

電縫鋼管の座屈に関する実験的研究

若 林 実・野中泰二郎・西川 一 正

AN EXPERIMENTAL STUDY ON THE BUCKLING OF CIRCULAR WELDED TUBES

BY *Minoru WAKABAYASHI, Taijiro NONAKA*
AND *Kazumasa NISHIKAWA*

Synopsis

An experimental study is made of the buckling phenomena of a circular welded tube of high strength steel. Main emphasis is on the effect of residual stresses and plastic working in the production process, on the buckling strength. A test specimen has a cross-section of $101.6\phi \times 2.9t$. Some specimens are annealed and others as-delivered. It is found that the magnitude of residual stresses goes up to 70% of the yield point stress, and a considerable gradient is observed in the residual stresses in the radial direction across the thickness. Experimental results agree well with the theory which takes account of the effect of both residual stresses and plastic working.

Nomenclature

- A ; 断面積
 $A(\theta)$; 任意開角 θ における残留歪の軸方向成分
 $B(\theta)$; 任意開角 θ における残留歪の曲げ成分
 D ; 管径
 E, E_t ; ヤング係数, 接線弾性係数
 e ; 偏心距離
 $F(\theta) ; = A(\theta) + B(\theta)$
 $G(\theta) ; = A(\theta) - B(\theta)$
 I, I_{xx} ; 断面二次モーメント, x 軸に関する有効断面二次モーメント。
 L, l ; 材長
 $P(\theta)$; 任意開角 θ における微小面積素に作用する軸力
 r ; 半径
 t ; 管厚
 x, y, z ; 座標系
 $x(\theta), x'(\theta), y(\theta)$; 降伏域関数
 y_m ; 材の中央たわみ
 $\sigma_y, \sigma_b, \sigma_0, \sigma_e$; 降伏点応力度, 比例限度応力度, 平均応力度, 弾性座屈応力度
 σ_1, σ_2 ; 圧縮側, 引張側縁の応力度
 $\sigma(\theta)$; 任意開角 θ における応力度
 σ_{cr} ; 座屈応力度
 ϵ_b ; 比例限度応力度に対応する歪度

$\epsilon(\theta)$; 任意開角 θ における歪度

τ ; 接線弾性係数比 $= E_t/E$

$\phi, 1/\rho$; 曲率

$\theta, \eta, \varphi, \xi, \zeta$; 角度

1. 序

高張力鋼の出現と溶接技術の改良に伴ない、電縫鋼管の量産化が促進され、高強度の鋼管が製造可能になった。それゆえ今日では電縫鋼管は、従来の型钢材と同様に鉄骨構造の構造用主材として広く用いられるようになっているが、これの座屈問題に関する研究は、まだ歴史が浅く、未解の分野として残されている部分が多いように思われる。

電縫鋼管は、帯鋼板から製造されるその製管工程において受ける強制曲げ加工、溶接さらには、製管後の矯正等の影響により、座屈問題を扱う際、まず次の特性が考慮されなければならないと考える。すなわち一つは残留応力の問題であり、一つは塑性加工の問題である。

一般に残留応力は、溶接等の繰り返し熱サイクルを受ける場合、あるいは冷間塑性加工などの塑性変形を受ける場合にその断面内に釣合う応力として内在することが確かめられている。そして座屈問題を扱う際に、この残留応力を考慮することの重要性は、Lehigh 大学の Fritz-Engineering Laboratory の最近15年間における一連の研究によってあきらかにされている。Tall¹⁾, Beedle²⁾ 博士らにより H 型、箱型断面材の残留応力問題が研究され、我が国においても、溶接山形、H 形に対する研究が報告されている^{3), 4)}。それらは共に残留応力はその分布形状、大きさによっては座屈荷重を低下させる主因子の一つとなりうることを指摘している。

特に鋼管のような閉断面材では、加工の際受ける塑性歪の逃げ場がなく、一般の開断面材に比し、大きな量の“Locked-in-Stress”が存在すると考えられ、座屈耐力に及ぼす影響も十分考慮されなければならない要素である。

