

ライフライン・ネットワークの震後復旧における 最適戦略に関する基礎的研究

能島 暢呂・亀田 弘行

FUNDAMENTAL STUDY ON OPTIMAL STRATEGY FOR POST-EARTHQUAKE RESTORATION OF LIFELINE NETWORK SYSTEMS

By Nobuoto NOJIMA and Hiroyuki KAMEDA

Synopsis

Rapid recovery from earthquake damage is an important issue in lifeline earthquake engineering. This study presents effective procedures to optimize post-earthquake restoration processes of lifeline network systems. In this study, cumulative number of customers connected to supply nodes is used to indicate condition of recovery, and mean time for restoration of overall customers is adopted as a criterion of optimality. First, in order to make all demand nodes connected to supply nodes, the tree structure that covers all the nodes is identified from trunk lines among the original network. Recovery sequencing of damaged components included in the spanning tree is then determined by use of technique of operations research. Next, an easy method to determine optimal division plan of peripheral pipelines is proposed on the basis of the importance and degree of damage of each potential division. By use of this method, average time for restoration can be minimized with a given number of divisions. Some illustrative examples have been shown.

1. 序 論

ライフライン・システムは、都市における水供給処理、エネルギー供給、交通、通信のサービスを担い、都市活動を根底から支える社会基盤施設である。ライフライン系施設は都市内全域をカバーし、また都市間を密接に連結しており、社会活動の高度化に伴って高密度に集積されたネットワーク形態に成長を遂げてきた。従って、広域にわたって外力が作用する地震時のライフライン被害は、施設被害が同時に多発すること、局所的施設被害が広範囲な機能的被害へと拡大すること、などの特徴を持つ。

地震災害時におけるライフライン機能のサービス中断は、社会・経済活動や居住生活に致命的な打撃を与える可能性がある。このため、地震による物的・経済的損害、社会的影響、人命への危険を最小限に抑えるべく、ライフラインの事業主体は、これまでの地震工学の知見を活かして種々の対策を講じる努力を続けてきた。ライフライン地震防災対策は、(1) 力学的強度の増加による物理的被害の未然防止、(2) 冗長性・バックアップなどのネットワーク形態を活用したサービス継続措置、(3) 緊急シャットダウン等のシステム・オートメーションによる危険防止・被害波及防止、(4) 効率的な復旧による早期正常化から構成されている¹⁾。

このうち、地震時外力への抵抗力を増加させる(1)が最も程接的な効果を期待できることはいうまでもない。しかしながら、高度に集積した施設を全面的に強化することは、経済的制約等のため実現が困難であり、施設全般に一樣に高い耐震性を与えることができない。このため震度5程度の地震から被害が出現することが知られている。そこで(1)でカバーできない部分では被害を回避できないため、(2)~(4)の対策によって被害に対処する必要がある。本研究は、このうち特に(4)を対象としたものである。

ライフライン地震被害は一過性の被害ではなく、初期被害が同一であっても正常化するまでの経過が異なれば、累積する被害の影響は異なるものになる。(4)の基本的考え方は、被害への対処を効率的に行って復旧プロセスをうまく制御して被災前の状態に迅速に戻し、被害の影響を最小限に抑えるものである。

J. D. Williamsによれば「戦略」とは、「行動の完全無欠な計画であって、敵の行動や自然の状況によって変更撤回されえないもの」であり、相手のいる場合の、行動の系統的な計画といえることができる²⁾。ライフライン地震防災における「復旧戦略」とは、単なる復旧方針ではなく、復旧過程を最適化することを目的とした事前策であり、被害状況に応じて復旧作業の進め方を提示することができるような防災計画であると定義することができる。

星谷らは、確率過程論に基づく構造的復旧予測モデル³⁾および連結性解析に基づく機能的復旧予測モデル⁴⁾をもとに、上水道システムを対象にして、3種類の基本戦略(集中給水計画・拡散給水計画・現状直視型)を組み入れた復旧予測法を提案した⁵⁾。Kameda, Goto and Kasuga⁶⁾は、上水道システムにおける震後復旧段階を4段階に区分して、それぞれ(i)消火用水確保、(ii)拠点への重点給水、(iii)都市生活可能水準の維持、(iv)平常の都市機能確保を目指すものと規定し、このうち(ii)段階を対象とした連結性信頼度予測および(iii),(iv)段階を対象とした機能水準信頼度予測を行った。関屋・土岐・佐藤⁷⁾は、ガス供給管網の復旧支援システムにおいて、ネットワーク特性を考慮した復旧順位策定法と、動的計画法を用いた復旧班配分法を提案した。このほか、上水道、ガス、電力、通信、道路交通の個別システムの復旧戦略を対象とした研究に、文献8)-15)などがあり、複数ライフラインを同時に扱ったものとしては、文献16)-19)などが挙げられる。

復旧戦略に関する従来の研究は、種々の復旧方針に基づいてシミュレーションによる復旧予測を行い、方針の優劣を比較するものが多い。本研究は、そのような試行錯誤をできる限り排除し、評価基準を明確に定式化して数理計画法やグラフ理論を援用することにより、所定の被害状況に対する最適な対処行動としての復旧作業の進め方を回答するような方法を提案することを主眼とした。なお本研究においては復旧作業に関わる種々の拘束条件・制約条件(システム固有の作業特性や、天候等の復旧支障要因など)は考慮せず、供給系のライフラインを単純化したシステムを対象としている。また効果的な復旧を実現するには、事前の綿密な計画、復旧人員・復旧物資の準備、そして事後における被害状態の正確な把握が必須条件となるが、ここでは地震直後に被害に関する情報が正確に与えられている状態を前提とした。

供給系ライフライン・ネットワークは、少数の供給源から極めて多数の需要家にサービスを提供するため、階層構造を持つネットワークとなっている。幹線供給網(送・配水管やガス高・中圧管)と末端供給網(給水管やガス低圧管)では、ネットワーク形態、カバーするエリア、管路延長、管径、管材質、構造的強度など、あらゆる点で性質を異にし、従ってそれぞれの被害形態も防災対応の理念も異なる。そこでネットワークを上層・下層の2段階に区別して、各階層ランクに適した戦略を別個に設けることとした。

2. では、復旧戦略の中心的意義を持つ、復旧率の指標の定義および「最適性」の規定を行い、復旧過程の数理モデルを示す。

3. では、2. の定式化をもとに、階層的に上層にあたる幹線管路網を対象とし、被災要素の最適復旧順序の策定法を扱う。

4. では、同じく2. の定式化をもとに、階層的に下層にあたる末端管路網を対象とし、復旧効率化の

ための最適ブロック化方策の問題を扱う。

2. 復旧過程の評価基準と定式化

2.1 復旧曲線の定義

ライフライン系の震後復旧過程を表現する方法として、一般的に復旧率の時間的推移を記述した復旧曲線が用いられ、通常は横軸を地震発生後の経過時間、縦軸を復旧率とする場合が多い。縦軸の復旧率の指標としては、主として（１）被害要素修理率、（２）需給節点連結率、（３）サービス充足率が挙げられ、それぞれ、構造的回復度・ネットワーク形態的回復度・機能的回復度に基づくものである。また、復旧過程の最適性の評価基準としては、（１）平均復旧時間（未復旧率の累積値）、（２）復旧完了時間、（３）経過時間に応じた復旧率、などが挙げられる。

上記の「復旧率の指標」および「最適性の評価基準」の選択方法によって最適戦略は異なるものになるが、両者を規定する重要な要因として、以下の２点が挙げられる。

- （１）震後の復旧段階とその目的……復旧段階は、危険防止と被害波及防止が優先される緊急対応と、サービス地域において最低限度の機能を確保することを目標とする応急復旧段階、およびシステムの完全な回復を目指す本復旧段階の３段階に大別することができる。
- （２）復旧の対象となる施設のネットワークにおける階層的位置……ネットワークの中核的な役割を担う基幹施設の復旧、サービス・ネットワークのうち幹線管路網（送・配水管やガス高・中圧管）の復旧、および末端供給網（給水管やガス低圧管）の復旧に分類され、上層部・下層部における復旧の進め方はかなり異なったものになる。

以上の観点から、本研究ではライフライン系の復旧戦略を２段階に分けて別個に取り扱う。

一つは、階層的に上位に位置する幹線網の応急復旧である。この部分は被害発生後にまず節点連結性の早期回復が課題となる部分であり、被害は下位施設の被害数に比べて少ないと考えられる。ここではネットワークをノードとリンクよりなるグラフとして扱うものとする。ネットワークの冗長性・階層性を考慮して、１つ１つの被災要素の復旧順序を決定し、ネットワークの全てのノードを効率よく連結させる方法に関する考察を行う。なお被災要素の修理によって供給ノードと需要ノードが連結された時点をもって、その需要ノードが復旧したと考える。

