく前処理法や、Müller の定式化に基づく積分方程式などを検討し、その効果を数値的に確かめている。まず、Helmholtz方程式におけるPMCHWT定式化の作用素の2乗は、方程式を適切に並べると良条件であることをCalderónの式を用いて示し、Galerkin法において係数行列自体を基にした前処理法を提案している。しかし、GMRES法の使用を前提とするならば、提案する方程式の並べ方を使用する限り、単にGram行列を用いて前処理を行った方がかえって高速であることをKrylov部分空間の構造から予想し、これを数値的に実証している。さらに、提案する方法は周期境界値問題に固有のアノマリに関連した反復回数の増加を抑制するためにも有効であることを数値的に示している。このような前処理法は独創的であり、数値的にも簡便かつ前処理効果が高く、その有用性が高く評価される。次に、同手法のMaxwell方程式への拡張法が示されており、未知関数を2種類の基底を用いて展開する構成や、屋根型関数を用いた双対基底の構成法は独創的である。なお、領域に角がある場合には精度上の問題があることを指摘しているが、この問題点はMüllerの定式化とNyström法を採用することによって回避することができ、同時に反復回数も少なく抑えることが可能であることも示している。周期問題においてこのような定式化に基づく高速解法はこれまでほとんど検討されておらず、独創性の高い研究であると評価することができる。これらの研究結果は、周期構造の波動問題の高速解法において有用であり、今後フォトニック結晶やメタマテリアルの研究への応用が期待される。

以上の理由により、本論文は、博士(情報学)の学位論文として、価値あるものと認める。また、平成25年2月13日に論文内容とそれに関連した口頭試問を行った結果合格と認めた。