一方塑性加工による座屈耐力への影響については、藤本博士⁵⁾の論文で指摘されているように、塑性加工を受けた材の機械的性状の変化が、一方では加工硬化を起し降伏点の上昇をみると同時に、他方では早期から弾性をはずれることによって耐力低下を招くという点が十分に予想される。

以上の観点から、本研究は構造用主材として用いられている電縫鋼管の中から形状、寸法 101.6 ϕ $\times$ 2.9t のものを選び、その残留応力、機械的性状の変化が座屈耐力に及ぼす影響を実験および理論解析によりあきらかにしようとするものである。

1. 実 験

1.1 計 画

実験は、まず溶接による熱応力の影響や、冷間塑性加工の影響による材の機械的性状の変化を求める基礎実験を行ない、つぎにそれらの資料をもとに材の座屈挙動および座屈耐力を検討するための座屈実験を計画した。

基礎実験では、引張試験によって電縫鋼管の機械的性状を知ると同時に、残留応力、塑性加工の影響による材全体としての挙動——すなわち見かけの応力—歪関係——を求める短柱圧縮実験を計画した。さらに鋼管の材軸方向に沿って分布する残留応力の測定実験を行なった。また座屈実験では、その座屈挙動を検討するために、応力焼鈍を行ない残留応力を除去した材（以後 Annealed 材と称する）と、同一の材で応力焼鈍を行なわない材（以後 As-Delivered 材と称する）に対し、細長比が 20~110 までの各材（材長を座屈長とする場合の細長比）について中心圧縮および偏心圧縮載荷（偏心量=核半径）実験を行なった。なお座屈実験では、これらの材の載荷方法の組合せをつぎの 3 シリーズとした。すなわち (1) As-Delivered 材で中心圧縮載荷を受けるもの→Series C, (2) As-Delivered 材で偏心圧縮載荷を受けるもの→Series E, (3)

Annealed 材で中心圧縮荷重を受けるもの → Series A の以上である。

1.2 試験体および断面形状

基礎実験および残留応力測定、座屈実験に用いた電縫鋼管は、その形状寸法が外径 101.6 mm、厚さ 2.9 mm で、セミキルド系非調質鋼の高張力鋼板から製造されたものである。実験用供試体は、応力焼鈍をほどこした原材 3 本と、応力焼鈍の行なわれていない製品のままの原材 8 本を用いた。原材は 1 本の長さが 12,000 mm で、Fig. 1 に示す各位置から座屈実験用供試体の採取を計画した。また基礎実験用供試体は、Fig. 1 の座屈実験用の予備試験体 (Fig. 1 図中のハッチ部分) から Fig. 2 のように採取した。(横線部分)