もう一つは、システム全体の機能の正常化へ向けて、上位施設の復旧完了後に、下位の末端供給網の本復旧が行われる部分である。ここでは、かなりの被害が管路網全体に分布していると考えられ、ブロック分割による被害ブロックの限定、無被害ブロックにおけるサービス継続、および被害地域におけるサービス遮断・復旧作業・サービス再開という一連の復旧作業が主たる災害対応となる。そこでブロックごとに要素群をまとめ、ブロック内の被害要素がすべて修理された時点でそのブロックが復旧するものと考え、被災ネットワークのブロック分割の最適方策に関する考察を行う。

2.2 復旧過程の定式化

上記の二つの問題において共通の概念を整理しておく。まず、ここで用いる諸量の関係および復旧曲線の一例を Fig. 1 に示す。復旧率の尺度は、復旧したノード v_j （もしくはブロック B_j ）の需要家数（もしくは需要量） h_j の累積値とし、そのノード（ブロック）の復旧が終了した地震発生後経過時間を T_j とする。また最適性を議論するための評価基準として、本研究では一貫して平均復旧時間 t_A を採用する。これは復旧曲線の上部の面積、つまり未復旧率の累積値に対応する指標である。これらの定義によって、復旧の最適化は t_A の最小化となり、 h_j を重みとする重み付き遅延時間和の形として次式で表される。

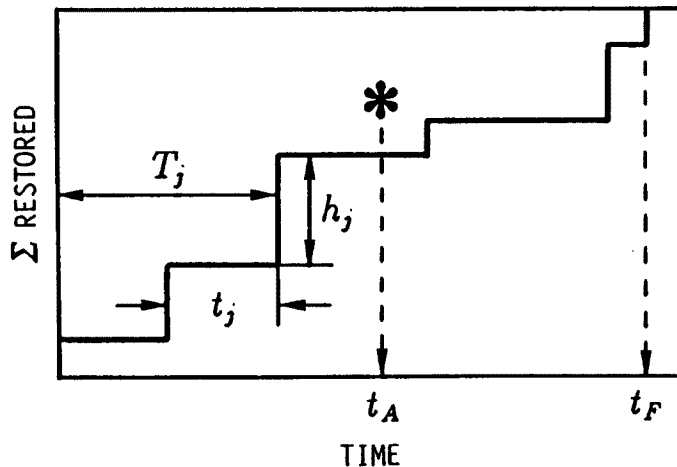


Fig. 1. Formulation of restoration curve.

$$t_A = \frac{\sum_j (h_j \cdot T_j)}{\sum_j h_j} \rightarrow \min \quad \dots \dots \dots (1)$$

需要家間相互における復旧時間の格差は、 T_j の t_A まわりのばらつきで評価されるので、 t_A だけでは需要家間の不公平までは議論できない。しかし、全サービス域における需要家の不便の総和を表しているという意味を持つので、復旧プロセスの評価基準としては、第一義的な指標と考えてよい。参考のため同図には、復旧完了時間 t_F も示されている。式(1) の T_j は、

さらに各ノード v_j (ブロック B_j) の復旧が1つつ順番になされる場合には、その復旧順序を $\sigma(j)$ 、復旧所要時間を t_j とすると、

$$T_j = \sum_{\sigma(k) \leq \sigma(j)} t_k \quad \dots \dots \dots (2)$$

となる。詳しくは後述するが、3. では各ノードの h_j および t_j が既知であり、 $t_A \rightarrow \min$ をみたく順序 $\sigma(j)$ を求めるスケジューリング問題を扱う。また4. では、ブロック分割の境界の定め方によって各ブロックの h_j 、 t_j が変化することに着目し、所定のブロック分割数で $t_A \rightarrow \min$ となる分割方法を探る手法を扱う。

3. ツリー構造を用いた上位管路網の被災要素復旧戦略

3.1 概 説

ライフライン・ネットワークのノード集合を V 、リンク集合を E とし、グラフ構造を有向グラフ $G = (V, E)$ で表現する。簡単のため $v_1 \in V$ のみを供給ノード、 $\{v_i \mid i \neq 1, v_i \in V\}$ を需要ノードとする。

ライフライン系は通常冗長ネットワークとなっているため、震後復旧の第一段階では破壊リンクのすべてを修理する必要はなく、 V を張る有向木 T を取り出してリンク $e_j \in T$ の中で破壊している要素を修理すればネットワークの連結性を回復することが可能である。ここで木 (tree) T とは、タイセットを含まず、 $|T| = |V| - 1$ となるリンク集合 $T \subset E$ のことをいう。また有向木 (directed tree) とは、全てのノードがあるノード r から到達可能であるような根 (root) r を有する木のことである²⁰⁾。被災ネット

ワークの連結性回復は、ツリー構造の連結なグラフ $G_T=(V, T)$ を完成することと、ネットワークの形態のうえでは同じ意味を持つ。

ところで、並列リンクおよび有向閉路を含まない連結な有向グラフの有向木の総数は、各ノード v_i の負の線度を δ_i^- とすると、 $\prod_{\delta_i^- \geq 1} \delta_i^-$ となる（証明略）。このことからわかるように、ツリー構造を決定するには膨大な数の木の中から1つの構造を選択する必要がある。本研究では、3.2において全需要ノードを供給ノードに効率よく連結させることができるようなツリー構造決定法を3種類とりあげて比較を行う。ただしここでは、ノードには被害がなくリンクのみに被害があるものとし、被害リンク e_j の修理に必要な時間 t_j がすべて既知であると仮定する。なお、ネットワークが最初からツリー構造であれば、当然ながら3.2のステップを省略できる。

3.4では、決定されたツリー型ネットワークに含まれる被災要素の順序決定問題を扱う。従来からの経験的な復旧方針をふまえつつ、数理計画法の分野におけるスケジューリング問題の解法を応用して、平均復旧時間 t_A の最短化を実現する最適復旧順序の決定方法に関する考察を行う。

ツリー構造に含まれる被害リンクの復旧が完了すると、ネットワークのすべてが連結となり、これによって連結性回復がなされたと解釈する。3.ではこの状態を復旧完了とよび、ネットワークの被害リンクの復旧がすべて完了した状態をさすものではない。また、連結性を基準としているので、流量・圧力等のネットワーク・フローの条件を考慮しないものとする。

3.2 ネットワーク連結性回復のためのツリー構造

(1) 最小木 (Minimum Spanning Tree)²⁰⁾

グラフ $G=(V, E)$ の各リンク $e_k=(v_i, v_j)$ に重み $w(k)=w(v_i, v_j)$ が与えられているとき、 G の木 $T \subset E$ の中で、リンクの重みの総和 $\sum_{e_k \in T} w(k)$ が最小であるような木を G の最小木という。本研究においては、重みをリンク e_k の修理の所要時間 $w(k)=t_k$ とするので、連結性復旧完了までの時間 $t_F=\sum_{e_k \in T} t_k$ が最小となる木を意味し、最短時間で孤立ノードを解消できるリンク集合に対応する。

無向グラフの最小木を求めるには、グリーディー算法 (greedy algorithm; どの段階においても、ある最適性を守る手続きを繰り返して行えば、最終的に最適解が保証されるような手続き) を適用することが可能であり、Prim(1957) が優れたアルゴリズムを与えている²⁰⁾。本研究では新たに、供給ノード v_1 を根とする有向グラフの最小木を求める手続きを考案した。そのアルゴリズムを **Table 1** に示す。

(2) 最短距離木 (Shortest Path Tree)^{20), 21)}

Table 1. Algorithm for minimum spanning tree of directed graph

Step 1	$T \leftarrow \phi, R \leftarrow \{r\}$
Step 2	if $ R = V $, terminate the algorithm, else, goto Step 3
Step 3	select a node $p \in V - R$ such that all $father(p) \in R$
Step 4	select a $father(p)$ with the smallest value of $w(father(p), p)$; if $w(father_1(p), p) = w(father_2(p), p)$, select $father(p)$ with the smallest value of $dist(r, father(p))$; $T := T + e(father(p), p)$; $R := R + p$
Step 5	return to Step 2

V	: a set of nodes
T	: a set of links included in tree
r	: the root of graph
$e(u, v)$	: a link originated from node u and directed to node v
$w(u, v)$	: weight of a link $e(u, v)$
$dist(r, v)$	: distance from node r to node v

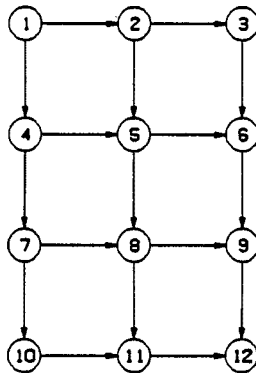


Fig. 2. Original network.

