

## 超伝導と強磁性の共存状態に於ける 磁気双極子相互作用のいくつかの役割について

埼玉大・理 関 誠 一

(1984年10月11日受理)

### 要 旨

超伝導と強磁性の共存状態に於いて、磁気双極子相互作用が長波長スピン波エネルギーに与える影響を考察し、スピン波エネルギーの縮退の出現或いは消失がLondonパラメータと試料の大きさ(または個々の磁区の平均的な大きさ)の比に強く依存することを指摘する。

膜状試料に於ける磁気双極子相互作用についても考察し、Meissner効果によって膜の磁気形状異方性が増大することを示す。更に、いくつかの磁区構造の安定性についても議論する。

### § 1. はじめに

最近の中性子回析実験<sup>1)</sup>により、希土類化合物、 $\text{ErRh}_4\text{B}_4$ に於いて、超伝導と強磁性の共存状態が強磁性転移温度より低温側の非常に狭い温度範囲で出現することが指摘されており、このような共存状態を誘導する機構についてもいくつかの理論的モデルが提案されている<sup>2)~4)</sup>

BlountとVarma<sup>2)</sup>及び立木と松本と梅沢<sup>3)</sup>は、共存状態では局在スピン間の電磁氣的相互作用が重要になることを指摘した。特に立木等は一連の論文で、電磁氣的相互作用によって共存状態の種々の特異性が誘導されることを明らかにした。

磁場を媒介とする2つの磁気モーメント間の電磁氣的相互作用は良く知られた磁気双極子相互作用(MDI)

$$\frac{\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2}{r^3} - \frac{3(\vec{S}_1 \cdot \vec{r})(\vec{S}_2 \cdot \vec{r})}{r^5} \quad (1.1)$$

で与えられる。 $\vec{S}_1$ ,  $\vec{S}_2$ はそれぞれ $\vec{r}_1$ ,  $\vec{r}_2$ に位置する磁気モーメントであり、 $\vec{r}$ は $\vec{r}_1 - \vec{r}_2$ に等しい。磁場に付随したベクトル・ポテンシャルはMeissner電流を引き起こし、この電流が再びベクトル・ポテンシャルに作用する。従って超伝導状態でのMDIは、非超伝導状態に於ける表式(1.1)と異なってくる。MDIは個々の磁気モーメントの大きさを数Bohrマグネトン、また隣接磁気モーメント間距離を2~5Å程度としても1°K以下であり、MDIそれ自身で強磁

性秩序を誘導することはできないように思われる。しかし、長波長領域の現象ではMDIが重要な役割をする場合もある。実際、非超伝導物質では長波長スピン波エネルギーがMDIから受ける影響のために、磁気共鳴の緩和現象が定性的に変化することが知られている<sup>5), 6)</sup>。本論文の前半の目的は、共存状態でMDIが長波長スピン波に与える影響を調べることである。

MDIの形式は、数学的には2つの磁気モーメント間を伝播するベクトル・ポテンシャルのプロパゲータによって決められる。このプロパゲータは糸に固有の境界条件の下で求められ、試料が薄膜とか微粒子の場合には試料表面の形状に依存する。本論文の後半では薄膜の場合を例にとり表面がMDIにどのような影響を与えるか調べ、共存状態での膜の磁気形状異方性について考察する。

## § 2. MDI が長波長スピン波エネルギーに与える影響

超伝導体に於ける MDI の表式を求めるために、次の熱力学的ポテンシャル補正を考えよう、

$$\Delta\Omega = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \int \cdots \int d\tau_1 \cdots d\tau_n \langle T_{\tau} (H_{\text{int}}(\tau_1) \cdots H_{\text{int}}(\tau_n)) \rangle. \quad (2.1)$$

ここで  $H_{\text{int}}$  は Zeeman エネルギー

$$H_{\text{int}} = -g\mu \{ \vec{h}(\vec{r}_1) \vec{S}_1 + \vec{h}(\vec{r}_2) \vec{S}_2 \} \quad (2.2)$$

を表す。但し、 $g$  と  $\mu$  はそれぞれジャイロ磁気比、Bohr マグネトンである。磁場  $\vec{h}$  はベクトル・ポテンシャルの Heisenberg 演算子  $\vec{A}$  を用いて、 $\vec{h}' = \vec{r} \times \vec{A}$  で与えられる。ベクトル・ポテンシャルはゲージ不変性に関連したある種の任意性のために一意的には定められない。すなわち、物理的場はゲージ変換  $\vec{A} \rightarrow \vec{A} + \vec{r}\chi$  の下で不変である。MDI の定式化には、 $\vec{r}\vec{A} = 0$  で表される横ゲージが用いられる。

摂動の第二次近似を用いれば、式(2.1)、(2.2)より

$$\Delta\Omega_2 = (g\mu)^2 \sum_{i,j} \iint d\tau_1 d\tau_2 I_{ij}(\vec{r}_1, \tau_1; \vec{r}_2, \tau_2) S_{1i} S_{2j} \quad (2.3)$$

( $i, j = x, y, z$ )

が導かれる。但し、 $\phi_i$  で  $\vec{r} \times \vec{A}$  の  $i$ -成分を表せば

$$I_{ij} = \langle T_{\tau} \phi_i(\vec{r}_1, \tau_1) \phi_j(\vec{r}_2, \tau_2) \rangle \quad (2.4)$$

である。更に計算を進めるためにはベクトル・ポテンシャルのプロパゲータ

$$D_{ij}(\vec{r}_1, \tau_1; \vec{r}_2, \tau_2) = \langle T_{\tau} A_i(\vec{r}_1, \tau_1) A_j(\vec{r}_2, \tau_2) \rangle \quad (2.5)$$

