

大きい角運動量をもった原子核のイラスト状態の構造

九州大学理学研究院物理学部門 清水良文

§はじめに

本研究会では有限量子多体系における励起構造に焦点が置かれているが、いうまでもなく原子核は有限量子系の典型例の一つであり、かつ、豊富な励起状態を示すことはよく知られている。特に、本講演では高い角運動量を持った励起状態—高速回転極限状態—での原子核構造¹⁾について議論した。

	分子	原子核	アルカリ クラスター	ボーズ 凝縮体	量子 ドット
構成粒子	原子核 +電子	核子 (陽子・中性子)	(背景+) 電子	ボーズ 原子	電子
粒子数	数個～ 数 1000	2～300	2～ 数 1000	$10^4 \sim 10^6$	数個～ 数 1000(?)
大きさ	1～数 100(?) $\text{\AA}(10^{-10}\text{m})$	1～10 $\text{fm}(10^{-15}\text{m})$	1～数 100(?) $\text{\AA}(10^{-10}\text{m})$	$10 \sim 10^4$ $\mu\text{m}(10^{-6}\text{m})$	1～数 100(?) $\text{nm}(10^{-9}\text{m})$
相互作用	クーロン 引力・斥力	核力 引力	有効クーロン 引力	分子間力 斥力/弱引力	クーロン 斥力
束縛性	自己束縛	自己束縛	(背景場+) 自己束縛	外場で 閉じ込め	外場で 閉じ込め
殻構造	あり	あり(重要)	あり(重要)	なし	?
集団励起	振動・回転	振動・回転	振動	回転(?)	?

Table 1: 有限量子多体系の比較 (筆者の不勉強から間違った部分があるかもしれませんが、その時はお許しください)。

まずはじめに、Table 1 にこの研究会で議論の対象となっている有限量子多体系の特徴を自分なりにまとめたものを載せる (比較のために通常の分子も入れた)。構成粒子数・大きさや相互作用の違いによってそれぞれの系は異なった特徴を持つが、特に注目したいのは集団的励起状態 — 振動・回転 — である。分子の場合はこのような振動・回転運動は主に分子を形作っている骨格としての原子核の運動によって起こり、電子の独立粒子的運動とはかなり良く分離している。これに対し原子核の場合、このような集団運動は核子が全体として作る平均場の運動であり、その平均場中の核子の独立粒子運動との相関は強くこれら二つの運動モードは常に競合した形で現れる。特に、回転運動に対してはこれら集団的模式と独立粒子モードとの競合が、原子核の高速回転運動状態を理解する上で重要な役割を果たすことを次の § で見る。他方、アルカリ金属クラスターの場合は、殻構造 (魔法の数の存在) が重要な役割を果たすことなど原子核と似た面が多くあり、実際、原子核での典型的な集団的振動状態である巨大共鳴に対応する振動運動がアルカリクラスターの場合にも系統的に存在することが知られている。しかしながら、クラスターの場合はその構成粒子である電子の電荷を中和する原子核の背景の存在 (電子の質量に比べてずっと重い) があるために、有限系に特徴的な回転運動については今のところ十分研究されていない。これに対し最近になって、ボーズ凝縮体についてはそれを閉じ込めている外場を回転させることにより、ボーズ凝縮体の回転運動の研究ができるようになり、大変興味を持たれている^{2)–6)}。この時、ボーズ凝

縮体は超流動状態にあり回転によって渦 (vortex) が発生することが特徴的なことである (本研究会の町田、笠松、上田各氏の報告を参照)。この講演ではこのようなボーズ凝縮体の回転運動との違いにも配慮しながら原子核の高速回転状態を概観した。なお、高速回転する原子核の構造については、筆者は原子核三者若手の夏の学校で講義を行なったことがあり、もっと詳しい解説はその講義録 [参考文献 1)] を参照いただければ幸いである。