Table 2. Direction of links in random trees (See Fig. 2.)

node No. random tree No.	5	6	8	9	11	12
1	—	—	—	—	—	—
2	—	—	—	—	—	—
3	—	—	—	—	—	—
4	—	—	—	—	—	—
5	—	—	—	—	—	—
6	—	—	—	—	—	—
7	—	—	—	—	—	—
8	—	—	—	—	—	—

1つの基準ノード v_1 に関する最短距離木 T とは、 v_1 を根とし、かつ T にそってのパス P_{1i} が v_1 から v_i への最短パスであるような木である。本研究の場合、最短距離木はあらゆる点 v_i について、 $\sum_{e_k \in P_{1i}} t_k$ がすべて最小となる木となる。つまり、供給ノード v_1 と連結していない特定の需要ノード v_i が、最短時間で v_1 に連結される可能性を持つ木である。供給ノード v_1 から需要ノード v_i にいたる最短経路を探索し、それらに含まれるリンク e_j を T に組み入れることによって最短距離木が求められる。なお本研究では最短経路探索には Floyd のアルゴリズム^{20), 22)}を用いた。

(3) 直交表を用いたランダムな木

前述の最小木および最短距離木とは異なり、制約なしにランダムに発生した木を用いて比較検討を行う。木を任意に選ぶ方法として、実験計画法における要因配置法を応用した直交表²³⁾を用いて、多くの場合を適度に網羅し、かつ必要最低限度の数の木を選出する方法をとる。例えば、Fig. 2の有向グラフで表現されるネットワークの木の総数は、3.1でもふれたように、 $\prod_{\delta_i \geq 1} \delta_i = 2^6 = 64$ 個ある。これに対し、直交表を用いて発生される木は、Table 2に示す管路連結方向の組合せに基づいて8種であり、ノード5, 6, 8, 9, 11, 12に接続する管の方向が、縦・横それぞれ4回ずつ出現するような組み合わせとなっている。直交表ではノードの数と同じオーダーの数の木が生成される。

(4) グラフの縮約

以降の計算の便利のため、ツリー構造に含まれる非破壊リンク $\{e_k \mid e_k \in T, t_k = 0\}$ を除去し、全てのリンクが破壊リンクとなるようにツリー構造を変換する。あるリンクを取り除いてから両端のノードを結合する操作を短絡除去²⁰⁾ (contraction) という。この操作を $G_T = (V, T)$ の中の非破壊リンクを対象として行くと、縮約グラフ $G_C = (V_C, T_C)$ が得られる。ここで、非破壊リンク $e_k = (v_i, v_j) \in T - T_C$ を短絡除去した場合、 v_i と v_j を結合したノード $v_C \in V_C$ は、 $h_C = h_i + h_j$ を満たすものとする。

ツリー構造化と縮約の例を、Fig. 3(a)-(c)に示す。Fig. 3(a)の全被災リンクの修理に必要な時間が96であるのに対し、Fig. 3(b)の最小木およびFig. 3(c)の最短距離木を用いた連結性回復時間はそれぞれ44, 50に短縮されていることがわかる。なお縮約のため、無被害リンクから接続するノードは表示されていない。

3.3 最適復旧戦略の前提条件

2.の定式化における表記に従って、式(1)を最小化する被災要素復旧順序を求める方法を示す。ここで、3.2によってネットワークがすでにツリー化され、復旧の対象となる有向木が得られているので、リンク e_j はノード v_j と $e_j = (\text{father}(v_j), v_j)$ のように1対1に対応している。ここではノードに被害はな

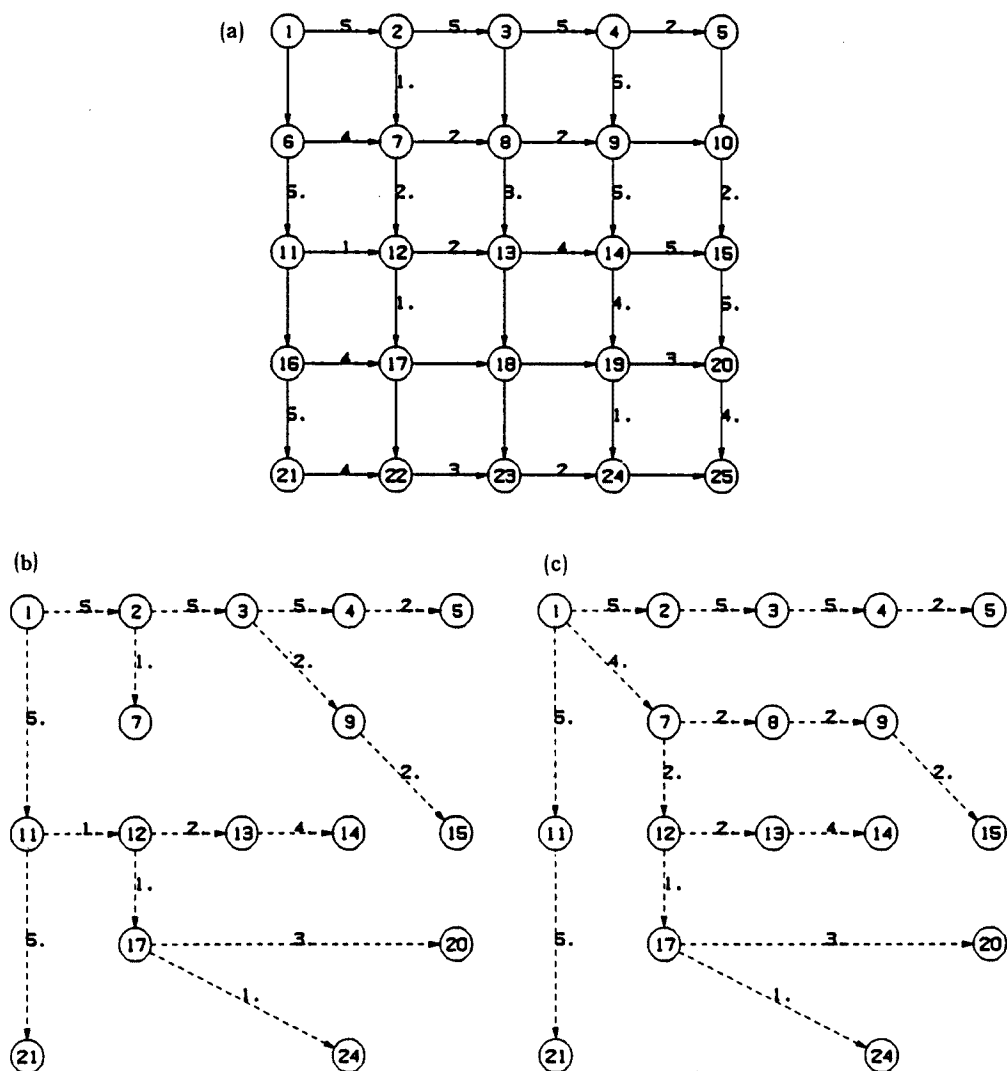


Fig. 3. Identification of tree structure.

(a) Original network (total time=96)

(b) Minimum spanning tree (total time=44)

(c) Shortest path tree (total time=50)

いとしているので、被災リンク e_j より上流側の要素の被害がすべて修理されている場合、 e_j が修理されると同時に v_j の復旧となる。そこで、記号 t_j および $\sigma(j)$ を、リンク e_j とノード v_j の復旧所要時間および復旧順序を表すものとして、区別せずに用いる。

また復旧作業を進める際の条件として、以下の3点を仮定する。

- (1) 復旧資材・人員（以下では復旧資源という）は、復旧開始から終了まで一定量である。
- (2) 復旧資源は遊休せず、割り当てられた作業が終了すると別の作業に移るものとする。
- (3) 破壊要素の復旧所要時間は、その作業に割り当てられる復旧資源に比例して短縮される。つまり（投入される復旧資源量） $\times$ （復旧所要時間）は一定であり、復旧効率の飽和効果は無いものとする。

以上の仮定のもとでは、被害要素を1要素ずつ復旧した方が、多数の作業を分担して並行して進めるよりも有利であることが導かれるので、式(2)が成立するものとする。また、ネットワークの階層性によって作業間に先行関係が存在する場合、その順序に従った方が有利であることも自明である。例えば被害が上流側と下流側にある場合に、下流側を修理しても上流側が修理されていない限り下流側が回復しない場合をいう。

実際には上記の仮定(3)には無理があり、1被害箇所全資源を投入することは考えられない。この問題については、動的計画法を用いた復旧資源の最適配分の研究^{7),12)}に関する研究が進められているが、本研究では単純に復旧優先順位を定めることを目標とし、復旧効率の飽和効果は考慮しないこととする。