超伝導と強磁性の共存状態に於ける磁気双極子相互作用のいくつかの役割についての具体的表式を求めることが必要になる。簡単のため、以下では渦糸効果を見捨てる。その時、磁場は Meissner 電流として知られている電流を次の形で誘導する。

$$\vec{j}(x) = -\int Q(x, x') \vec{A}(x') d^4x'. \quad (2.6)$$

$x$  と  $x'$  は 4 元時空座標を表す。積分核  $Q$  は超伝導の種類に依存する。ここでは London 型超伝導の場合だけを取扱おう。この場合、 $Q$  は London パラメータを  $\lambda_L$  として  $Q(x, x') = \lambda_L \delta(x - x')$  で与えられ、温度零の Fourier 変換されたフォトン・プロパゲータは

$$D_{ij}(\vec{k}, \omega) = \frac{1}{\omega^2 - k^2 - 1/\lambda_L^2} (\delta_{ij} - k_i k_j / k^2) \quad (2.7)$$

となる。式(2.4), (2.7)を式(2.3)に代入すれば、2つの磁気モーメント間の相互作用として次の表式が導かれる。

$$H_d = (g\mu)^2 \left\{ (1/\lambda_L^2 r + 1/\lambda_L r^2 + 1/r^3) \exp(-r/\lambda_L) \vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2 \right. \\ \left. - (1/\lambda_L^2 r^3 + 3/\lambda_L r^4 + 3/r^5) \exp(-r/\lambda_L) (\vec{r} \cdot \vec{S}_1)(\vec{r} \cdot \vec{S}_2) \right\} \quad (2.8)$$

但し、 $\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$  である。 $\lambda_L \rightarrow \infty$  の極限をとれば、良く知られた双極子相互作用(1.1)が得られる。式(2.8)に於ける指数因子  $e^{-r/\lambda_L}$  は、ベクトル・ポテンシャルに付随した準粒子が Meissner 効果のためにあたかも有限質量の準粒子のように振舞うことに起因している。

この段階で MDI が長波長スピン波エネルギーにどのような影響を与えるか調べよう。 $z$  軸の正方向に外部磁場  $h$  が存在する場合を想定して、スピン系のハミルトニアンを次の形式で表す。

$$H = -g\mu h \sum_n S_n - 2J \sum_{\langle nn' \rangle} \vec{S}_n \cdot \vec{S}_{n'} + (g\mu)^2 \sum_{n \langle m} \left\{ (1/\lambda_L^2 r_{nm} + 1/\lambda_L r_{nm}^2 \right. \\ \left. + 1/r_{nm}^3) \exp(-r_{nm}/\lambda_L) \vec{S}_n \cdot \vec{S}_m - (1/\lambda_L^2 r_{nm}^3 + 1/\lambda_L r_{nm}^4 + 1/r_{nm}^5) \right. \\ \left. \times \exp(-r_{nm}/\lambda_L) (\vec{r}_{nm} \cdot \vec{S}_n)(\vec{r}_{nm} \cdot \vec{S}_m) \right\} \quad (2.9)$$

ここで、右辺の第一項、第二項、第三項はそれぞれ Zeeman エネルギー、交換相互作用、MDI を表し、添字  $n, m$  は格子点の位置を与える。また和記号  $\sum_{\langle nn' \rangle}$  は最近接格子の組合せについてだけ和をとることを意味している。標準的な方法でハミルトニアン(2.9)をボソン演算子で第二量子化すれば、

$$H = \sum_k A_k a_k^\dagger a_k + 1/2 \sum_k (B_k a_k a_{-k} + B_k^* a_k^\dagger a_{-k}^\dagger) \quad (2.10)$$

但し、

$$\begin{aligned}
 A_k = & g\mu h + 2zJS(1-r) + S(g\mu)^2 \sum_{r_n \neq 0} \{ -(1/\lambda_L^2 r_n + 1/\lambda_L r_n^2 + 1/r_n^3) \\
 & \times \exp(-r_n/\lambda_L) + (1/\lambda_L^2 r_n^3 + 3/\lambda_L r_n^4 + 3/r_n^5) z_n^2 \exp(-r_n/\lambda_L) \\
 & + 1/2[(1/\lambda_L^2 r_n - 1/\lambda_L r_n^2 - 1/r_n^3) \exp(-r_n/\lambda_L) \\
 & + (1/\lambda_L^2 r_n^3 + 3/\lambda_L r_n^4 + 3/r_n^5) z_n^2 \exp(-r_n/\lambda_L)] \exp(i\vec{k}\vec{r}_n) \} \quad (2.11)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B_k = & -S(g\mu)^2/2 \sum_{r_n \neq 0} (1/\lambda_L^2 r_n^3 + 3/\lambda_L r_n^4 + 3/r_n^5) (x_n^2 - y_n^2 - 2ix_n y_n) \\
 & \times \exp(-r_n/\lambda_L + i\vec{k}\vec{r}_n) \quad (2.12)
 \end{aligned}$$

ここで  $\vec{r}_n = (x_n, y_n, z_n)$  はあるひとつの格子点からそれ以外のすべての格子点に引いたベクトルを表す。 $r_k$  は配位数を  $z$ 、ひとつの格子点から最隣接格子点に引いたベクトルを  $\vec{\rho}$  とすると  $r_k = z^{-1} \sum_{\vec{\rho}} e^{-i\vec{k}\vec{\rho}}$  で与えられる。

