

高速気体粒子を含む気体論模型 II

東大宇宙研 小口伯郎

1. 高速気体粒子を含む流れに適用する 2 流体分布を昨年提案した。すなわち分布関数 f を

$$f = f_1 + F \quad 1-1$$

と表わし、 f_1 は高速気体粒子についてまた F は衝突を経験した平衡分布に近い粒子の分布関数とする。

I においては f_1 として単にデルタ関数を入れた。これは高速気体粒子の熱運動ともなわれない理想的にビーム状であるとするので実際には温度、圧力、数密度が有限に与えられなければならない。そこで今回はその点に改良を加えた。すなわち f_1 として

$$f_1 = n_1 \delta + \frac{n_1 R T_{10}}{2} \frac{\partial^2}{\partial C_i \partial C_i} \delta \quad 1-2$$

とおいた。ここで n_1 , T_{10} は高速気体粒子の数密度、温度で C_i は熱速度の i 成分を表わす。 δ はデルタ関数で高速気体粒子の平均速度 U のとき

$$\delta(C_x = U)$$

I にあける手法を全く同様に取り扱うと

$$\left. \begin{aligned} c_x \frac{\partial f_1}{\partial x} &= -n_2 L Q f_1 \\ c_x \frac{\partial (f_1 + F)}{\partial x} &= \nu (F_0 - F) \end{aligned} \right\} \quad 1-3$$

そこで

$$\nu = \nu_s + n_1 L Q \quad 1-4$$

$$F_0 = n_2 \left(\frac{m}{2\pi k T_2} \right)^{3/2} \exp \left[-\frac{m}{2k T_2} (c - u_2)^2 \right] \quad 1-5$$

また Q は衝突断面積, 添字 2 は衝突経験粒子に属する量である. ν は衝突頻度で ν_s は衝突経験粒子のもの.

2. 強い衝撃波構造の解析への応用

衝撃波前方の量ですべて無次元化することにし, 定義により数密度 n , 平均速度 u , 温度 T はそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} n &= n_1 + n_2 \\ nu &= n_1 L + n_2 u_2 \\ nT &= n_1 + n_2 T_2 + \frac{2}{3} n_2 (u_2 - u)^2 \end{aligned} \right\} \quad 2-1$$

と得る.

ここで便利のためマッハ数 M と代えて速度比 S を導入する

$$S = \sqrt{\gamma/\pi} M$$

γ は気体の比熱比である.

式(1-3)より

$$n_1 = \exp \left[-\sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_{-\infty}^{\xi} \frac{n_2}{S n_1 + \sqrt{T_2} n_2} d\xi \right] \quad 2-2$$

が容易に得られる。次に

$$\xi = \int_0^x v dx = \int_0^x (v_s + n_1 U_0) dx \quad 2-3$$

また式(1-3)の形式解は容易に得られる。

計算の便宜上 F の代わりに

$$\left. \begin{aligned} F' &= \int F dc_y dc_z \\ F^2 &= \int (c_y^2 + c_z^2) F dc_y dc_z \end{aligned} \right\} \quad 2-4$$

を導入すると式(1-3)の解は

$$F^K(c_x > 0) = \int_{-\infty}^{\xi} \frac{F_0^K}{c_x} \exp \frac{\xi' - \xi}{c_x} d\xi' + \frac{\delta}{\sqrt{2}} \int_{-\infty}^{\xi} n_1 n_2 \exp \frac{\xi' - \xi}{\sqrt{2}} d\xi'$$

$$F^K(c_x < 0) = \int_{+\infty}^{\xi} \frac{F_0^K}{c_x} \exp \frac{\xi' - \xi}{c_x} d\xi'$$

$$\begin{aligned} \text{== } \tau \quad F_0' &= \frac{n_2}{\sqrt{\pi T_2}} \exp \left[-\frac{(c_x - u_2)^2}{T_2} \right] \\ F_0^2 &= \frac{n_2 \sqrt{T_2}}{\sqrt{\pi}} \exp \left[-\frac{(c_x - u_2)^2}{T_2} \right] \end{aligned}$$

結果は形式的に I のものと変りかゝりか、無限前方の温度、圧力が有限に与えられるため、いわゆる Rankine-Hugoniot の条件は厳密に満足される。なお実際の数値計算の結果と見なすと定量的な異とみれることはできないが、式 (1) に見られるように単純 B-G- κ 模型の解と衝撃波前方で大きく変える傾向があり、強い衝撃波の解析に適するとされている Mott-Smith の解に近いものか導かれるものと期待したい。

I 小口伯郎 高速気体粒子を含む気体論模型

数理解析研議究録 70 (輻射ガスカラムの運動方程式の研究會)
報告集 1969年 4月