3.4 ツリー構造ネットワークの最適復旧戦略

3.3の前提条件のもとで、3.2の各手法でツリー構造化されたネットワークの被災要素の復旧順序を決定する。式(1)(2)の t_A を最小化するのが最適復旧戦略である。

(1) 最大効率法 (Maximum Efficiency Method)

式(1)(2)の最適化の簡便な近似解法として最大効率法という方法がある。復旧途上で、復旧曲線の勾配にあたる復旧効率 $\gamma_j = h_j/t_j$ が大きいものを復旧プロセスの各ステップで選び出して優先する基準である。いま l 個のノードが供給ノードと連結されているとし、その集合を S 、 S から一本の被害リンクを経由して到達可能なノードの集合を $H(S)$ と表す。 $(l+1)$ 番目に連結されるノード v は $v \in H(S)$ を満たさなければならない。これより $(l+1)$ 番目に連結すべきノード v_{next} は、次式で表される。

$$v_{next} = \sigma^-(l+1) = \{v \mid \max_{v \in H(S)} \gamma_j\} \quad \dots\dots\dots (3)$$

この手続きでの各ステップでは、ネットワークの下流側、すなわち $(l+2)$ 番目以降の作業効率は問題にしていない。従ってネットワークの階層性の影響を考慮していない。

(2) Horn のアルゴリズム²⁴⁾

Horn は、数理計画法の組合せ最適化の分野において、最大効率法の難点を解決した有効なアルゴリズムを提案している²⁴⁾。このアルゴリズムは本来、スケジューリング問題における「1機械、ツリー型の作業先行関係、線形ペナルティー」のジョブショップ問題の解法として提案されたものであるが、本研究では、ツリー型のライフライン・ネットワークの地震被害における復旧順序決定法への応用を試みる。

順序決定のルールは、基本的には式(3)によるが、各リンクの復旧効率 γ_j を、ネットワークの階層性を加味して新たな指標 γ_j^* に改善するのがこのアルゴリズムの要点である。より効率良く復旧できるリンクが下流側に存在しているリンクについては $\gamma_j^* > \gamma_j$ となり、この値の大小関係を復旧優先の基準とするものである。アルゴリズムの主要部分である、 γ_j から γ_j^* への変換手順はかなり複雑なためここでは省略するが、文献22)、24)にアルゴリズムの解説が掲載されており、また文献24)には最適性の証明がなされているので参照されたい。

以下、例題でこの手法の概要を示す。Fig. 4のようなツリー型ネットワークを考える。簡単のため、 h_j は各ノードに均等に配分した。需要ノードが供給ノードと連結していれば、その需要ノードの機能が満たされているものとする。この図では24本のリンクのうち18本が破壊して

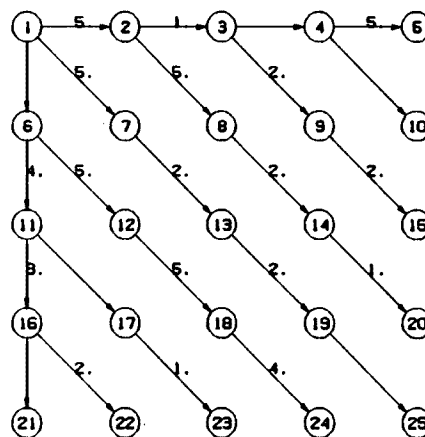


Fig. 4. Model of tree-like network damaged by earthquake (numbers on links denote time for repair t_j).

Table 3. Repair sequencing based on maximum efficiency method and Horn's algorithm (See Fig. 4)

repair sequencing	maximum efficiency method			Horn's algorithm		
	node No.	γ_j		node No.	γ_j^*	
1	11	0.50		2	0.67	+
2	23	1.00		3	3.00	
3	16	0.67		11	0.62	+
4	22	0.50		23	1.00	
5	12	0.20		16	0.67	
6	18	0.20		22	0.50	
7	24	0.25		9	0.50	
8	7	0.20		15	0.50	
9	13	0.50		7	0.44	+
10	19	1.00		13	0.75	+
11	2	0.20		19	1.00	
12	3	3.00		8	0.37	+
13	9	0.50		14	0.67	+
14	15	0.50		20	1.00	
15	8	0.20		12	0.21	+
16	14	0.50		18	0.22	+
17	20	1.00		24	0.25	
18	5	0.20		5	0.20	

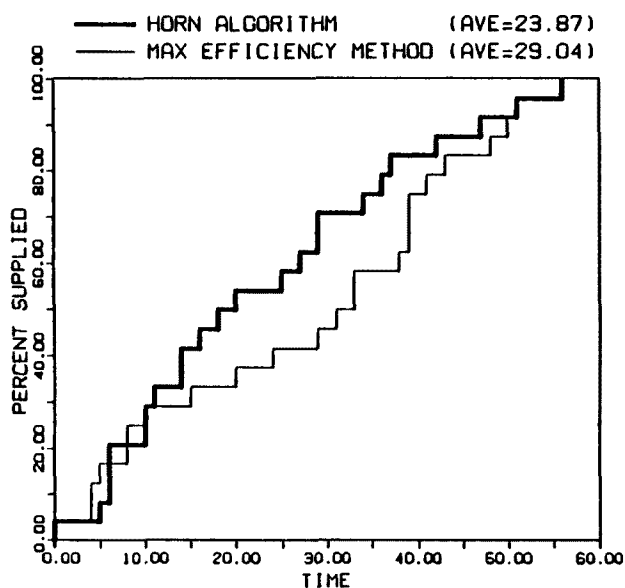


Fig. 5. Restoration curves (See Fig. 4 and Table 3).

値をとるが、中盤での復旧効率に大きく差がでているため、最終的には平均復旧時間に5.17の違いが生じている。

さらに、被害率を0.2, 0.5, 0.6, 0.8, 1.0に変化させ、かつ各被害率において被害リンクの t_j をランダ

おり、それぞれの修理に必要な時間がリンク上に数字で示されている。

最大効率法とHornのアルゴリズムを用いた場合の復旧順序を比較する。まずノード番号と順序決定の基準値 γ_j および γ_j^* を復旧優先順に並べた結果をTable 3に示す。左側が最大効率法、右側がHornのアルゴリズムに従った場合である。下流側に効率よく復旧できる作業（例えば v_3 , v_{20} の連結）がある場合に基準値が増しており、復旧順序はこのようなノードを優先する方向にシフトすることがわかる（例えば v_2 , v_8 , v_{14} など）。

復旧順が定まると、復旧曲線はFig. 5のような結果になる。太線がHornのアルゴリズムを応用した場合で、細線が最大効率法を用いた場合である。復旧の序盤・終盤では、両復旧曲線はほぼ近い

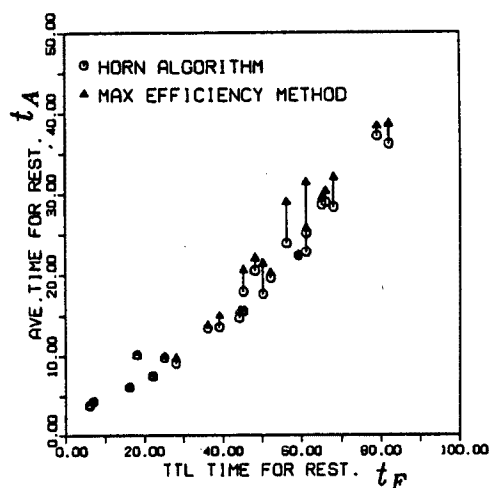


Fig. 6. Average time for restoration t_A by use of maximum efficiency method and Horn's algorithm (25 cases of damage pattern).

旧完了時間 t_F および平均復旧時間 t_A を比較した結果を Fig. 8 に示す。この図では、実線で結ばれた2つの記号のうち下側にあるものが良い結果であることを示す。ほとんどの場合において最小木の方が望ましい結果となるが、例外が2ケース認められる。また、Fig. 7の被災パターンに対して、最小木、最短距離木、および直交表によるランダムな16個の木を作成し、それぞれの木に対してHornのアルゴリズムを適用して復旧を行い、復旧完了時間 t_F および平均復旧時間 t_A を比較した結果を Fig. 9(a) に示す。16のランダムな木より得られた近似的最適木の復旧結果も同図にプロットした。近似的最適木は、各リンクの連結方向（この場合、縦・横の2方向）と平均復旧時間 t_A の関係を統計処理し、 t_A が最小になる

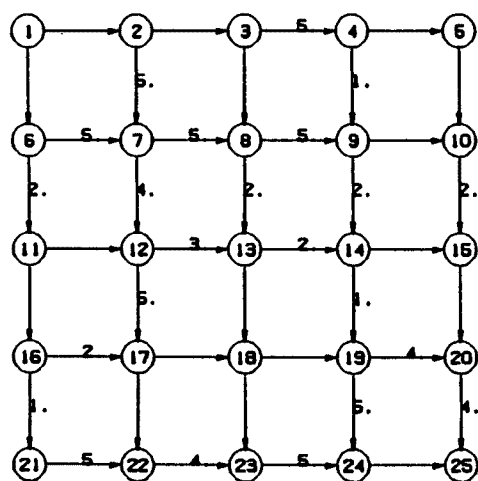


Fig. 7. Model of redundant network damaged by earthquake (numbers on links denote time for repair t_i).