スピン波エネルギーを求めるためには  $A_k$  と  $B_k$  の  $k$ -依存性を計算することが必要である。試料の大きさ、隣接格子間距離をそれぞれ  $R, a$  とすると、スピン波像が成立つのは  $\frac{1}{R} < k < \frac{1}{a}$  の波数範囲に限られる。磁区構造が存在する場合、 $R$  を個々の磁区の平均的な大きさとみることとできる。簡単のため、試料は半径  $R$  の球形をしているものとしよう。もちろん、以下で得られる結果の定性的特徴は試料の形には依存しない。

式(2.11)で定義される  $A_k$  の  $k$  に依存する部分は

$$\begin{aligned}
 A'_k = & S(g\mu)^2/2 \{ 1/\lambda_L^2 \int d^3 r \exp(-r/\lambda_L + i\vec{k}\vec{r})/r \\
 & + \int_{c.s.} d^2 S_z [\partial/\partial z \cdot \exp(-r/\lambda_L)] \exp(i\vec{k}\vec{r}) \\
 & - k_z^2 \int d^3 r \exp(-r/\lambda_L + i\vec{k}\vec{r})/r \} + \text{const.} \quad (2.13)
 \end{aligned}$$

と書き換えられることに注意しよう。ここで  $\int$  は結晶表面上での積分であり、 $d^2 S_z$  は表面積要素の  $z$  成分を与える。 $\frac{1}{R} < k < \frac{1}{a}$  の領域では  $e^{i\vec{k}\vec{r}}$  は結晶表面上で激しく振動し、従って式(2.13)の  $\{ \}$  内の第二項は無視できる。その時、次式が導かれる。

$$\begin{aligned}
 A_k = & g\mu h + 2JSz(1-r_k) + 2\pi M/3 + 2\pi(1/\lambda_L^2 - k_z^2)(k^2 + 1/\lambda_L^2)^{-1} \\
 & \times \{ 1 - (\cos kR + 1/\lambda_L R \sin kR) \exp(-R/\lambda_L) \}. \quad (2.14)
 \end{aligned}$$

同様に式(2.12)から

$$B_k = 2\pi g\mu M(k_x - ik_y)^2 (k^2 + 1/\lambda_L^2)^{-1} \quad (2.15)$$

が得られる。

ハミルトニアン(2.10)は Bogoliubov 変換

超伝導と強磁性の共存状態に於ける磁気双極子相互作用のいくつかの役割について

$$a_{\vec{k}} = 1/\sqrt{2} [\cosh \theta_{\vec{k}} (c_{\vec{k}} + c_{-\vec{k}}) + \sinh \theta_{\vec{k}} (c_{\vec{k}}^\dagger - c_{-\vec{k}}^\dagger)] \exp(i\phi_{\vec{k}}) \quad (k > 0)$$

$$a_{-\vec{k}} = 1/\sqrt{2} [\cosh \theta_{\vec{k}} (c_{\vec{k}} - c_{-\vec{k}}) + \sinh \theta_{\vec{k}} (c_{\vec{k}}^\dagger + c_{-\vec{k}}^\dagger)] \exp(i\phi_{\vec{k}}) \quad (k < 0)$$

$$a_0 = c_0 \quad (2.16)$$

$$\tanh 2\theta_{\vec{k}} = -|B_{\vec{k}}|/A_{\vec{k}} \quad (2.17)$$

によって

$$H = \text{const} + \sum_{\vec{k}} \epsilon_{\vec{k}} c_{\vec{k}}^\dagger c_{\vec{k}} \quad (2.18)$$

と対角化される。但し、 $c_{\vec{k}}$  はボソン演算子であり、 $\phi_{\vec{k}}$  は  $\vec{k}$  の方位角を表す。 $\epsilon_0$  は  $A_0$  に等しく、

$$\epsilon_0 = g\mu h \quad (2.19)$$

が成立する。また、 $\frac{1}{R} < k < \frac{1}{a}$  の領域では

$$\epsilon_{\vec{k}} = \{A_{\vec{k}}^2 - |B_{\vec{k}}|^2\}^{1/2}. \quad (2.20)$$

$\epsilon_{\vec{k}}$  は  $\vec{k}$  の大きさだけでなく、 $\vec{k}$  の方向にも依存することに注意しよう。すなわち、スピン波エネルギーは磁化方向に依存する。従って  $\epsilon_{\vec{k}}$  の  $\vec{k} \rightarrow 0$  での極限值を考える時、次の2つの場合が考えられる。そのうちのひとつは、最初に  $k_z = 0$  と置きそれから  $k_x, k_y \rightarrow 0$  の極限をとる場合である。もうひとつは、最初に  $k_x = k_y = 0$  と置きそれから  $k_z \rightarrow 0$  の極限をとる場合である。これら2つの極限に対応したエネルギーをそれぞれ  $\epsilon_0^+$ ,  $\epsilon_0''$  で表せば、

$$\epsilon_0^+ = g\mu h + 2\pi g\mu h/3 [2 - (1 + R/\lambda_L) \exp(-R/\lambda_L)] \quad (2.21)$$

$$\epsilon_0'' = \begin{cases} g\mu h + 2\pi g\mu h/3 [2 - (1 + R/\lambda_L) \exp(-R/\lambda_L)] & (\lambda_L \ll R) \\ g\mu h - 2\pi g\mu h/3 [1 + (1 + R/\lambda_L) \exp(-R/\lambda_L)] & (\lambda_L \gg R) \end{cases} \quad (2.22)$$

$\epsilon_0''$  は  $\lambda_L$  と  $R$  の比によって2つの異なった式で与えられる。図1で示されているように

$$\begin{aligned} f(R/\lambda_L) &= 2 - (1 + R/\lambda_L) \\ &\quad \times \exp(-R/\lambda_L) > 0 \\ g(R/\lambda_L) &= 1 + (1 + R/\lambda_L) \\ &\quad \times \exp(-R/\lambda_L) > 0 \end{aligned} \quad (2.23)$$