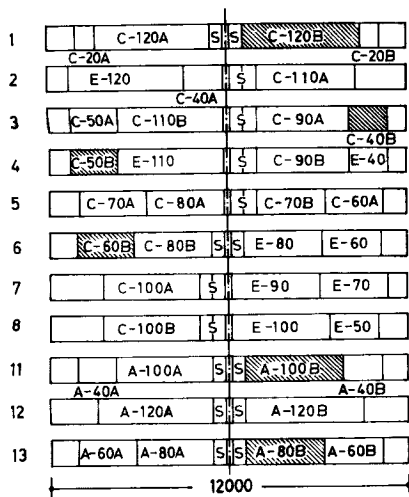


Fig. 1 Test Specimens and Numbers

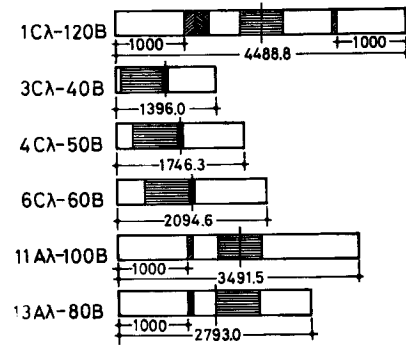


Fig. 2 Specimens Tubes

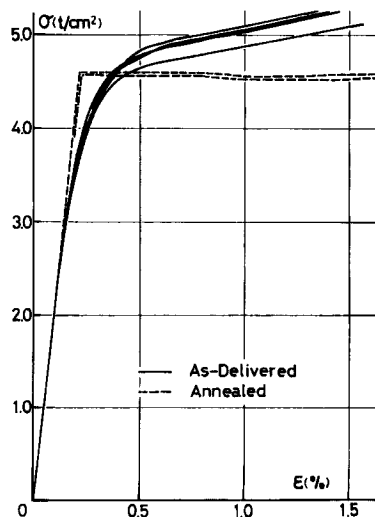


Fig. 3 Stress-Strain Relation from Tensile Test

Table 1 Dimensions of Specimens

Series	Specimen. No.	L (mm)	D (mm)	t (mm)	A (cm^2)	I (cm^4)	i (mm)
C	110 A	3940.0	101.78	2.859	8.885	108.79	34.99
	110 B	3840.3	101.80	2.874	8.932	109.38	34.00
	100 A	3491.0	101.58	2.808	8.713	106.40	34.94
	100 B	3491.0	101.98	2.750	8.573	105.58	35.09
	90 A	3142.0	101.74	2.873	8.924	109.18	34.98
	90 B	3142.1	101.85	2.787	8.674	106.39	35.02
	80 A	2792.8	101.90	2.789	8.684	106.73	35.06
	80 B	2793.0	101.70	2.806	8.719	106.61	34.97
	70	2443.8	101.83	2.800	8.711	106.86	35.02
	60	2095.4	101.75	2.890	8.977	109.77	35.00
	50	1745.9	101.76	2.851	8.858	108.34	34.97
	40	1396.3	101.75	2.837	8.819	107.91	34.98
	20	698.0	101.88	2.870	8.927	109.47	35.02
A	100 A	3441.5	101.85	2.831	8.897	107.97	35.02
	80 A	2792.8	101.70	2.817	8.751	106.96	34.96
	60 A	2095.0	101.81	2.821	8.773	107.49	35.00
	40 A	1396.0	101.85	2.859	8.891	109.02	35.02
E	110	3840.0	101.88	2.840	8.836	108.42	35.03
	100	3491.2	101.89	2.762	8.601	105.65	35.05
	90	3141.8	101.84	2.820	8.678	107.59	35.21
	80	2792.8	101.90	2.810	8.748	107.43	35.05
	70	2443.7	101.83	2.818	8.766	107.56	35.03
	60	2095.0	101.84	2.784	8.664	106.37	35.04
	50	1746.3	101.84	2.763	8.606	105.67	35.04
	40	1396.5	101.80	2.900	9.011	110.24	34.98
	20	698.4	101.40	2.920	9.035	109.60	34.83

なお引張試験による結果は、**Fig. 3** に示す。**Table 1** は座屈実験時の各シリーズの各々の断面性状を表わす。

1.3 基礎実験（短柱圧縮実験）

1.3.1 実験方法

残留応力と塑性加工の影響による材全体の応力-歪関係を得るために計画したものであり、試験体は As-Delivered 材、Annealed 材から各一体系ずつ (**Fig. 1** の S 部分) 計11体を採取した。試験体材長は 350 mm とし、アムスラー型 100 トン長柱試験機を用いて加力を行なった。支持条件は、試験機の bed 部分に固定盤、head 部分にピン状球座を取りつけ、一端が固定、他端がピンとなるように定めた。測定は試験体中央部に Wire Strain Gauge (以後 W.S.G. と略す) を二方向 4 点に貼付し、さらに最小目盛り 1/1000 mm の Dial Gauge (以後 D.G. と略す) を中央部二方向 4 点に、その検長が 200 mm になるようにとりつけて行なった。**Photo 1** にその実験概観を示す。