ムに与えて25の被災パターンをつくり、平均復旧時間を比較したものが Fig. 6 である。横軸は復旧完了時間 t_F 、縦軸は平均復旧時間 t_A で、○がHornのアルゴリズムによるもの、△が最大効率法によるものである。同一の被災状態を対象とするものについては記号を実線で結んでいる。この図では、望ましい方が下にくるようになっている。被害が軽微な場合には両者はほぼ同等の結果を与えているが、全体的にみると、Hornのアルゴリズムの有効性が理解できる。

3.5 モデル・ネットワークによる復旧過程の比較

ここで用いたのは、Fig. 7に示す形態の冗長ネットワーク (h_i は均等) である。このネットワークに、被害率を0.2, 0.5, 0.6, 0.8, 1.0に変化させ、かつ各被害率において被害リンクの t_i をランダムに与えて25の被災パターンを作成した。3.2の方法で、各被災ネットワークに対する最小木と最短距離木を求めてツリー化した後、Hornのアルゴリズムを適用して復旧を行い、復

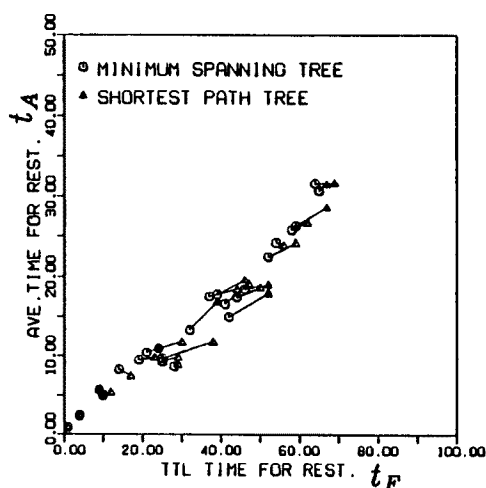


Fig. 8. Average time for restoration t_A by use of minimum spanning tree and shortest path tree (25 cases of damage pattern).

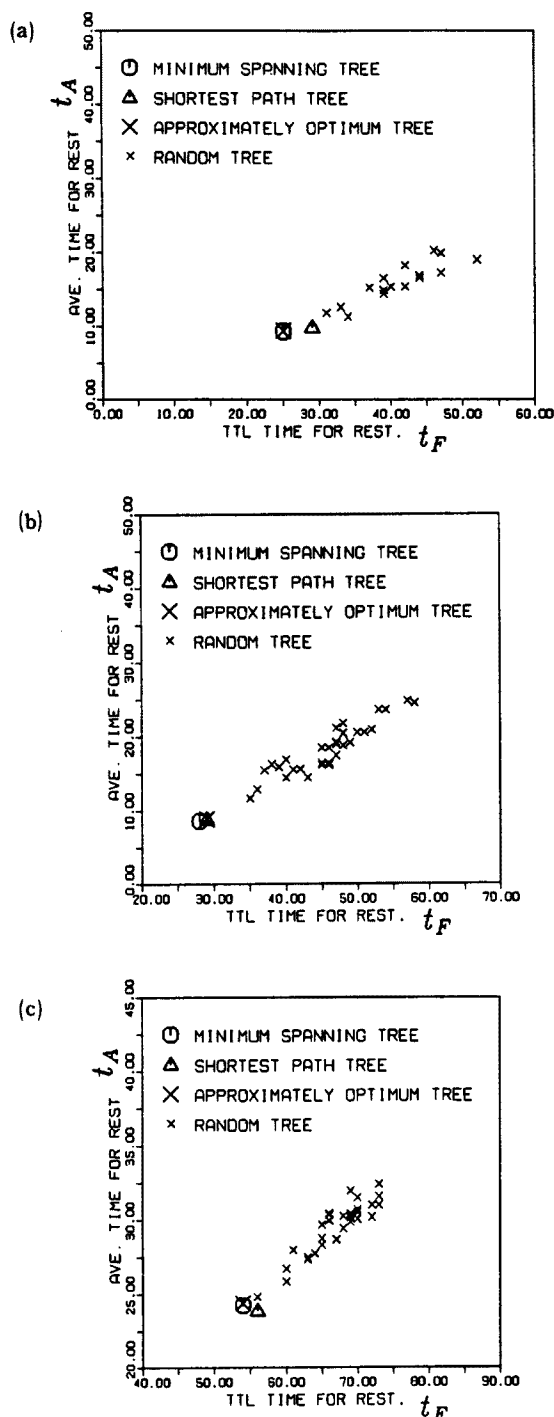


Fig. 9. Average time for restoration t_A by use of minimum spanning tree, shortest path tree, 16 random trees and approximately optimum tree.
 (a) number of damaged links=23
 (b) number of damaged links=28
 (c) number of damaged links=40

と予想されるリンク連結方向を採用した木である。この図では t_A が小さいほど有利であることを示すが、最小木と近似的最適木がきわめて良い結果を与えていることがわかる。また被害パターンを変えて Fig. 9 (a) と同様の比較を行ったものを Fig. 9 (b), (c) に示す。

以上の結果と、ここでは省略した様々なネットワーク形態に対する解析結果を総合して、判断できることを以下にまとめておく。

(1) 近似的最適木を用いると、比較的安定して早期復旧できる傾向にある。しかしネットワーク規模が増大すると、直交表によって生成されるランダムな木が増加するため、近似的最適木を求めるための解析量が增大する。

(2) 最小木は、連結性復旧完了時間 t_F の最短化という本来の性質に加えて、ネットワーク連結性回復までの平均復旧時間最短化のための、簡便なツリー構造としての利用価値がある。

(3) 最短距離木もまた同様に有用なツリー構造であるが、最小木と比較すると、やや不利になるケースが多い。

(4) 被災した冗長ネットワークにおいて、最適復旧プロセスを実現するツリー構造を唯一に定めることは極めて困難である。最小木や最短距離木を出発点として木の初等変換²⁰⁾を繰り返すことによって、より有用なツリー構造を探索することも可能であると考えられる。

なお、ネットワークの連結性回復後には、木に含まれなかった未修理要素の復旧の問題が残される。これについては、連結性を基礎とする本研究の定式化の範囲を越えるものとなる。従って、フロー特性を考慮して機能的に重要な位置を占めるものを供給ノードに近い順に修理する、などの方法で対処する必要がある。

4. 下位管路網の最適ブロック化方策

4.1 概 説

供給施設の中で需要家に最も近い部分に位置する末端の供給管路網は、延長が極度に長距離となり、従って十分な力学的強度を付与することが困

難である。また幹線網とは違って大量輸送の必要がないため、小管径のパイプが用いられており、耐震強度が不足する一因ともなっている。さらに、需要家が存在する以上、地盤条件の悪い地域をも避けることができない。現にこれまでの震害では、地震時被害が末端の管路網に集中する傾向が顕著に現れている。

そのため復旧作業の進め方も上位の管路網とは異なった形態となり、2.1でもふれたように、広範囲のサービス区域を細分割することにより、被害地域を限定して影響波及を防止し、かつ復旧作業を効率化することが行われる。また3.3における3つの仮定より導かれた前提（被害箇所1箇所ずつの順次復旧）は、ここでは明らかに不適当である。この部分では、復旧作業はブロックごとに集中的に進められ、各ブロック内の被害修理がすべて完了すると当ブロックへの供給が再開されて、ブロックの復旧とみなされる。このような事情を考慮して、4.ではブロック分割の決定法について考察する。

小林²⁵⁾は、ライフライン地震防災対策の事前策としてのブロック化に注目し、被害量期待値の最小化を目的とするブロック基準を示した。そこでは、各ブロックの被害量の期待値が均等化されるような分割において、その分割数でのエリア全体の被害量期待値が最小化される可能性が示唆されている。