§ 原子核の高速回転状態

孤立系である原子核に角運動量を持ち込み高速回転状態を実現する最も効率的方法は、二つの重い核同士を衝突させて一つの原子核を作る重イオン核融合反応を用いることである。二つの核の間の相対的な軌道角運動量や運動エネルギーが融合核に持ち込まれ、容易に $100\hbar$ 以上の高スピン状態を生成できる。このようにして生成された原子核は一般に高い励起エネルギー状態にあり、最初は核子を放出して冷却するが、やがてエネルギーが核子放出の閾値以下になると今度はガンマ線を放出して脱励起する。この時ガンマ線は同時に角運動量も持ち出し、最終的には角運動量がゼロの基底状態 (偶々核の場合) に落ち着く。この核融合反応に伴って放出される非常に多くのガンマ線を観測することによって高速回転する原子核の構造を分光学的に研究することができる。80年代以降、できるだけ多くの立体角を囲み、精度良くガンマ線のエネルギーを計れる高分解能クリスタルボール型ガンマ線検出器が開発され、原子核の高スピン状態の研究は飛躍的に進んだ。

このように高速回転状態を調べるには励起エネルギー (E) と角運動量 (I) が最も基本的な物理量であり、前者を縦軸後者を横軸にとって原子核の状態を書いた「イラスト図」を考えることが出発点となる。この時、角運動量を生成するためには当然エネルギーが必要であり、与えられた角運動量の下で最もエネルギーの低い状態、または、与えられたエネルギーの下で最も角運動量の高い状態をイラスト状態といい、それを (E, I) -平面上で結んだものをイラスト線という。すなわち、イラスト線の下には原子核の状態は存在せず、イラスト状態では励起エネルギーは回転状態を作るためにのみ使われており、この意味でイラスト線近傍の状態は (回転運動以外の) 内部励起のない「温度の低い」状態であると考えられる。高励起状態にもかかわらず基底状態と同様に一つ一つの量子力学的固有状態を分光学的に研究できるわけである。

それでは原子核にはどれだけの角運動量を持ち込めるのであろうか。理論的に正確な預言をするのは難しいが、原子核の束縛エネルギーを大雑把に記述する液滴模型を回転する場合に拡張することによって、だいたいの大きさを見積もることができる。一般に非常に高速に回転させると、遠心力によって核分裂を起こしてしまう。核分裂の過程で原子核は球形から大きな変形を経て二つに分裂する。従って、与えられた角運動量の下でこのような形の変化に対して安定かどうかを調べることによって、核分裂を起こす臨界角運動量を求めることができる。分裂を防ぐ効果をもつ表面エネルギーは $E_S \propto A^{2/3}$ 、逆に分裂させようとするクーロンエネルギーと回転エネルギーはそれぞれ $E_C \propto Z^2/A$ 、 $E_{\text{rot}} = I(I+1)/2\mathcal{J} \propto I(I+1) \cdot A^{-5/3}$ であることから (A は質量数、 Z は陽子数、 $\mathcal{J}$ は慣性能率)、軽い核でも重い核でも保持できる角運動量は小さくなり、原子核に持ち込める最大角運動量はだいたい質量数 $A \approx 130-150$ の原子核で $I \approx 90-100\hbar$ 程度である。現在までのところ、実際に観測されている最大角運動量は $A \approx 150$ の原子核で見られる超変形回転バンド (長軸と短軸の比が 2:1 の巨大変形回転状態) における $I \approx 70\hbar$ である。

さて、それでは原子核の高速回転状態ではどのように角運動量が生成されているのであろうか、すなわち、イラスト状態の構造はどうなっているのであろうか。ここで考えなければ

