

Periodicity in the Dripping Spectrum of a Leaky Faucet System

東京都立大学 大学院理学研究科 勝山 智男

蛇口から滴り落ちる滴の落下間隔時系列がカオスの挙動を示すことは、Shaw¹⁾の実験により良く知られている。落下間隔時系列の挙動は、流量に対してきわめて敏感である。したがって、アトラクターを正確に描くためには流量を精密にコントロールしなければならない。このため、これまでの実験的研究は、ごく狭い範囲の流量に対して行われてきた²⁻³⁾。

水温を変化させると流量はわずかに変化するが、アトラクターの形状はほとんど変わらない。このことを利用した水温制御による流量の微調と、従来からの needle valve による流量の粗調とを併用することにより、0.042 から 0.450 cm³/s までの広い流量の範囲で落下間隔の時系列を得た。図1に装置の概略を示す。水タンクは2重筒になっており、内筒には水深 90.5cm で蒸留水が満たされ、筒の下端に取り付けられた needle valve に一定の水圧がかかる。水滴は、valve に取り付けられた内径 5mm のガラス管ノズルから落下する。外筒はラジエーターの役割を果たし、内筒の水温を一定に保つ。落下する水滴の温度は、valve の周囲に巻かれたヒーターに流す電流によって調節される。

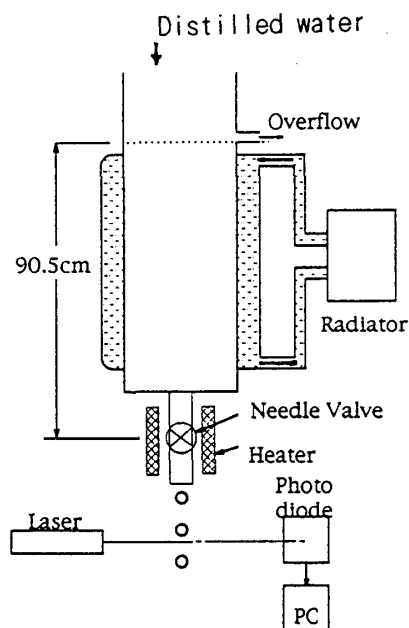


図1 装置の概略。

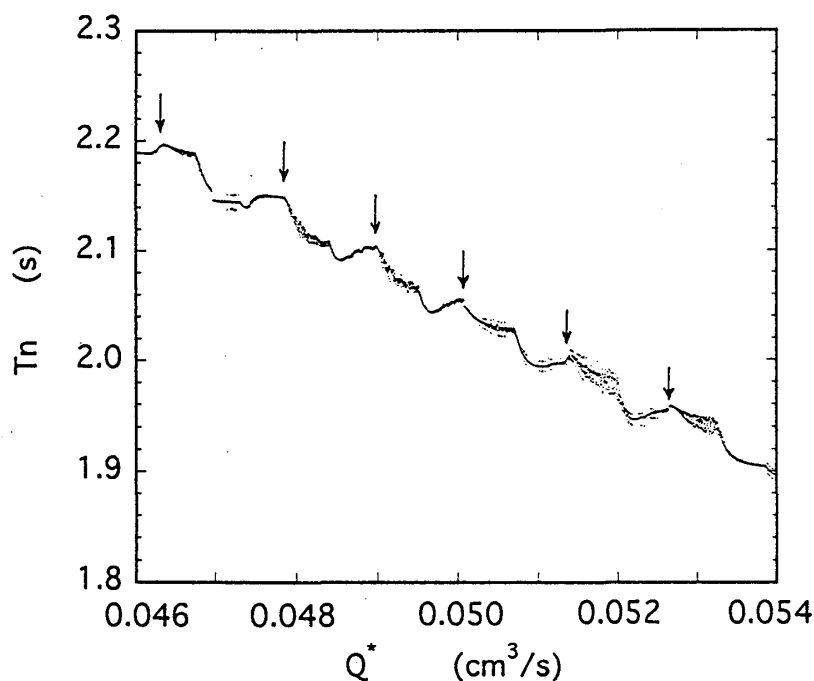


図2 比較的流量の小さな領域での Dripping Spectrum. ↓は安定領域とカオス領域の境界を示す。

落下時間間隔 T_n は流量 Q^* の増加に従い、カオス領域と周期1の安定領域を交互に繰り返す周期性を示した。図2に流量の小さな領域での dripping spectrum (T_n vs. Q^*) のプロットの例を示す。安定領域からカオス領域に移る点 Q_m^* (図に↓で示す、 $m=1, 2, \dots$) において、平均落下間隔は極大値をとる。カオス状態におい