本研究では、事後対策としてのネットワーク・ブロック分割に着目し、被害状態が与えられた場合の最適ブロック分割法について考察する。復旧パターンは次の2通りを考える。

復旧方法（1）……ブロック毎の順次復旧（1復旧班が1ブロックずつ復旧を進め、全ブロックを巡回する）

復旧方法（2）……全ブロックの同時復旧（ブロックの数と同数の復旧班があり、ブロック間の移動は不可）

これらはいずれも極端なパターンであり、実際の復旧班の編成は両者の中間的なものとなる。なお復旧方法（2）は、3.3の仮定（2）が成立しない場合である。このときの最適資源配分は、各ブロックの $\sqrt{t_i h_i}$ に関する比例配分となることが簡単に示される（証明略）ので、以下、復旧方法（2）の場合にはこの配分法に従うものとする。

4.における新たな前提条件は、以下のとおりである。

（1）サービスの対象となる地域においてブロック分割可能な境界線があらかじめ与えられている。この境界線によって区別されている区画を最小区画 b_i とする。復旧のためのブロック B は、この最小区画を複数統合して形成されるものとする。

（2）上位施設の被害修理は完了しているものとし、従ってブロック間における復旧作業の先行関係はない。また満足すべき流量・圧力などの制約条件もない。

（3）最小区画 b_i 内の需要家数（もしくは使用量） h_i と、復旧に要する時間 t_i が与えられている。

これらの前提のもとで、全サービス区域における平均復旧時間 t_A を最短化するブロック形状を求め、最適ブロック化方策とする。

4.2 ブロック化方策の有効性

被害区域をブロック分割する場合、可能な限り細分割して復旧作業を進めると、平均復旧時間をより短縮できる。このことを以下に示す。いま、Fig. 10に示すように、2つのブロック B_a と B_b に分割可能な被災地域があり、それぞれの需要家数と、復旧に必要な時間が同図のように既知であるとする。ただし、 $h_a/t_a > h_b/t_b$ とする。このとき分割をせずに一括して復旧を進めた場合と、2分割してパターン（1）および（2）の復旧をした場合の総ペナルティー（平均復旧時間×全需要家数 $=t_A \cdot \sum h_i$ ） P を比較するとTable 4のようになる。表から、分割して復旧効率が良い方のブロック（この場合ブロック B_a ）から順次復旧を行った場合に平均復旧時間が最短化されることがわかる。分割を繰り返すことによって平均復旧時間をさらに短縮できるので、分割数は多いほど望ましいことになる。

ところが分割数をあまり増やすと、各ブロックにおいて供給遮断・供給再開の独立化を実現できなくなる。つまり、ブロック・バルブが設置されていなかったり、あったとしても地震時にバルブを適切にオペ

Table 4. Comparison of total penalties (See Fig. 10)

	total penalties
no division	$P_0 = (t_a + t_b)(h_a + h_b) = T \cdot H$
plan(1) [2 divisions]	$P_1 = t_a h_a + (t_a + t_b) h_b$
plan(2) [2 divisions]	$P_2 = (\sqrt{t_a h_a} + \sqrt{t_b h_b})^2$
differences	$P_0 - P_1 = t_b h_a > 0$ $P_0 - P_2 = (\sqrt{t_a h_b} - \sqrt{t_b h_a})^2 \geq 0$ $P_2 - P_1 = 2\sqrt{t_a h_a t_b h_b} - t_a h_b = t_a h_b \left(\frac{2}{\sqrt{\alpha}} - 1 \right) > 0$ $P_0 \geq P_2 > P_1$

note: $0 < \alpha = \frac{h_b/t_b}{h_a/t_a} \leq 1$

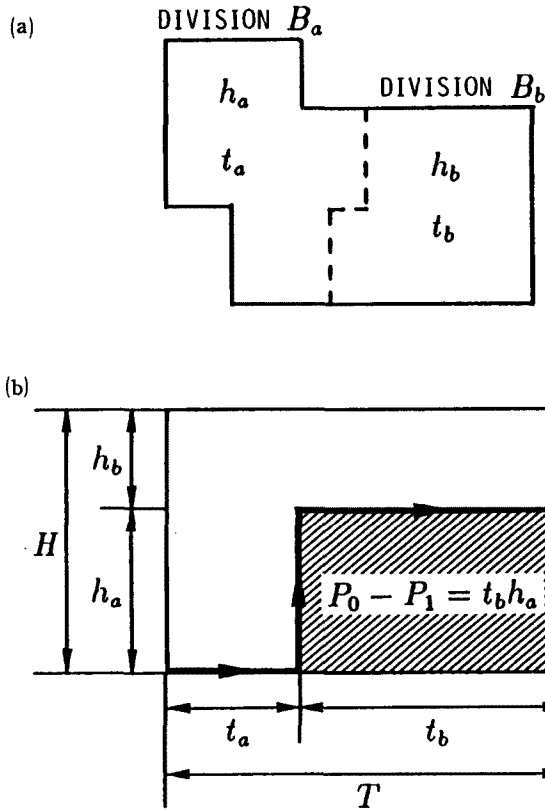


Fig. 10. Schematic model of division of service area into two.

(a) Boundary of the two divisions and key factors

(b) Restoration curve

レートできない可能性が生じるので、現実には分割数は制限される。そこで、定められた分割数で平均復旧時間を可能な限り短縮するブロック化方法が必要となる。4.3ではこの点に関して検討する。

4.3 最適ブロック化のための定式化

Fig. 10 と Table 4 においてブロック B_a とブロック B_b の境界を任意に定めることができる場合、平均復旧時間 t_a を最短化する分割方法を最適ブロック分割とする。 $t_a + t_b = T$, $h_a + h_b = H$, $P_0 = T \cdot H$ はいずれも一定であるから、 P_1 , P_2 を最小化するためには、 $P_0 - P_1$ および $P_0 - P_2$ を最大化すればよい。

[復旧方法 (1) の場合]

$$Y = P_0 - P_1 = t_b h_a \rightarrow \max \quad \dots \dots \dots (4)$$

この式から、最適化の1つの条件は、 $h_a/t_a \gg h_b/t_b$ 、つまり分割すべき2ブロック間の復旧効率の格差が大となることであることがわかる。ところが、 h_a を増加すると必然的に t_a も増加し、 t_b が減少するので、バランスする最適点を探索する必要がある。そこで、

$$\alpha = \frac{h_b/t_b}{h_a/t_a} = \frac{t_a h_b}{t_b h_a} = \text{const}, 0 < \alpha \leq 1 \quad \dots \dots (5)$$

という条件を追加した場合に、どのような分割を

行えば Y が最大化されるかを検討する。このとき、 $h_a = \frac{t_a H}{\alpha T + (1-\alpha)t_a}$ となり、 h_a は t_a の双曲線関数 ($0 \leq t_a \leq T$) となる。よって、

$$Y = \frac{(T - t_a)t_a H}{\alpha T + (1-\alpha)t_a} \rightarrow \max \quad \dots \dots \dots (6)$$

$$\frac{\partial Y}{\partial t_a} = \frac{H\{\alpha T^2 - 2\alpha T t_a - (1-\alpha)t_a^2\}}{\{\alpha T + (1-\alpha)t_a\}^2} \dots\dots\dots (7)$$

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial t_a^2} = \frac{-2HT^2\{(1-\alpha)t_a + \alpha T\}}{\{\alpha T + (1-\alpha)t_a\}^4} < 0 \dots\dots\dots (8)$$

ゆえに、 $t_a : t_b = \sqrt{\alpha} : 1$ かつ $h_a : h_b = 1 : \sqrt{\alpha}$ のとき $Y \rightarrow \max$, すなわち、

$$t_a h_a = t_b h_b \dots\dots\dots (9)$$

のとき $P_1 \rightarrow \min$ となる。

逆に、 $t_a h_a = t_b h_b$ という条件を付加した場合、 $Y = t_b h_a = \frac{H}{T}(t_a - T)^2$, ゆえに、 $h_a/t_a \rightarrow \infty$, $h_b/t_b \rightarrow 0$ の場合に $Y \rightarrow \max$ となる。

[復旧方法(2)の場合]

$$Y = P_0 - P_2 = (\sqrt{t_a h_b} - \sqrt{t_b h_a})^2 = t_b h_a (\sqrt{\alpha} - 1)^2 \rightarrow \max \dots\dots\dots (10)$$

$\alpha = \text{const}$ だから、復旧方法(1)と同様の分割方法をとれば $P_2 \rightarrow \min$ となる。すなわち、復旧方法に関わらず $t_b h_a$ の最大化が復旧最適化を意味する。そこで以下は復旧方法(1)のみを対象とするが、復旧方法(2)の場合も全く同様である。以上を総合すると、被災ネットワークの2ブロック分割においては、

[条件1] 両ブロックにおける復旧効率 h_j/t_j の格差を大きくする ($h_a/t_a \gg h_b/t_b$)