ならないのは角運動量を担う自由度であり、原子核においては、構成粒子である核子の独立運動の自由度と原子核全体の運動である集団的自由度である。いうまでもなく核子はフェルミオンであり、パウリ原理に従って平均ポテンシャル中の独立粒子準位を下から順々に占有する。簡単のために調和振動子ポテンシャルを考えると、エネルギー準位は $\hbar\omega(n + \frac{1}{2})$ の形であり、同じ n を持つ軌道が一つの殻(shell)を構成する。 $n \leq N_{\text{osc}}$ まで詰まったとして準古典的に考えると $A \approx \frac{2}{3}(N_{\text{osc}} + 2)^3$ である。核子励起を起こし易いフェルミ面付近で最大の角運動量を持つのは high- j 軌道と呼ばれる、 ls ポテンシャルによって下がって来た特異パリティ軌道の核子であり、それは $j_{\text{max}} = N_{\text{osc}} + 1 + \frac{1}{2} \approx (\frac{3}{2}A)^{1/3} - \frac{1}{2} \approx 5.6\hbar$ ($A \approx 150$) となる。閉殻(魔法の数)核のごく近傍を除くと、一般に原子核の基底状態は角運動量を 0^+ に組んだ核子のクーパ対が凝縮した超伝導状態にあり、核子励起は準粒子励起となる。この時、対を壊して 2 準粒子励起によって角運動量を生成するには、超伝導エネルギーギャップの 2 倍のエネルギー $2\Delta \approx 2 \text{ MeV}$ ($A \approx 150$) を要するが、逆に言えばこの程度の励起エネルギーを与えれば、 $2j_{\text{max}} \approx 11\hbar$ 程度の角運動量は容易に生成できることになる。

角運動量を担う集団的な自由度としては、当然、振動・回転運動が考えられる。ここで集団的回転運動は自発的対称性の破れ(平均ポテンシャルが変形を起こすこと)に付随して起こる南部-ゴールドストーンモードであると考えられることに注意する。従って、球形核では集団的回転運動は存在せず、振動モード(phonon)、特にエネルギー的に有利なものは角運動量 $2\hbar$ を持つ四重極振動、が角運動量の方向を揃えて多重励起することによってイラスト状態が生成される。しかしながら、振動モードの場合はその励起エネルギーに対して固有角運動量は大きくないので、一般にイラスト状態を生成するモードとして振動運動は効率が良くない。従って、球形核では独立準粒子運動が支配的になる。変形核の場合にはこの事情は一変する。集団的回転運動は南部-ゴールドストーンモードに対応することからわかるように励起エネルギーが小さく、基底状態近傍での低励起状態で支配的役割を果たすことは良く知られている。実際、独立粒子近似が成り立つ有限フェルミ系の場合にはかなり一般的な過程のもとに、その慣性能率は剛体値、 $\mathcal{J}_{\text{rig}} = \langle \sum_{a=1}^A M(y^2 + z^2)_a \rangle \approx \frac{2}{5}AMR^2(1 + \frac{1}{3}\epsilon)$ (ここで、 M は核子の質量、 $R \approx 1.2 A^{1/3} \text{ fm}$ は核半径、 $\epsilon \approx 0.2 - 0.3$ は変形度であり、 z -軸を対称軸とするレモン型変形を仮定し回転軸を x -軸に取った) となり、偶々核の場合の第一励起状態 2^+ の場合には、 $E_{\text{rot}}(2^+) = 2 \cdot 3/2\mathcal{J}$ はかなり小さくなる。現実には、核子が超伝導状態にあるために $\mathcal{J} \approx (\frac{1}{2} - \frac{1}{3})\mathcal{J}_{\text{rig}}$ であり、 $E_{\text{rot}}(2^+) \approx 0.1 \text{ MeV}$ ($A \approx 150$) 程度となる。