1.3.2 実験結果

材全体のみかけの応力-歪関係は、**Fig. 4** の実験結果によって表わされる。残留応力が材断面に一樣に

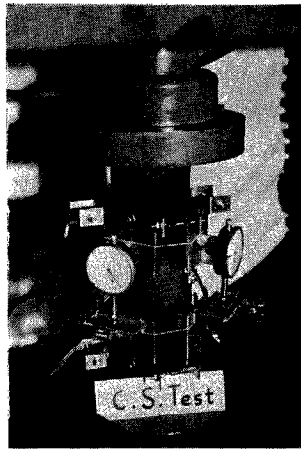


Photo 1 General View of Stub-Column Test

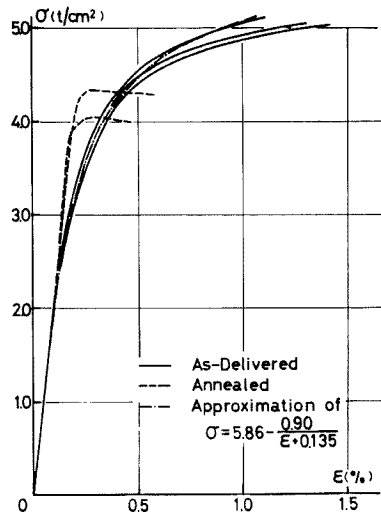


Fig. 4 Apparent Stress-Strain Relation from Stub-Column Test

影響を及ぼすものと考え、**Fig. 4** は、冷間塑性加工の影響も含む材の機械的性状を表わすと考えられる。実線は As-Delivered 材、点線は Annealed 材を示すが、両者の傾向には大きな差異が認められる。すなわち、Annealed 材では、最大応力の約90%までほぼ線型挙動を示すのに対し、As-Delivered 材では、その線型挙動は最大応力の約30%までにとどまり、それ以上の応力に対しては、なだらかな曲線をえがいて立上っている。この場合、みかけの比例限度 σ_p は約 1.51 t/cm^2 と推定される。

1.4 残留応力測定実験

1.4.1 実験計画

従来、残留応力測定に用いられている方法は、非破壊測定法と破壊測定法とに大別され、前者ではX線による回折現象を利用したり、材の電磁気的性質を応用する方法があり、後者では Layer-Removal Method, Deflection Method, Local-Strain Method 等の機械的方法がある。しかし前者は材料の極く表面層の状態

を測定するにとどまり、一般に構造物を対象とし、その材全体の内部に亘る残留応力を測定する場合には通常後者のような方法が多く利用される。

ここでは材軸方向に存在する残留応力に対して材の一部を切りだし、その部分の解放歪を求めて、残留応力を弾性学的に推測するという機械的方法によって測定を行なった。

試験体は、Fig. 1 に示す斜線部の4本の As-Delivered 材と、2本の Annealed 材を用い、Fig. 2 (斜線ハッチ部分) のように採取した。残留応力の測定は、鋼管の材軸方向に沿って残留歪がほぼ一定の値で分布していると考えられる箇所——すなわち長い鋼管 (1C, 11A, 13A 材) では材端から材軸に沿って1m 中に入った位置、短い鋼管 (3C, 4C, 6C 材) ではその中央部——を選んで行なった。試験片形状は Table 2 に示す。

Table 2 Specimens

Specimen-Number	Length of Specimen Tube (mm)	Longitudinal Length between Cutted Section (mm)	Number of Longitudinal Cutting	Annealing
1C-100	4188.8	100.0	8	No
1C-50	4188.8	50.0	16	No
3C-30	1396.0	30.0	16	No
4C-30	1746.3	30.0	16	No
6C-30	2094.6	30.0	16	No
11A-30	3491.5	30.0	16	Yes
13A-30	2793.0	30.0	16	Yes

1.4.2 実験方法

低速機械切断により、材軸に直角に輪切り切断を行なった後、得られた円筒型鋼管をさらに円周方向に細かく等分して、軸と平行の方向に短冊切断を行なう。これら輪切りおよび短冊切断時における解放歪を、貼付した W.S.G. により測定し、材軸方向の残留応力を算定する。

実験に際しての切断方法と順序および測定は、つぎのようである。Fig. 5 は W.S.G. の貼付位置 (測定点位置) を表わす。矢印位置は溶接箇所を示す。

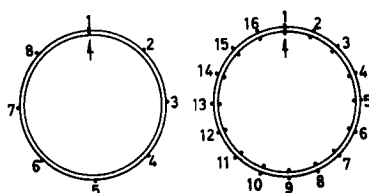


Fig. 5 Sep-up Point of W.S.G.