が成立するから、磁化方向に垂直に走るスピン波のエネルギーは常に  $\epsilon_0$  より大きく、また、 $\lambda_L \gg R$

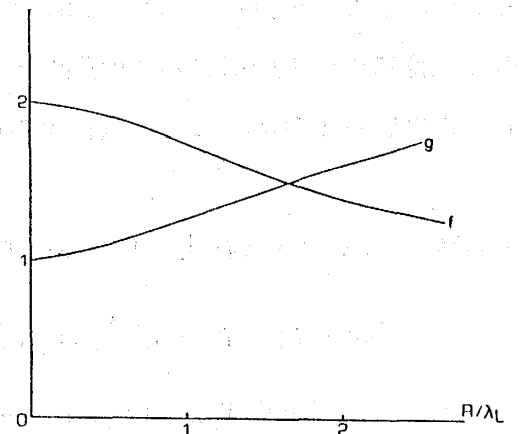


図1 関数  $f$  と  $g$  の  $R/\lambda_L$  依存性。

## 関 誠一

の場合  $\epsilon_0''$  は  $\epsilon_0$  より小さな値を示すようになる。 $\epsilon_0''$  が  $\epsilon_0$  より小さくなることは、 $k=0$  のスピン波と同じ大きさのエネルギーをもつ有限波数  $k_c$  のスピン波が存在することを意味している。このようなスピン波エネルギーの縮退のために、電磁波などで励起された  $k \cong 0$  のスピン波エネルギーが波数  $k_c$  のスピン波エネルギーに流れ込む緩和過程が存在する。しかし、 $\lambda_L \ll R$  の場合には  $\epsilon_0 < \epsilon_0^{\perp} = \epsilon_0''$  となって低波数領域でのスピン波エネルギー縮退は現われない（図2を参照）。従って超伝導と強磁性の共存状態では、 $\lambda_L$  と  $R$  の比の大きさによって磁気共鳴の緩和現象がかなり異なった様相を示すことが予想される。 $\lambda_L$  は温度に依存して  $10^{-5} \sim 10^{-6} \text{cm}$  から無限大までの値をとることから、共存状態での緩和現象が特異な温度依存性を示す可能性がある。

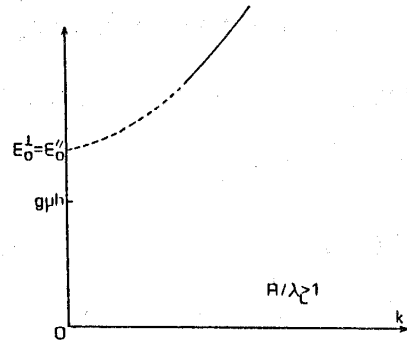
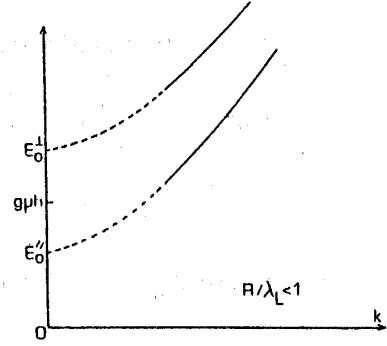


図2 長波長スピン波エネルギー。  
点線は  $k < \frac{1}{R}$  の領域への内挿を表す。

## § 3. 膜構造でのMDI

前節の議論はバルク超伝導についてなされたものであり、表面効果を直接取り入れることはなかった。しかし、試料が膜状或いは微粒子状の場合、表面効果は重要な役割を果たすようになる。一般に表面の存在によって、バルクの場合には見られない新しい電磁波モードが出現する。そのために電磁波を媒介とするMDIも表面による影響を直接受ける。この節では膜の場合を例にとり、表面の存在がどのような効果をもたらすか調べよう。

MDIを求めるためには、ある境界条件の下で一組の微分方程式を解くことが必要になる。厚さ  $d$  の膜表面に垂直な方向を  $x$  軸にとれば、上述の境界条件はフォトン・プロパゲータ及びその  $x$  座標についての微分関数の膜面上での連続性として与えられる。London型超伝導を想定し、また膜が十分薄いために膜内での秩序パラメータは空間座標に依存しないものと仮定する。

その時、Maxwell方程式とLondon方程式の組合わせから次の微分方程式が導かれる。

$$(\omega^2 - \nabla_x^2 - \nabla_y^2 + 1/\lambda_L^2) D_{xx}(\vec{r}_1, \vec{r}_2; \omega) + \nabla_x \nabla_y D_{yx}(\vec{r}_1, \vec{r}_2; \omega) + \nabla_x \nabla_z D_{zx}(\vec{r}_1, \vec{r}_2; \omega) = 4\pi(1 - \nabla_x \nabla^2 \nabla_x) \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \quad (3.1)$$

超伝導と強磁性の共存状態に於ける磁気双極子相互作用のいくつかの役割について

$$(\omega^2 - \nabla_x^2 - \nabla_z^2 + 1/\lambda_L^2) D_{yx}(\vec{r}_1, \vec{r}_2; \omega) + \nabla_y \nabla_x D_{xx}(\vec{r}_1, \vec{r}_2; \omega) + \nabla_y \nabla_z D_{zx}(\vec{r}_1, \vec{r}_2; \omega) = 0 \quad (3.2)$$

$$(\omega^2 - \nabla_x^2 - \nabla_y^2 + 1/\lambda_L^2) D_{zx}(\vec{r}_1, \vec{r}_2; \omega) + \nabla_x \nabla_z D_{xx}(\vec{r}_1, \vec{r}_2; \omega) + \nabla_y \nabla_z D_{yx}(\vec{r}_1, \vec{r}_2; \omega) = 0 \quad (3.3)$$

