

Mathematica を活用した高大連携授業

千葉聖心高等学校 高木 亜生 (Aoi Takagi)

Chiba Seishin High School

日本大学・理工学部 鈴木 潔光 (Kiyomitsu Suzuki)

College of Science and Technology,

Nihon University

1 はじめに

本校は偏差値的にはあまり高くない私立女子校である。理系クラスは存在せず、従って数学Ⅲも設置されていない。また、数学Ⅱも微分・積分の内容を詳細に扱うまでに到達するのは困難であるのが現状である。しかし、ここ数年、理工系大学に推薦入学を希望する生徒も1学年に数人出てくるようになった。本校ではこういった希望者に対し、授業時間外に少人数制の進学学習会を開催している。ただし、これまで実施してきた進学学習会の内容は、1～2年次に学習した数学の復習や、その応用問題を扱うのが精一杯であり、微分積分の内容まで踏み込むのは困難な状況であった。このような状況下では、たとえ理工系大学に進学しても、大学の授業についていけず、結果退学になってしまうケースも多く見受けられる。

そこで今年度、夏季休暇期間に開催した連続5日間の進学講習会において数学Ⅱで扱う微分・積分の内容を集中的に学習させることを試みた。ただし、あまり詰め込み過ぎると苦手意識を持ってしまう可能性があることから、できるだけ無理のない範囲で、かつ微分・積分の基礎すべての内容を網羅できるように工夫する必要がある。そこで、講習会では大学と連携し、コンピュータを活用して、微分・積分を視覚的に理解させることを試みた。

コンピュータを活用した授業の利点は、正確なグラフが容易に提示できることにある。また、パラメータを変更したグラフの提示が容易であり、動画等を利用すれば、さらに問題のイメージが付きやすい。しかし何よりの利点は、生徒が興味を持ってグラフを見てくれるということであろう。実際に他校での実践例で、コンピュータを活用した授業には生徒の高い関心が得られ、かつ教育効果も上がったことを報告した[1]。ただし、グラフが動くこと等にだけ感心し、数学の理解が得られないようでは意味がない。また、グラフが一瞬で描かれることから、生徒がノートを取りやすいよう、座標軸があらかじめ描かれているプリントを準備する等の工夫は必須である。

本、高大連携授業には2つの大きな目的がある。ひとつは前述した生徒の学習意欲および理解の向上である。もうひとつは、将来教員を目指す大学の学生が、教育現場で実際に使用されるコンテンツを作成することにより、コンテンツ作成能力および指導のシナリオを学習できることである。コンテンツはただ解答を書くのではなく、実際に指導

することを想定しながら作成しないと、効果的なものは得られない。すなわち、実際に教壇に立つわけではないが、学生は指導のシミュレーションができるわけである。

以下、第2章では今年度実際に実施した教育実践について、第3章では教育効果とアンケート結果について、第4章ではまとめと今後の展望を記述する。

2 教育実践

今年度の夏季休暇期間中の進学学習会参加者は3名であった。期間は5日間（各日1コマ）であり、そのうち3日目と5日目にコンピュータを使用した授業を実施した。両日とも、それまでに学習した内容の復習という意味合いが強い。コンテンツはMathematicaを用いて作成した。Mathematicaを用いた理由は、大学で長年にわたって使用されてきたノウハウがあるからである。Mathematicaは非常に高価なソフトであるが、Wolframが無償提供しているCDFプレーヤを利用すれば、高校側はMathematicaのライセンスは必要ない。ただし、CDFプレーヤですべてのMathematicaコンテンツが実行できるわけではなく、CDFプレーヤで実行できるコンテンツを作成する工夫は必要である。以下、Mathematicaを活用した2回の授業（3日目と5日目）の内容を記述する。

3日目の授業は、微分についての内容であった。授業では、最初に微分の計算を復習させた後、接線の方程式および関数の極大・極小についてMathematicaコンテンツを用いて説明した。復習であったため、穴埋めのプリントを作成し、増減表や座標軸もあらかじめ書いておいた。