まず鋼管供試体の外面測定点個所に W.S.G. を貼付し、その上を防湿被覆した後、低速電動鋸で材軸に直角方向に切断 (片面輪切り) を行ない、第一回目の歪測定を行なう。つぎに残る片面を輪切り切断して第2回目の解放歪を測定する。輪切り切断完了後、外面測定点に対応する内面測定点に W.S.G. を貼付し、同様の防湿被覆を行なった後、短冊切断を行ない、残留歪を解放し、その値を W.S.G. で読みとる。

1.4.3 実験結果

以上の操作から求めた実験結果を Fig. 8 から Fig. 10 に示す。各々の座標系の縦軸は切断時の解放歪

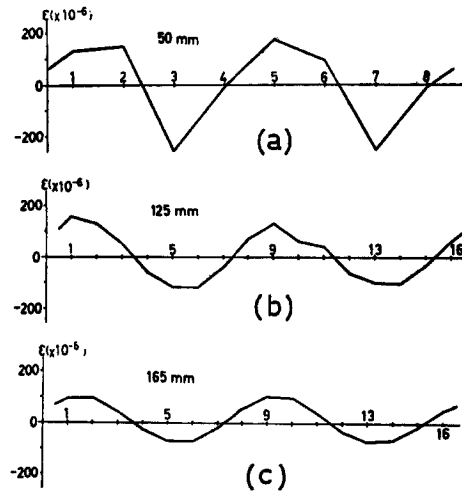


Fig. 6 Reductive Characteristic of Residual Stresses

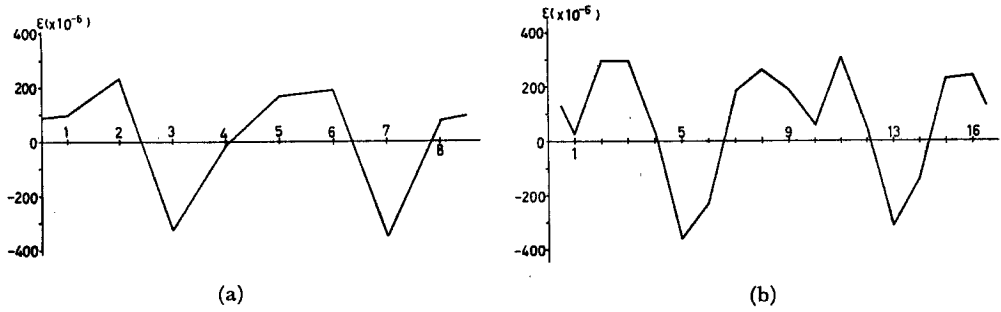


Fig. 7 Released Strains in Circumferential Cutting

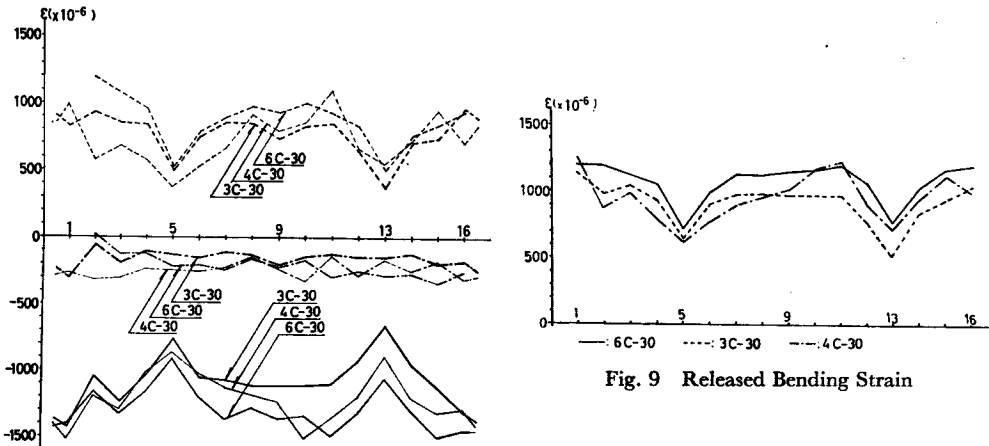


Fig. 8 Released Strains in Longitudinal Cutting

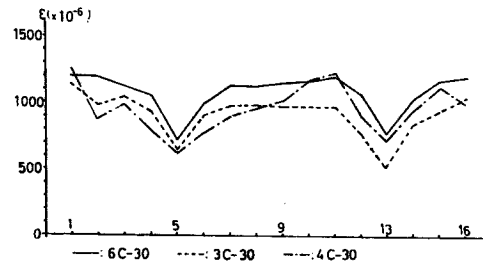


Fig. 9 Released Bending Strain

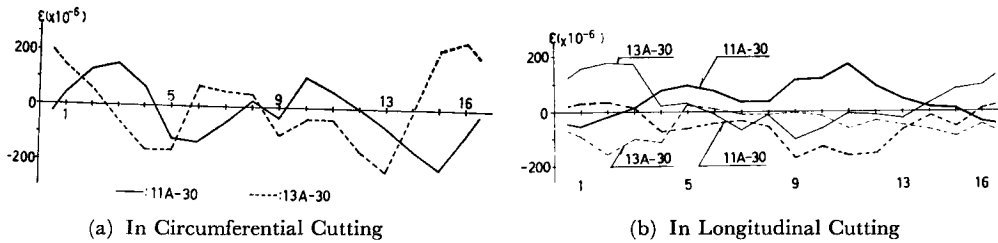


Fig. 10 Released Strains of Annealed Specimens

量（伸び解放歪量を正符号）を表わし、横軸は Fig. 5 の測定位置を溶接点から（図中矢印位置）切りはなし、横に展開したものである。

まず材端の応力解放による材軸方向の残留応力の減衰性は Fig. 6 に示される。(a), (b), (c) は各々切断点から 50, 125, 165 mm 離れた点における解放歪を示し、その最大歪量は 250, 150, 100×10^{-6} であり、この測定区域内ではほぼ直線的に減衰していることが確かめられた。