では、 T_n は極大値から変動しながらゆるやかに減少する。極大値 $\langle T_n(Q^*_m) \rangle$ は流量 Q^*_m に対して、

$$\langle T_n(Q^*_m) \rangle \propto Q^*_m{}^{-0.92} \quad (1)$$

の関係を示した。水滴の体積は $T_n Q^*$ で与えられるから、体積が一定であるとする、 T_n は Q^{*-1} に比例するはずである。従って、(1)式は、落下する水滴の体積が Q^*_m とともに次第に増加することを示している。一方、安定状態では Q^* の増大に伴い T_n が急増する。これは、水滴体積の激しい膨張を意味する。このように、水滴の体積が決して一定ではないことは注目すべきであろう。

水滴が、重力に逆らって落下せずにノズルに付着していられるのは、表面張力の作用による。水滴が静止していれば、表面張力は一定の体積の水滴を支えることができる。水滴の体積が変動することは、水滴が決して静止していないことを意味する。水滴を目で観測すると上下方向の振動が見られるが、このような水滴の運動が、落下間隔の振る舞いに重要な役割を果たしていると考えて良いだろう。

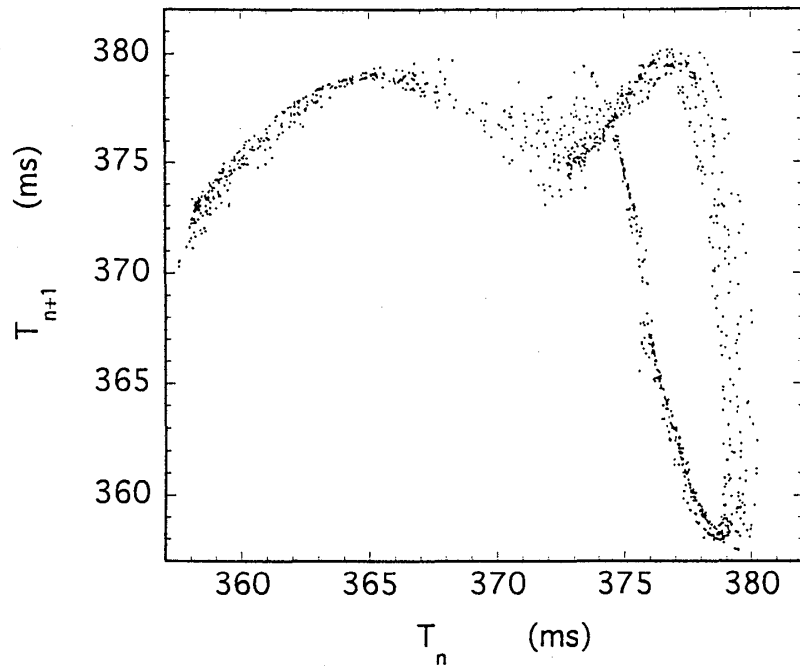


図3 カオス状態における再帰マップの例。 $Q^*=0.320 \text{ cm}^3/\text{s}$ 。

次にカオス状態における再帰マップの例を図3に示す。この図では、マップ $T_{n+1}=f(T_n)$ は多価関数である。このように、多価のものもあるが、得られた再帰マップはどれも well-defined であった。このことは、この水滴落下系が、少なくともカオス状態にあるときは、低次元の力学系で記述しうることを示唆している。

「水滴の運動」と「低次元力学系」と言えば、Shaw のバネモデル¹⁾を思い浮かべる。このモデルは、単純化しすぎたきらいはあるものの、基本的には要点をとらえていると思われる。

References

- 1) R. Shaw: *The Dripping Faucet as a Model Chaotic System* (Aerial Press, Santa Cruz, CA, 1984).
- 2) X. Wu and Z. A. Schelly: *Physica D* **40**(1989)433-443.
- 3) J. C. Sartorelli, W. M. Goncalves, and R. D. Pinto: *Phys. Rev. E* **49**(1994)3963-3975.