一般に、線形微分方程式の解は対応する斉次方程式の一般解と非斉次方程式の特解の和として与えられる。一般解は境界条件から定められる定数因子を含んでいるのに対して、特解は境界条件に依存せず従って表面の存在にも影響されない。境界に依存する解は、次のFourie変換された方程式から求められる。

$$(\omega^2 + q_y^2 + q_z^2 + 1/\lambda_L^2) D_{xx}(x, x'; \vec{q}, \omega) + i q_y \nabla_x D_{yx}(x, x'; \vec{q}, \omega) + i q_z \nabla_x D_{zx}(x, x'; \vec{q}, \omega) = 0 \quad (3.4)$$

$$(\omega^2 + q_z^2 - \nabla_x^2 + 1/\lambda_L^2) D_{yx}(x, x'; \vec{q}, \omega) + i q_y \nabla_x D_{xx}(x, x'; \vec{q}, \omega) - q_y q_z D_{zx}(x, x'; \vec{q}, \omega) = 0 \quad (3.5)$$

$$(\omega^2 + q_y^2 - \nabla_x^2 + 1/\lambda_L^2) D_{zx}(x, x'; \vec{q}, \omega) + i q_z \nabla_x D_{xx}(x, x'; \vec{q}, \omega) - q_y q_z D_{yx}(x, x'; \vec{q}, \omega) = 0 \quad (3.6)$$

但し、

$$D_{ij}(x, x'; q, \omega) = \int \exp(-i q_y (y - y')) - i q_z (z - z') D_{ij}(r, r'; \omega) d(y - y') d(z - z') \quad (3.7)$$

である。 $D_{ij}$  の  $y, z$  座標依存性はそれぞれ  $y - y', z - z'$  で与えられることに注意しよう。式(3.4), (3.5), (3.6) から

$$(q_z^2 + 1/\lambda_L^2)(\tilde{q}^2 - \nabla_x^2) D_{yx} - q_y q_z (\tilde{q}^2 - \nabla_x^2) D_{zx} = 0 \quad (3.8)$$

$$- q_y q_z (\tilde{q}^2 - \nabla_x^2) D_{yx} + (q_y^2 + 1/\lambda_L^2)(\tilde{q}^2 - \nabla_x^2) D_{zx} = 0 \quad (3.9)$$

が導かれる。但し、振動数  $\omega$  を零にとり、

$$\tilde{q}^2 = q_y^2 + q_z^2 + 1/\lambda_L^2 = q^2 + 1/\lambda_L^2 \quad (3.10)$$

とした。式(3.8), (3.9)から一般解は  $e^{\tilde{q}x}$  と  $e^{-\tilde{q}x}$  の一次結合で与えられることがわかる。こ

関 誠一

うして、射影演算子  $L_{ij}(\nabla) = \delta_{ij} - \nabla_i \nabla^{-2} \nabla_j$  を用いて定義されたプロパゲータ

$$D_{ij}(\vec{r}_1, \vec{r}_2; \omega) = L_{ij}(\nabla) D(\vec{r}_1, \vec{r}_2; \omega) \quad (3.11)$$

を利用すれば、Fourie変換されたDは

$$D(x, x') = \begin{cases} A \exp(-qx) + D^N(x, x') & (\text{for } x > d) \\ C_1 \exp(\tilde{q}x) + C_2 \exp(-\tilde{q}x) + D^S(x, x') & (\text{for } 0 < x < d) \\ B \exp(qx) + D^N(x, x') & (\text{for } x < 0) \end{cases} \quad (3.12)$$

と表すことができる。D<sup>N</sup>とD<sup>S</sup>は非超伝導状態に於けるプロパゲータを表している。表面上でのDとdD/dxの連続性

$$\begin{aligned} D(x, x') / [dD(x, x')/dx] \big|_{x=-0} &= D(x, x') / [dD(x, x')/dx] \big|_{x=+0} \\ D(x, x') / [dD(x, x')/dx] \big|_{x=d-0} &= D(x, x') / [dD(x, x')/dx] \big|_{x=d+0} \end{aligned} \quad (3.13)$$

から、次式が得られる。

$$\begin{aligned} (q + \tilde{q}) \exp(\tilde{q}d) C_1 + (q - \tilde{q}) \exp(-\tilde{q}d) C_2 \\ = q [D^N(d, x') - D^S(d, x')] + D'^N(d, x') - D'^S(d, x') \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned} (q - \tilde{q}) C_1 + (q + \tilde{q}) C_2 &= q [D^N(0, x') - D^S(0, x')] \\ &\quad - D'^N(0, x') + D'^S(0, x') \end{aligned} \quad (3.15)$$

但し、D' = dD/dx である。式(3.14), (3.15)からは

$$\begin{aligned} C_1 &= (q + \tilde{q}) \{ q [D^N(d, x') - D^S(d, x')] + D'^N(d, x') \\ &\quad - D'^S(d, x') \} / K(q) - (q - \tilde{q}) \exp(-\tilde{q}d) \{ q [D^N(0, x') - D^S(0, x')] \\ &\quad - D'^N(0, x') + D'^S(0, x') \} / K(q) \end{aligned} \quad (3.16)$$

$$\begin{aligned} C_2 &= -(q - \tilde{q}) \{ q [D^N(d, x') - D^S(d, x')] + D'^N(d, x') \\ &\quad - D'^S(d, x') \} / K(q) - (q + \tilde{q}) \exp(\tilde{q}d) \{ q [D^N(0, x') - D^S(0, x')] \\ &\quad + D'^N(0, x') - D'^S(0, x') \} / K(q) \end{aligned} \quad (3.17)$$