Fig. 7 (a), (b) は As-Delivered 材の輪切り長さ、100, 50 mm の測定結果を示す。輪切り切断時の分布形状は、溶接点（1）の近傍およびその対称点（9）の近傍で最大の引張解放歪を生じている。この傾向は減衰性状を表わす Fig. 6 と併せて輪切り切断時には共通であり、その最大歪量は、絶対量 $300 \sim 350 \times 10^{-6}$ である。

一方短冊切断時の鋼管の内、外面の解放歪量は、Fig. 8 に示されるようで、実線は外面の W.S.G. から、点線は内面の W.S.G. から測定したものである。鎖線は内外面の解放歪から求めた軸方向解放歪の成分である。Fig. 9 は Fig. 8 から肉厚方向の曲げ成分を抽出したものである。短冊切断時の傾向は、（1）の近傍、（9）の近傍で最大値（ $\approx 1200 \times 10^{-6}$ ）を示し、その対称点（5）、（13）の近傍で最小値（ $\approx 600 \times 10^{-6}$ ）の歪量を示し、材軸方向に対し、肉厚部に大きな曲げ残留歪が存在するという特定の様相を呈している。

鋼管に存在する総残留歪は、輪切り切断、短冊切断時の解放歪の和から求め、その歪量は $1200 \sim 1500 \times 10^{-6}$ である。そしてこの総解放歪量にヤング係数を乗じて符号をかえたものが内在する残留応力に等しいと考えられる。As-Delivered 材に対する分布形全体の傾向は、（1）、（9）を結ぶ面については、対称分布をするが、（5）、（13）を結ぶ面に対しては、やや対称性を欠くといえる。

Fig. 10 は Annealed 材に対する測定結果である。(a) は輪切り切断時 (b) は短冊切断時解放歪量を示すが、As-Delivered 材に比しいずれの場合もその分布絶対量は小さく、最大値 200×10^{-6} 程度で、分布形状も特定の傾向を示さない。

1.5 座屈実験

1.5.1 実験計画

これまでの基礎実験で得られた資料、すなわち冷間塑性加工による材の機械的性状の変化、あるいは内在する大きな量の残留応力が材の不完全因子として、座屈耐力、座屈挙動に及ぼす影響を、中心および偏心圧縮載荷の二種の座屈実験を行なうことにより検討する。