[条件2] 両ブロックにおける復旧所要時間×需要家数 $t_j h_j$ 格差を小さくする ($|t_a h_a - t_b h_b| \rightarrow 0$)

を満足すれば平均復旧時間を最小化することができる。3ブロック以上の分割が行われる場合にも、[条件1]と[条件2]と同様の条件を満足すれば最適ブロック化方策となる。

4.4 最適ブロック分割を求める基礎的方法

4.3において示した最適ブロック分割の考え方を実際のシステムに適用する際の方法を示す。

まず各最小区画の復旧効率 h_j/t_j を求めて、大きい順に並べかえる。このことによって、各ブロックに含まれる区画数をどのようにとっても、 h/t の格差を常に最大に保ておくことができ、[条件1]が満たされる。この順序に従って各最小区画を順次復旧した場合の復旧曲線は、単調増加で上に凸の形状となる。次に最小区画の分割境界を定めるが、上記の[条件2]が近似的に満たされている場合に平均復旧時間は最小化され、最適ブロック境界が求められる。

以下に例題を示す。Fig. 11(a)のような16の最小区画からなる地域を対象とする。各最小区画 b_j における需要家数 h_j と、復旧に必要な時間 t_j が Fig. 11(b)(c)のように与えられている。右下の部分にお

(a)	(b)	(c)	(d)
1	10.0	1.0	10.0
2	15.0	2.0	7.5
3	20.0	3.0	6.7
4	25.0	4.0	6.2
5	20.0	1.0	20.0
6	25.0	2.0	12.5
7	30.0	3.0	10.0
8	35.0	4.0	9.7
9	30.0	1.0	30.0
10	35.0	2.0	17.5
11	40.0	3.0	13.3
12	45.0	4.0	11.2
13	40.0	1.0	40.0
14	45.0	2.0	22.5
15	50.0	3.0	16.7
16	55.0	4.0	13.7

Fig. 11. Model of service area and minimum divisions.

(a) Division Number

(b) Number of customers h_j

(c) Time for restoration t_j

(d) Efficiency of restoration h_j/t_j

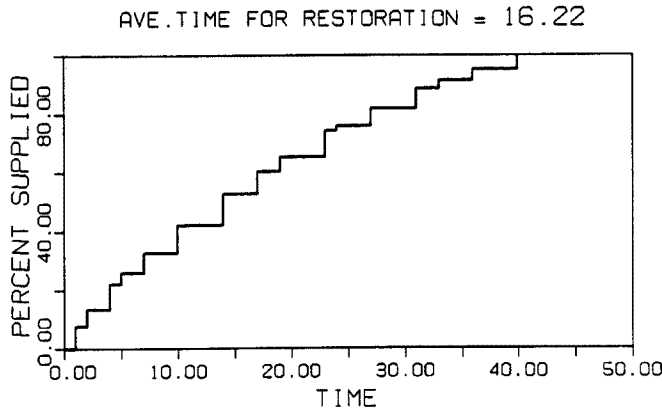


Fig. 12. Restoration curve as a result of sequential restoration.

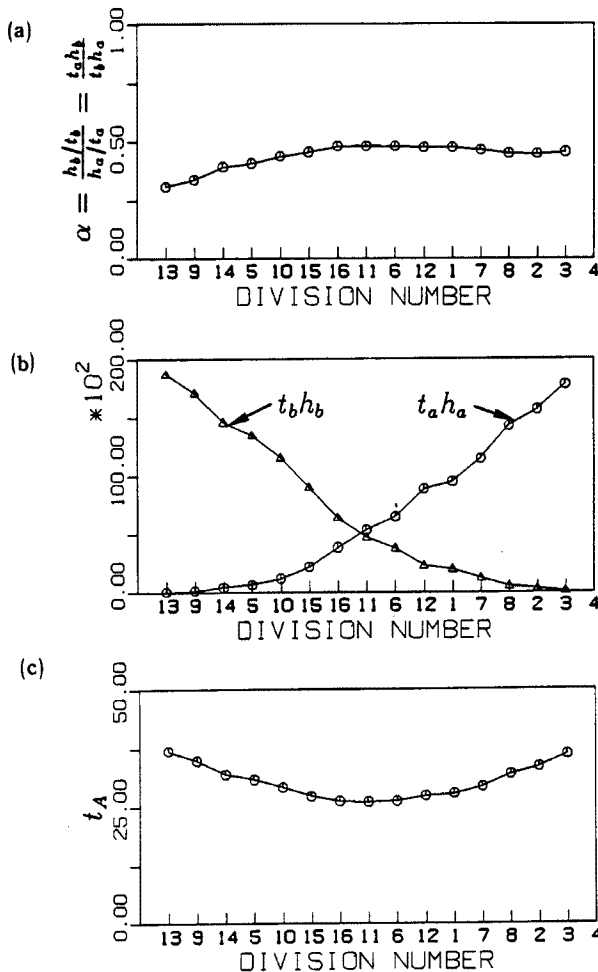


Fig. 13. Criteria for division.

- (a) α
 (b) $t_b h_b$ and $t_a h_a$
 (c) Average time for restoration t_A

る需要が大きく、地震被害は右側ほど大きいというケースである。復旧効率 **Fig. 11(d)** のようになる。復旧効率の良い順に復旧を進めた場合の復旧曲線が **Fig. 12** である。

最初に、2分割の場合を示す。**Fig. 13(a)(b)(c)** の横軸は、区画番号を復旧効率の順番に並べたものであり、効率の一番良い区画（この場合区画13）から横軸の特定の区画までをブロック B_a 、その他をブロック B_b とすることを示す。**Fig. 13(a)(b)(c)** に、それぞれ、 $\alpha = \frac{h_b/t_b}{h_a/t_a}$ 、 $t_a h_a$ と $t_b h_b$ および平均復旧時間 t_A を示した。 t_A が最小となる分割を **Fig. 14(a)** に示す。この場合、13から11までの8区画がブロック B_a 、その他がブロック B_b である。 α は約0.5で、 $h_a t_a \approx h_b t_b$ が満たされていることがわかる。平均復旧時間は26.07となった。

さらに、3、4、6、8ブロックに分割できる場合について、上記の方法と同様の規則に基づいて求めた最適分割の結果を、**Fig. 14(b)–(e)** に示し、またブロック分割数と順次復旧の場合の平均復旧時間の関係を、**Fig. 15** に示す。平均復旧時間の上限は、全域を一括復旧（ブロック化せず）の場合で40.00、下限は、最小区画のそれぞれを1ブロック（全体で16ブロック）とした場合で16.22である。4.2で述べたように、ブロック分割数の増加とともに平均復旧時間は短縮化されるが、ブロック化の効果が著しく現れるのは4ブロック分割ぐらいまでであることがわかる。

以上、4.で提案した最適ブロック分割は、ブロック毎に $t h_j$ の一様化、 h_j/t_j の差別化を図るものである。これまでの震害ではブロック化の基準として、「被害のひどい地域」と「被害の軽い地域」を分離するような方策が経験的に採用されてきた。本研究では単純化したモデルを用いることによって、経験的な判断基準の根拠を明示するとともに、より厳密な基準を提示する