現実の原子核で独立準粒子励起と集団励起のどちらが角運動量を担うかは微妙な問題であり、変形した平均場を回転させてエネルギーを計算し、最もエネルギーの低い解を求める、すなわち、回転系でのハミルトニアン、 $H - \omega_{\text{rot}}J_x$ ($\hbar\omega_{\text{rot}} = \frac{\partial E}{\partial I}$ は角速度) に対する変分問題を解くクランキングの処法が有効である。この時同時にどのような変形が実現するのかも決定されることに注意する。もし、原子核が球形を保つか、または、変形したとしても軸対称な変形で(実際に近似的に軸対称な解が得られる場合が多い) 対称軸が回転軸と一致する場合は、上の議論からイラスト状態は次々と準粒子励起を起こすことによって構成される。他方、十分安定な変形を起こし対称軸が回転軸に垂直な場合は、集団的回転運動が支配的である。このような、「独立粒子的回転」と「集団的回転」では観測されるスペクトルははっきり異なっており、実験的に明確に区別できる。集団的回転の場合は $E_{\text{rot}} = I(I+1)/2\mathcal{J}$ に従う規則的な回転バンドのエネルギースペクトルを示し、かつ、回転バンドの状態間には大きな集団的四重極電磁遷移の確率を伴い特徴的なガンマ線の遷移が起こるからである。これに対し、独立粒子的回転の場合はエネルギースペクトルは独立準粒子軌道のエネルギー準位の分布に応じて、不規則な値をとる。また、状態間の電磁遷移確率も単一粒子値になり、集

团的遷移に比べて 2-3 桁小さい値を取る。ただし、集团的回転が支配的な場合でも、エネルギー的に有利であれば、2 準粒子励起によって角運動量を集团的回転の方向に揃える「回転整列」が起きる。フェルミ面近傍に high- j 準粒子軌道がある場合には、 $E_{\text{rot}}(I) \geq 2\Delta$ となる角運動量では、それ以上集团的回転を続けるより準粒子の回転整列で角運動量を作る方が有利になり得るからである。イラスト線に沿ってこのような「回転整列」が起これば、そこで角速度が一旦遅くなることは容易にわかる。これは慣性能率の後方歪曲現象 (backbending phenomena) として知られており、いわゆる変形核のイラスト状態では系統的に観測されている。上で挙げた $E_{\text{rot}}(2^+) \approx 0.1$ 、 $2\Delta \approx 2$ MeV の場合は、回転整列が起きる角運動量は $I_{\text{crit}} \approx 10\hbar$ となり、 $2j_{\text{max}} \approx 11\hbar$ と同程度の大きさである。このことから、一般にイラスト状態は集团的自由度と独立準粒子自由度との競合で成り立っていることがわかる。

これに対し、ほぼ集団回転のみでイラスト状態が構成される例外的な場合は、大きな変形を持つ超変形回転バンドの場合である。超変形状態は実は変形によって球形の場合とは違った新しい閉殻が実現することによって起こる。従って、独立粒子準位の間に超伝導状態のエネルギーギャップより大きな殻ギャップが発生することと、大きな変形から来るより大きな慣性能率のために、核子の回転整列が強く押えられるのである。ただし、最近では超変形回転バンドは多くの核で系統的に観測されてきており、超変形回転バンドでも場合によっては回転整列が起きることがわかっている。

これまでの、暗黙のうちに回転軸は変形の主軸に一致することを仮定してきた。このことは例えば剛体の回転の場合にイラスト状態がどうなるかということを考えると自然な仮定である。しかしながら、当然原子核は剛体のように回転するとは限らない。実際、最近では回転軸が変形の主軸から傾いた回転状態がいろいろな場合に観測され始めている。一つの例としては、剛体の場合にイラスト状態の上の励起状態として現れる首振り運動 (wobbling motion) または歳差運動 (precession) に対応するものが挙げられる (本研究会の大井氏の報告参照)。またそれとは別の例として、比較的小さい変形を持つ原子核では集团的回転の効果は小さく、準粒子の回転整列が起こり易いが、特に、フェルミ面近傍に整列を起こす主軸の方向が異なる high- j 軌道が同時に存在する時は、お互いに異なった方向に回転整列が起こり、結果として合成された角運動量が変形の主軸から傾いた方向に向くということが起きうる。そのような場合は、集团的回転の時に角速度を増加させることにより角運動量を大きくするのは違って、異なる方向に回転整列した角運動量ベクトルをはさみの刃を閉じるように互いの角度を狭めることによって角運動量を稼ぐという、全く異なったメカニズムでイラスト状態が生成される。このように原子核の高速回転状態はいろいろな違った形で集团的自由度と独立粒子的自由度が競合することによってイラスト状態が作られ、その構造の理解は有限な多粒子系におけるダイナミックスの豊富な内容を含んでいる。