接線の方程式の説明に利用したコンテンツを図1に示す。これは、プリントに掲載された問題 $f(x) = x^2 - x + 2$ 上の点 $(2, 4)$ における接線の方程式を $y = ax + b$ と書いた時の、 a と b を選択し、チェックボックスにチェックを入れると、直線が描かれるコンテンツである。もし a と b の値が誤りであった場合、描かれた直線は接線にならない。 a と b は手で計算させ、生徒が計算した値を入力することによりグラフを示した。計算した値が正しくないと接線にならないので、生徒は緊張感を持って答えを発表していた。生徒にとって、コンピュータから不正解を表示されるのは、我々教師から不正解と言われるより、衝撃があるようである。

極大・極小の説明に利用したコンテンツを図2に示す。これも、プリントに掲載された問題 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ の極値を与える点2つの x の値を選択し、チェックボックスのチェックを入れると、2つのグラ

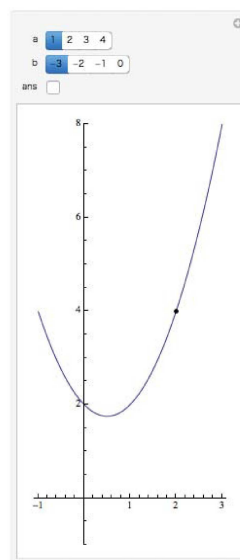


図1: 接線のコンテンツ

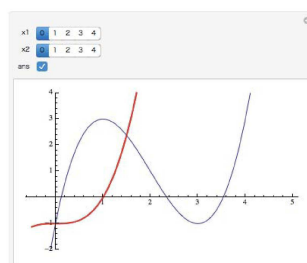


図2: 極大・極小のコンテンツ

フが現れ、正解であれば2つの曲線が重なって表示されるコンテンツである（図2は不正解の場合の例）。

最初から極値が2つであることが示されてしまっていたり、1度グラフを表示すると正解がわかってしまったりするという欠点もあるが、正しい答えを計算し直すくらい意識の高い生徒に対しては、有効であろうと考えられる。

5日目の授業は、まとめの小テストおよびMathematicaによる解説を行った。その内容を図3に示す。小テストの内容は、微分の計算、接線の傾きと接線の方程式、極値の導出とグラフ描画、不定積分と定積分の計算、面積の計算であった。

小テスト終了後、Mathematicaを利用して解説を行った（図4）。この際、Mathematicaの欠点とも言えるべき内容を、むしろ教育に利用することができた。例えば、Mathematicaでは通常結果が昇べきの順に表示されるが、これを通常使用されている降べきの順に答え直させたり、不定積分の積分定数が表示されないので「何か足りないですね。何ですか?」と問いかけて答えを引き出せたりできたことである。