が得られる。但し、

$$K(q) = (q + \tilde{q})^2 \exp(\tilde{q}d) - (q - \tilde{q})^2 \exp(-\tilde{q}d) \quad (3.18)$$

超伝導と強磁性の共存状態に於ける磁気双極子相互作用のいくつかの役割についてである。 $D^S$ と $D^N$ を

$$\begin{aligned} D^S(x, x') &= - \int dk \frac{\exp[ik(x-x')]}{k^2 + q^2 + 1/\lambda_L^2} \\ &= - \exp[-\tilde{q}|x-x'|]/2\tilde{q} \end{aligned} \quad (3.19)$$

$$D^N(x, x') = - \exp[-q|x-x'|]/2q \quad (3.20)$$

と表せば

$$D'^S(x, x') = \exp[-q(d-x')]/2 \quad \text{and} \quad D'^N(x, x') = \exp[-q(d-x')] \quad (3.21)$$

$$D^S(0, x') = - \exp(-\tilde{q}x')/2 \quad \text{and} \quad D^N(0, x') = - \exp(-qx')/2 \quad (3.22)$$

となる。更に式(3.21), (3.22)を式(3.16), (3.17)に代入して

$$C_1 = - \frac{1}{2\lambda_L^2 K(q)\tilde{q}} \exp[-\tilde{q}(d-x')] - \frac{(q-\tilde{q})^2}{2K(q)\tilde{q}} \exp[-\tilde{q}(d+x')] \quad (3.23)$$

$$C_2 = - \frac{1}{2\lambda_L^2 K(q)\tilde{q}} \exp[-\tilde{q}(d-x')] - \frac{(q-\tilde{q})^2}{2K(q)\tilde{q}} \exp[-\tilde{q}(d-x')] \quad (3.24)$$

を得る。こうして、式(3.13), (3.23), (3.24)から超伝導体では

$$\begin{aligned} D(\vec{r}_1, \vec{r}_2) &= - \int dq_y dq_z \exp[iq_y(y-y') + iq_z(z-z')] \\ &\times \left\{ \frac{1}{\lambda_L^2 K(q)\tilde{q}} \cosh[\tilde{q}(x+x'-d)] + \frac{(q-\tilde{q})^2 \exp(-\tilde{q}d)}{2K(q)\tilde{q}} \right. \\ &\times \cosh[\tilde{q}(x-x')] \left. \right\} - \int dk dq_y dq_z \exp[ik(x-x') + iq_y(y-y') \\ &+ iq_z(z-z')] \times \frac{1}{k^2 + q^2 + 1/\lambda_L^2} \end{aligned} \quad (3.25)$$

が成立する。

この段階で、プロパゲータの横成分を計算しよう。このために先ず次の関係を導入する。

$$\exp(\tilde{q}x) = \frac{\exp(\tilde{q}d) - 1}{d} \sum_{k_n} \frac{\exp(ik_n x)}{\tilde{q} - ik_n} \quad (3.26)$$

但し、 $k_n = 2n\pi/d$  ( $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ )。この関係は、 $x$ が超伝導体内に制限されるとい事

関 誠一

から導かれる。式(2.4), (3.25), (3.26)から,

$$\begin{aligned}
 I_{xx} = & - \int dq_y dq_z \exp [iq_y(y-y') + iq_z(z-z')] \\
 & \times \left\{ \frac{q^2}{\lambda_L^2 K(q) \tilde{q}} \cosh [\tilde{q}(x+x'-d)] + \frac{q^2(q-\tilde{q})^2 \exp(-\tilde{q}d)}{K(q) \tilde{q}} \right. \\
 & \left. \times \cosh [\tilde{q}(x-x')] \right\} + I_{xx}^b
 \end{aligned} \quad (3.27)$$

を得る。ここで,  $I_{xx}^b$  はバルク超伝導体に於ける  $I_{xx}$  を表している。同様に,

$$\begin{aligned}
 I_{yy} = & - \int dq_y dq_z \exp [iq_y(y-y') + iq_z(z-z')] \\
 & \times \left\{ \frac{q_z^2 + q^2}{\lambda_L^2 K(q) \tilde{q}} \cosh [\tilde{q}(x+x'-d)] + \frac{(q_z^2 - \tilde{q}^2)(q-\tilde{q})^2 \exp(-\tilde{q}d)}{K(q) \tilde{q}} \right. \\
 & \left. \times \cosh [\tilde{q}(x-x')] \right\} + I_{yy}^b
 \end{aligned} \quad (3.28)$$

$$\begin{aligned}
 I_{xy} = I_{yx} = & - \int dq_y dq_z \exp [iq_y(y-y') + iq_z(z-z')] \\
 & \times \left\{ \frac{iq_y}{\lambda_L^2 K(q)} \sinh [\tilde{q}(x+x'-d)] + \frac{iq_y(q-\tilde{q})^2 \exp(-\tilde{q}d)}{K(q)} \right. \\
 & \left. \times \sinh' [\tilde{q}(x-x')] \right\} + I_{xy}^b
 \end{aligned} \quad (3.29)$$

$$\begin{aligned}
 I_{yz} = I_{zy} = & \int dq_y dq_z \exp [iq_y(y-y') + iq_z(z-z')] \\
 & \times \left\{ \frac{q_y q_z}{\lambda_L^2 K(q) \tilde{q}} \cosh [\tilde{q}(x+x'-d)] + \frac{q_y q_z (q-\tilde{q})^2 \exp(-\tilde{q}d)}{K(q) \tilde{q}} \right. \\
 & \left. \times \cosh [\tilde{q}(x-x')] \right\} + I_{yz}^b
 \end{aligned} \quad (3.30)$$