供試体は Fig. 1 で示したものをを用い、その断面性状は Table 1 に示されている。偏心方向は Fig. 11 に示す。

1.5.2 加力装置

加力はアムスラー型 100 t 長柱試験機で行ない、試験機の bed、および head 部には Fig. 12 に示す油圧式球座を取りつけた。ポンプの油吐出量は毎分 2 リットルで、油は送油ポンプを通り (I) から (b) に入り、(c) を通過して (o) から送油ポンプにもどる。その際 (b) の油圧によって加工盤 (d) は僅かに浮いて、(a) との間に油の薄膜が形成され、最大限 10° まで自由に回転できるピン状態となる。球座の回転中心

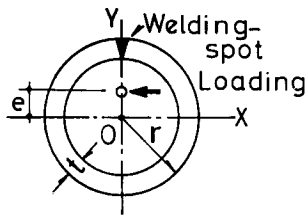


Fig. 11 Cross-Section of Buckling Test Specimens

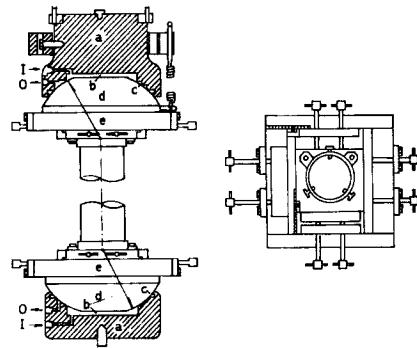


Fig. 12 End Supports

は、試験体を取りつけた接平面上にあるので座屈長は試験体材長に等しい。(e)部は試験体を取りつけた状態で、試験体の材軸と直角方向へねじによって微動できるようになっている。その移動量は 0.1 mm までバーニアによって読みとることができる。

1.5.3 計測装置

各 Series 共、精度 1/100 mm の D.G. を材中央の二方向 4 点に使用して、材の中央たわみ変形を測定し、W.S.G. を両材端、および中央部の二方向 4 点、計 12 点に貼付して歪分布を測定した。Fig. 13 に D.G., W.S.G. の測定、貼付位置を示す。

また、たわみ変形を D.G. で測定するために Fig. 14 に示す木製の測定枠を試験体に取りつけた。この測定枠は counter-balance で吊られ試験体には、ピンとローラーでとりついており、その位置は試験体材端から 50 mm 中に入ったところである。なお Series E の場合、中央部のたわみ変形が 100 mm に及ぶも

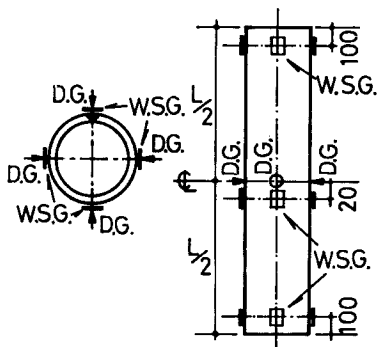


Fig. 13 Point of Deformation Measurements

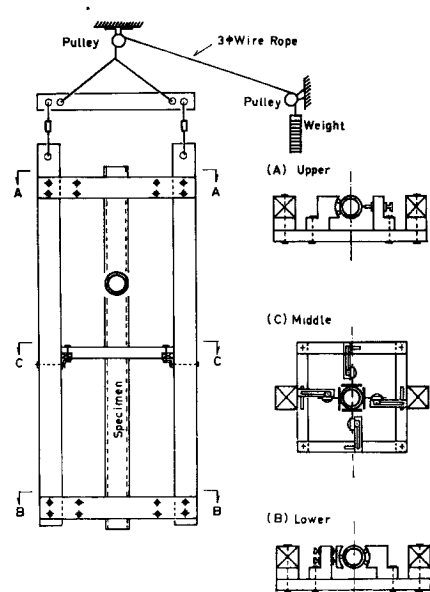


Fig. 14 Apparatus of Deformation Measurements.