§ 最後に

この研究会では回転励起状態ということでは、ボーズ凝縮体の回転状態も重要なテーマの一つである。文献 4) では、外場を凝縮体からわずかな角度だけすばやく回転させた後に止めることにより、微小角度の振動を起こさせ、凝縮が起こる前と後の振動運動の違いから凝縮体の回転に対する応答の性質を調べている。これによって有限系としてのボーズ凝縮体の慣性能率の情報が得られるはずである。

文献 5) では、上に述べたクランキングの処法を用いた理論的計算によって渦の発生のメカニズムを調べているが、その時、構成粒子あたりの角運動量 $I/A > 1$ になって初めて渦が発生し、その後渦糸の数が増加するに従って急激に慣性能率が増えることを予言している。

これは大変興味深いが、原子核の場合と比べると、原子核では安定に存在し得ない程高速回転している場合を想定していることになっている。上に述べたように原子核の場合は保持する角運動量の大きさは $I/A < 1$ であり、集团的自由度と独立粒子的自由度の競合によってイラスト線に沿っていろいろな現象が起きることが観測されているのは $I/A < 0.5$ の領域にすぎない。原子核の場合もほとんどの核は超伝導状態になっているが、ボーズ凝縮体の回転の場合に発生するような巨視的あるいは集团的な渦の存在するような状態が存在するものなのかどうかはわかっていない。少なくとも現在までに観測されているイラスト状態はそのような渦のある状態ではなく、そのような状態はイラストから離れた高励起状態に存在するとの理論的予言もあるようである。いづれにせよ、このようにボーズ凝縮体の回転状態と原子核の回転状態は有限系ということで行くつかの類似性はあるにしても、かなり異なっている。それは一つには原子核の構成粒子がフェルミオンであり、パウリ原理に従ってポテンシャルの底から核子数によって決まったフェルミ準位まで占有されているのに対し、ボーズ凝縮体では当然ながらボソンはすべて最低準位を占有している、ということが挙げられる。また、もう一つの違いは、原子核は自己束縛系であり自ら回転するが、ボーズ凝縮体は外場に閉じ込められており、その閉じ込め場を外から回転させることにより「回転させられている」ことであろう。

最後にボーズ凝縮の場合は任意の形の外場に閉じ込めることができるそうであり、その空間的な形が回転状態にどのように影響するのかを調べることは興味深い。原子核の場合は、回転軸と変形の主軸との関係がイラスト状態の構造に本質的な違いをもたらしたが、ボーズ凝縮体の場合はどうであろうか。また、ボーズ凝縮体の慣性能率はどのようになるか、どのように形に依存するのだろうか。原子核の場合は(超伝導状態でなければ)慣性能率は剛体値をとるわけだが、ボソンから成る有限多体系の場合はどうなるのだろうか。このようにボーズ凝縮体の回転状態の研究も有限量子多体系の回転状態ということで興味は尽きない。

参考文献

- 1) 清水良文, 「2000年 原子核三者若手 夏の学校 原子核パート」講義録: 「高速回転および巨大変形の極限状態における原子核構造」、原子核研究, Vol. 45, No. 5, 2000年12月号, pp. 9-61. (最新版: <http://www.nt.phys.kyushu-u.ac.jp/shimizu/download/download.html>)
- 2) B. R. Mottelson, Nucl. Phys. **A690** (2001), 201c.
- 3) S. Stringari, Phys. Rev. Lett. **77** (1996), 2360.
- 4) D. Guéry-Odelin and S. Stringari, Phys. Rev. Lett. **83** (1999), 4452.
- 5) D. A. Butts and D. S. Rokhsar, Nature **397** (1999), 327.
- 6) B. R. Mottelson, Phys. Rev. Lett. **83** (1999), 2695.