1 $y = x^3$ について、次の問いに答えよ。

(1) $y = x^3$ を微分せよ。

(2) $y = x^3$ 上の点 $(2, 8)$ における接線の傾きを求めよ。

(3) $y = x^3$ 上の点 $(2, 8)$ における接線の方程式を求めよ。

2 $y = -x^3 + x^2 + x$ について、次の問いに答えよ。

(1) $y = -x^3 + x^2 + x$ を微分せよ。

(2) 増減表を作成し、極値を求めよ。

x	
y'	
y	

(3) $y = -x^3 + x^2 + x$ のグラフをかけ。

3 次の積分を計算せよ。

(1) $\int (6x^3 + 2x + 5)dx$ (2) $\int_1^3 (2x + 3)dx$

4 $y = -x^2 + 1$ について、次の問いに答えよ。

(1) $y = -x^2 + 1$ のグラフをかけ。

(2) $y = -x^2 + 1$ と x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。

$x = \square$ のとき極小値 $\square$

$x = \square$ のとき極大値 $\square$

図3: 5日目の小テスト

`D[x^n, x]`

$n x^{-1+n}$

`TraditionalForm[%]`

$n x^{n-1}$

`Integrate[6 x^3 + 2 x + 5, x]`

$5 x + x^2 + \frac{3 x^4}{2}$

`TraditionalForm[%]`

$\frac{3 x^4}{2} + x^2 + 5 x + C$

`Integrate[2 x^3 + 3, {x, 1, 3}]`

14

`Plot[-x^2 + 1, {x, -2, 2}]`

`Integrate[-x^2 + 1, {x, -1, 1}]`

$\frac{4}{3}$

図4: 5日目の Mathematica ファイル

3 教育効果とアンケート結果

授業5日目に実施した小テスト（図3）の結果は、3人の受講生のうち1名はすべての問題を正解した。2名目は接線の方程式以外の問題はすべて正解であった。実はこの生徒は接線の方程式を扱った授業（3日目）を欠席しており、もし出席していたら正解だったかもしれない。3名目は、微分の計算・定積分・不定積分の計算は正解であったが、接線・極値・面積等、応用問題を理解するまでには至らなかった。しかし教科書会社のシラバスでは15コマかけて授業を行うように掲載されている内容を5コマで実践した割には、この実践は比較的良好な結果だと思われる。また前述したように、コンピュータを活用した授業を欠席した内容だけ、小テストが不正解だった生徒もあり、コンピュータを活用した授業の効果はあると感じている。

5日目の授業終了後に、コンピュータを活用した授業に関するアンケートを実施した。“コンピュータを利用した授業への感想”に関しては、「グラフが正確な形で現れるので見やすかった」等、受講生3人とも肯定的な意見であった。また、“今後の数学の授業に対する要望”に関しては、驚くことに「今回の授業のスピードがちょうどよかったので、このペースで授業をお願いします」という意見があった。もちろん教科書に掲載されているすべての演習問題等を行ったわけではないが、前述の通りシラバスで15コマ分の授業を5コマで実施したため、通常では「ちょうどいい」わけではないので、コンピュータを活用したこと、またコンピュータを活用することを想定してプリント等の教材を準備したことが、このような感想につながったのではないと思われる。

4 まとめと今後の展望

試験的な意味合いもあったが、今年度夏季休暇期間中の進学学習会において、数学Ⅱの微分・積分の基礎を、コンピュータを活用することにより5コマで実施した。結果はほぼ良好で、受講者も満足しており、また教育効果もあったと考えられる。

今後の展望として、今年度は時間の関係で実施できなかったが、微分・積分の応用に関するコンテンツを授業に利用していきたいと考えている。実は応用問題こそが、コンピュータを活用した教育に適している。図5に応用問題のコンテンツ例を示す。これは、 $x^3 + 3x^2 - a = 0$ の解の個数が、 a の値によってどう変化するか？という問題に対するコンテンツである。数学があまり得意でない生徒にとって、この問題を読んだだけでは何をしたいかわからず、イメージもわいて来ないかもしれない。図5では、スライダーにより a の値を変化させることにより、解の個数が●で表示される。数学、特に応用問題は、問題文と式あるいはグラフとの関連づけができないと、正解を得るのは難しい。このようなコンテンツを利用することにより、応用問題を解く際の助けになってくれればと思う。

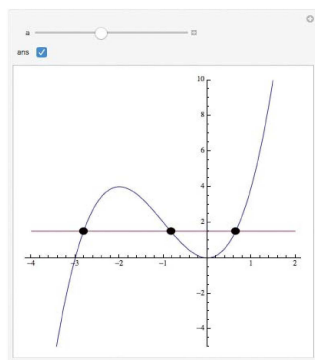


図5: 応用問題のコンテンツ

今回は、夏季休暇中の進学学習会 5 コマという制約があった。理工系大学に進学し、授業についていくためには、応用問題や数学Ⅲに関する内容も理解しておく必要がある。これらを実施するためには、夏期休暇期間中の授業だけではなく、通常の授業でもコンテンツを利用するべきであろう。今回の進学学習会で、コンテンツの利用が効率よく数学を学習するのに役立つことがわかったので、今後は通常の授業においても、コンピュータを活用した授業を展開していきたいと考えている。

参考文献

- [1] 荒井 裕明、藤井利江子、戸塚 英臣、鈴木 潔光：『Mathematica を活用した中学生に対する数学教育支援』，数理解析研究所講究録 1951, pp.182- 189, 2015.