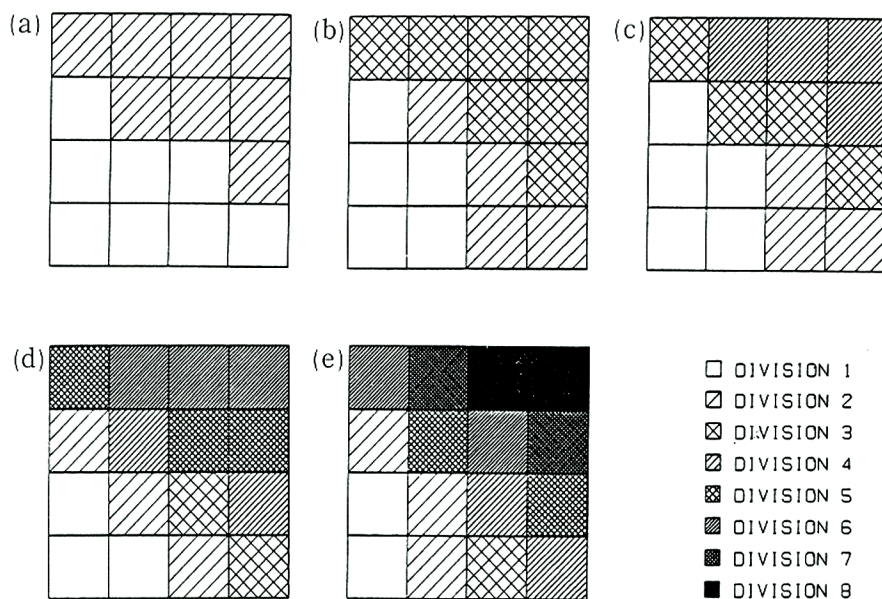


Fig. 14. Optimum division boundary

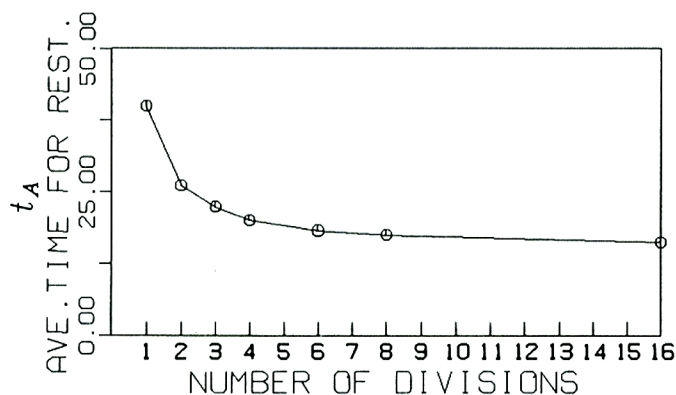
(a) 2 divisions

(b) 3 divisions

(c) 4 divisions

(d) 6 divisions

(e) 8 divisions

Fig. 15. Contraction of t_A by increasing number of divisions.

ことができたと考えている。

現実には、ブロック分割における制約条件はきわめて多い。例えば、最小区画相互の結合可能性・分断可能性、および構成されるブロックの独立化可能性を考慮する必要がある、それぞれ、結合リンク、ブロックバルブ、上位施設からの注入点の存在が必須となる。また被災時ブロック分割のために事前に分割ラインを検討する場合、地理的条件・行政区画・地盤特性などが、主たる支配要因となる。本研究の方法では、最小区画 b_i を定める際に、地理

的条件および行政区画を考慮に入れることが可能であり、また被害の大きさを表現する t_i を用いているという点で、地盤条件を間接的に考慮できることになる。ただし、いくつかの最小区画を統合してブロックを形成する段階では、特に制約を設けず、従って区画の結合可能性、ブロックの独立可能性に関する検討を行わなかった。このため、Fig. 14(d), (e) にみられるように、隣接しない区画が同一ブロックに属するケースが生じている。今後の課題として、上記のような種々の制約を取り入れたケース・スタディーを行うことを検討している。

5. 結 語

本論文では、ライフライン・ネットワークの震後復旧過程の最適化に関する基礎的手法の検討を行い、復旧戦略策定に有効に用いられると考えられる方法論を提示した。以下に本研究から得られた成果をまとめる。

(1) ライフライン・ネットワーク・システムの震後復旧過程を表現する復旧曲線の数理モデルを示し、平均復旧時間の最短化をもって最適とする復旧戦略のための定式化を行った。

(2) 幹線供給網を対象とし、被害ネットワークの連結性早期回復を目的とする復旧戦略として、最小木、最短距離木、および近似的最適木の3つのツリー構造を用いる方法を提案した。最適なツリー構造を確定することは困難であるが、比較的簡便に求めることのできる最小木が、上記3構造のうち最も有用なツリー構造となる可能性が高いことがわかった。

(3) 数理計画法のスケジューリング問題の一解法である、Horn のアルゴリズムを応用して、ツリー構造を持つネットワークに含まれる被災要素の最適復旧順序を求める方法を提案した。

(4) 末端の供給管路網の復旧作業において、ブロック分割を実施することの有効性を示すとともに、需要家全体の平均復旧時間を最短化する最適ブロック化方策に関する考察を行った。分割境界を定める際に、分割された各ブロックの復旧効率の格差が大きくなり、かつ復旧所要時間×需要家数が等しくなるような分割が最適であることを示した。

なお本研究は、平成2年度文部省科学研究費補助金、総合研究 A 課題番号 02302060 および奨励研究(特別研究員) 課題番号 02952168 の援助を受けて行ったものである。

参 考 文 献

- 1) 能島暢呂・亀田弘行：ライフラインにおける地震防災システムの基本構造に関する考察，京都大学防災研究所年報，第32号B-2，1989，pp.89-109.
- 2) 松原望：現代人の統計4，新版意思決定の基礎，朝倉書店，1985，pp.45-76.
- 3) 星谷 勝・小池精一：ライフラインの地震災害における復旧予測モデル，土木学会論文報告集，第308号，1981，pp.25-35.
- 4) 星谷 勝・小池精一・宮崎正敏：上水道埋設管システムの震災復旧過程の予測，土木学会論文報告集，第322号，1982，pp.25-35.
- 5) 星谷 勝・宮崎正敏：上水道システムの地震災害復旧の戦略と予測，土木学会論文報告集，第331号，1983，pp.45-54.
- 6) Kameda, H., Goto, H., and Kasuga, T.: System Reliability and Serviceability of Water Supply Pipelines under Seismic Environment, Proc. of the 8th World Conference on Earthquake Engineering, Vo. VII, 1984, pp.491-498.
- 7) 関谷富彦・佐藤忠彦・土岐憲三：震災ライフラインの復旧過程の最適化，土木学会第44回年次学術講演会講演概要集第1部，1989，pp.1078-1079.
- 8) 東川直正・家村浩和・山田善一・伊津野和行：知識ベースに基づくライフライン網の復旧支援パソコンシステムの開発，第20回地震工学研究発表会講演概要集，1989，pp.537-540.
- 9) 平山克己・野田 茂・小笠原貴之：中圧ガス管路網の震後復旧作業における資源配分，土木学会第45回年次学術講演会講演概要集第1部，1990，pp.440-441.
- 10) Ando, T., Noda, S., and Hamada, M.: Practical Strategies for Post-Earthquake Restoration of Electric Power Systems, Proc. of the 9th World Conference on Earthquake

- Engineering, Vol. VII, 1988, pp. 159-164.
- 11) 野田 茂・小川理宏: 震後の機能特性を考慮した電気通信システムの復旧シミュレーション, 第20回地震工学研究発表会講演概要集, 1989, pp. 545-548.
 - 12) 高田至郎・高谷富也・森岡利明: ライフラインネットワークの震後復旧支援システムについて, 第8回日本地震工学シンポジウム論文集, Vol. 2, 1990, pp. 2151-2156.
 - 13) 山田善一・家村浩和・野田 茂・伊津野和行: 道路交通網の最適な震後復旧過程の評価, 土木学会論文集, 第368号/I-5, 1986, pp. 355-362.
 - 14) 山田善一・野田 茂・五十嵐晃: 震後の道路交通の実用的な復旧予測シミュレーション, 土木学会論文集, 第392号/I-9, 1988, pp. 385-394.
 - 15) 小林正美: サービスネットワークシステムの修復計画支援システムの開発に関する研究, 昭和62年度第22回日本都市計画学会学術研究論文集, 1987, pp. 577-582.
 - 16) 和泉正哲・野村季晶・牧瀬研二: ガス・電力・上水道システムの震害復旧シミュレーション, 第6回日本地震工学シンポジウム, 1982, pp. 2025-2032.
 - 17) 星谷 勝・大野春雄: 震害時ライフラインの相互影響を考慮した復旧過程の機能評価法, 土木学会論文集, 第386号/I-8, 1987, pp. 387-396.
 - 18) 大野春雄: ライフラインの地震災害の相互影響と機能評価に関する研究, 武蔵工業大学学位論文, 1988.
 - 19) 小川理宏・野田 茂・鈴木賢司: 道路網との相互連関性を考慮した電気通信システムの震後復旧過程, 土木学会第45回年次学術講演会講演概要集第1部, 1990, pp. 442-443.
 - 20) 伊理正夫他: 演習グラフ理論—基礎と応用—, コロナ社, 1983.
 - 21) R. G. バサッカー・T. L. サーティー著, 矢野健太郎・伊理正夫訳: グラフ理論とネットワーク/基礎と応用, 培風館, 1970.
 - 22) Mandl, C.: Applied Network Optimization, Academic Press, 1979.
 - 23) 高桑哲男: 配水管網の解析と設計, 森北出版, 1978, pp. 226-232.
 - 24) Horn, W. A.: Single-Machine Job Sequencing with Treelike Precedence Ordering and Linear Delay Penalties, SIAM, J. Appl. Math., Vol. 23, No. 2, 1972, pp. 189-202.
 - 25) 小林正美: 地震に対する都市ライフラインシステムのブロック化に関する基礎的研究 —ガス, 水道供給管路網のブロック化—, 都市計画, 別冊, 昭和57年度第17回日本都市計画学会学術研究発表会論文集, 1982, pp. 547-552.