が得られる。 $I_{zz}$  及び  $I_{xz}$  ( $I_{zx}$ ) は式(3.28), (3.29)に於いて  $q_y$  と  $q_z$  をそれぞれ  $q_z$  と  $q_y$  で置き換えて得られる。上式に於いて  $q_y$  と  $q_z$  についての積分を実行すれば,

$$I_{xx}^s = - \frac{\pi}{4(2\pi)^2 \lambda_L^2} \left\{ \frac{1}{\sqrt{(x+x'-2d)^2 + R^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x+x')^2 + R^2}} \right\} \quad (3.31)$$

$$\begin{aligned}
 I_{yy}^s = & - \frac{\pi}{4(2\pi)^2 \lambda_L^2} \frac{(y-y')^2}{R^4} \left\{ 2d - \sqrt{(x+x'-2d)^2 + R^2} - \sqrt{(x+x')^2 + R^2} \right\} \\
 & + \frac{\pi}{4(2\pi)^2 \lambda_L^2} \frac{(z-z')^2}{R^4} \left\{ -2d + \frac{(x+x'-2d)^2}{\sqrt{(x+x'-2d)^2 + R^2}} + \frac{(x+x')^2}{\sqrt{(x+x')^2 + R^2}} \right\} \\
 & + I_{xx}^s
 \end{aligned} \quad (3.32)$$

超伝導と強磁性の共存状態に於ける磁気双極子相互作用のいくつかの役割について

$$I_{xy}^s = I_{yx}^s = \frac{\pi}{4(2\pi)^2\lambda_L^2} \frac{y-y'}{R^2} \left\{ \frac{x+x'-2d}{\sqrt{(x+x'-2d)^2 + R^2}} + \frac{x+x'}{\sqrt{(x+x')^2 + R^2}} \right\} \quad (3.33)$$

$$I_{yz}^s = I_{zy}^s = -\frac{\pi}{4(2\pi)^2\lambda_L^2} \frac{(y-y')(z-z')}{R^4} \left\{ -4d + \frac{(x+x'-2d)^2}{\sqrt{(x+x'-2d)^2 + R^2}} \right. \\ \left. + \frac{(x+x')^2}{\sqrt{(x+x')^2 + R^2}} + \sqrt{(x+x'-2d)^2 + R^2} + \sqrt{(x+x')^2 + R^2} \right\} \quad (3.34)$$

が導かれる。但し、 $R = \sqrt{(y-y')^2 + (z-z')^2}$ 。  $I_{zz}^s$  及び  $I_{xz}^s = I_{zx}^s$  は式(3.32)，(3.33)に於いて  $y-y'$  と  $z-z'$  をそれぞれ  $z-z'$  と  $y-y'$  で置き換えたものである。対称性の関係から  $I_{ij}^s$  の非対角成分は全エネルギーに寄与しない。

一般に、膜の構成物質固有の磁気異方性が存在しない場合、膜内の安定磁化方向は膜面に平行な方向である。磁化が  $\vec{M} : (M \cos \theta, M \sin \theta, 0)$  で与えられる時、表面に垂直な方向に反磁場が現われる。この反磁場によってスピン系のエネルギーは、 $\frac{M^2}{2} \cos^2 \theta$  に比例した分だけ増大する。このような反磁場に起因した磁気異方性は形状異方性と呼ばれている。Meissner 効果はこの形状異方性を強める。実際、磁気モーメント間の相互作用エネルギーを

$$H = \sum_{i < j} \sum_{\mu, \nu} S_{i\mu} I_{\mu\nu}^{ij} S_{j\nu} \\ (x, y, z) \\ = H_{\text{bulk}} + \frac{M^2}{2} \sum_{ij} \{ I_{xx}^{s,ij} \cos^2 \theta + 2 I_{xy}^{s,ij} \sin \theta \cos \theta + I_{yy}^{s,ij} \sin^2 \theta \} \quad (3.35)$$

と表せば、式(3.31)，(3.34)から

$$\sum_{ij} I_{xx}^{s,ij} = -\frac{1}{4\lambda_L^2} \int dx dx' \int 2\pi R dR \left\{ \frac{1}{\sqrt{(x+x'-2d)^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x+x')^2 + R^2}} \right\} \quad (3.36)$$

$$\sum_{ij} I_{xy}^{s,ij} = 0 \quad (3.37)$$

$$\sum_{ij} I_{yy}^{s,ij} = \frac{3}{2} \sum_{ij} I_{xx}^{s,ij} \quad (3.38)$$

となり

$$\sum_{ij} I_{yy}^{s,ij} < \sum_{ij} I_{xx}^{s,ij} \quad (3.39)$$

が示される。

仮りに膜の構成物質に固有の磁気異方性が存在する場合には、Meissner 効果と表面効果の

結合が磁区構造に興味深い影響を与えることが予想される。この論文の残されたページでは、このことについて考えてみよう。図3(I), (II), (III) で与えられた3つの磁区構造について定性的な議論をする。どの磁区も困難軸は面に平行な方向にとられている。非超伝導状態の場合, (I), (II), (III) に対応する単位表面積当りのエネルギーは次のようになる<sup>7)</sup>

$$E_I^N = 2\pi M^2 d \quad (3.40)$$

$$E_{II}^N = \kappa d \quad (3.41)$$

$$E_{III}^N = 16M^2 W / \pi^2 \sum_{n=1} \frac{1}{(2n-1)^3} \times \{1 - \exp[-(2n-1)\pi d/W] + \sigma d/W\} \quad (3.42)$$

$\kappa$  は異方性定数を表す。式(3.42)に於いて、第一項と第二項はそれぞれ静磁エネルギーと磁壁エネルギーを与える。共存状態になると、 $E_I^N$ ,  $E_{II}^N$ ,  $E_{III}^N$  は次のように修正される。

$$E_I = E_I^N - cM^2 d^2 / \lambda_L^2 \quad (3.43)$$

$$E_{II} = E_{II}^N - 3cM^2 d^2 / 2\lambda_L^2 \quad (3.44)$$

$$E_{III} = E_{III}^N + cM^2 / \lambda_L^2 \sum_{n=1} \sum_{n'=1} \frac{1}{(2n-1)(2n'-1)} \int dx dx' \int dy dy' \int dz dz' \times \sin[(2n-1)\pi y/W] \sin[(2n'-1)\pi y'/W] \times \left\{ \frac{1}{\sqrt{(x+x'-2d)^2 + R^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x+x')^2 + R^2}} \right\} \quad (3.45)$$

ここで  $c$  は定数因子である。上式を導く際、式(3.31), (3.32)を用いた。また、 $\kappa \ll 2\pi M^2$  が成立つものと仮定した。 $\lambda_L \rightarrow \infty$  の極限では、磁区(III)は  $d > d_c (= 2\pi\sqrt{J/\kappa})$  の時磁区(I)より安定した状態になる。逆に  $d < d_c$  では(II)がより安定している。 $\lambda_L$  が有限の場合、磁気異方性  $\kappa$  の有効値は

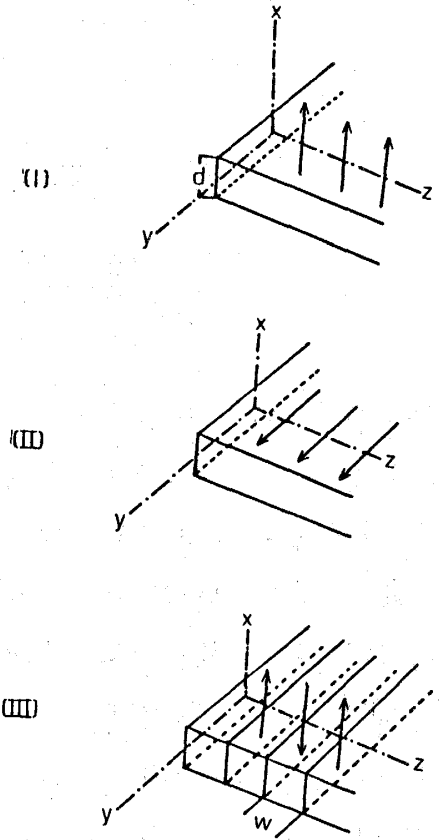


図3 膜内でのスピン配位。

$$\kappa^* = \kappa - \text{const.} \times M^2 d^2 / \lambda_L^2 \quad (3.46)$$

で与えられる。上式の右辺第二項は正だから  $\kappa^* < \kappa$  である。このことと式(3.45)に於ける振動項のために  $E_{\parallel} - E_{\parallel}^N$  が  $E_{\parallel} - E_{\parallel}^N$  に比べて小さくなることを考え合わせれば、前述の臨界厚  $d_c$  は Meissner 効果によって増大することが予想できる。

#### § 4. 要 約

この論文で我々は超伝導と強磁性に於ける共存状態での MDI のいくつかの役割について議論してきた。前半では、長波長スピン波エネルギーの縮退の出現はロンドン・パラメータ  $\lambda_L$  と試料の大きさ（或いは個々の磁区の大きさ） $R$  の比に強く依存することを見た。 $\lambda_L \gg R$  の場合、MDI により磁化に平行に走るスピン波の長波長エネルギー領域で縮退が現われるのに対して、 $\lambda_L \ll R$  の場合にはこのような縮退が消失することを導いた。このような縮退の消失は、強い Meissner 効果のために電磁波が有限質量の準粒子のように振舞うためである。

後半では我々は、膜構造に於ける MDI を考察した。適当な境界条件の下で Maxwell 方程式と London 方程式の組合わせから導かれる微分方程式を解き、MDI に対する表式を求めた。更にこれらの結果を用いて、膜の磁気形状異方性が表面効果によって強められることを見た。また、仮りに膜を構成する物質そのものに起因した磁気異方性が存在するとして、いくつかの磁区構造の安定性に表面効果と Meissner 効果がどのような影響を与えるかについても議論した。

#### 参考文献

- 1) D. E. Moncton, G. Shirane, and W. Thomlinson, J. Magn. Magn. Mater. **14**, 172 (1979).  
D. E. Moncton, J. Appl. Phys. **50**, 1880 (1978).
- 2) E. I. Blount and C. M. Varma, Phys. Rev. Lett. **42**, 1079 (1979).
- 3) H. Matsumoto, H. Umezawa and M. Tachiki, Solid State Commun. **31**, 157 (1979).
- 4) M. Tachiki, H. Matsumoto, T. Koyama and H. Umezawa, Solid State Commun. **34**, 19 (1980).  
町田一成, フィジクス, 半導体物理学(3)(1983), 海洋出版
- 5) M. H. Cohen and F. Keffer, Phys. Rev. **99**, 1128 (1955).  
A. M. Clogston, H. Suhl, L. R. Walker and P. W. Anderson, J. Phys. Chem. Solids **1**, 129 (1956).
- 6) L. R. Walker, Phys. Rev. **105**, 390 (1957).
- 7) Z. Malek and V. Kambersky, Czech. J. Phys. **8**, 416 (1958).