の、もしくはそれ以上の変形を示す材に対しては、偏心方向と直角方向に約 5m 離れたところにトランシットを備えつけてたわみを測定した。

1.5.4 実験方法

本载荷を始める前に、まず予備载荷を行なって両方の球座の回転中心を結ぶ線に試験体の重心軸が一致するようにする。

予備载荷の最大荷重は、予想耐力の1/5程度とした。その最大荷重まで载荷した時、材中央部にとりつけた4個の D.G. の値がなるべく小さくなるよう、また上、下端、中央の W.S.G. の測定値が4点共なるべく等しくなるように耐圧盤を微動させて調整する。この操作をくり返し、最終的に中央のたわみ変形が、ほぼ0に等しくなった時、中心合せを完了する。偏心载荷の場合には、上記の方法で中心合せを行なった後、所定の偏心量だけ耐圧盤を移動させる。

本载荷の際には、予想耐力までを約30段階に区切り、各荷重階において、たわみおよび歪分布を測定する。Photo 2 に実験概観を示す。

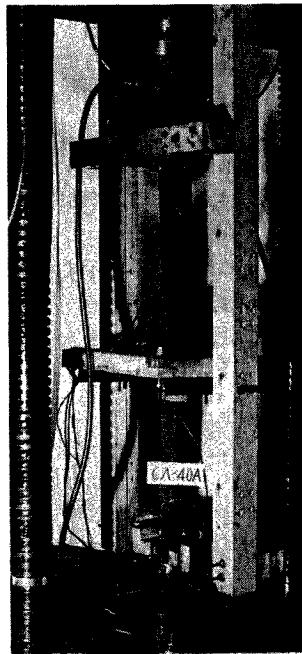


Photo 2 General View of Buchling Test.

1.5.5 変形挙動

Series A, Series C の変形挙動を、 $P-\delta$ (荷重-変形) および $P-\varepsilon$ (荷重-歪) 曲線で表わしたものを Fig. 15 に示す。

i) Series C の変形は、最大荷重の約80%程度の荷重から y 方向に起り始め、最大荷重時近くになり急激に増大した。一方 Series A では、座屈荷重の極く近傍に至るまで中央部の曲げ変形はほとんどなく、座屈と共に急に起る。

ii) Fig. 16 は Series A, Series C の座屈時の変形方向を示す。数字は各々細長比を表わす。Series C の場合、 $\lambda=90$, $\lambda=60$ 材を除いては、 y 軸を約25°に見込む範囲内に変形を起している。 y 軸の正の方向と、負の方向へ座屈変形を起した試験の数は、ほぼ同数である。

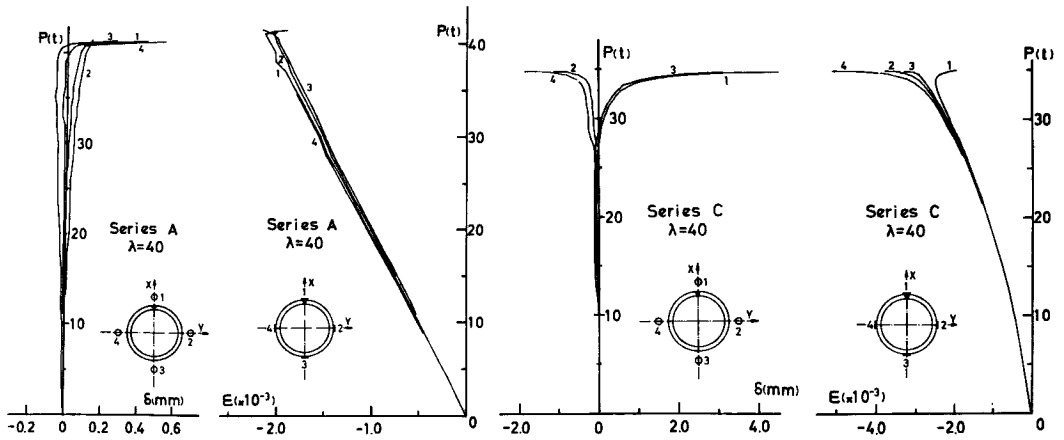


Fig. 15 Load-Deformation Relations.

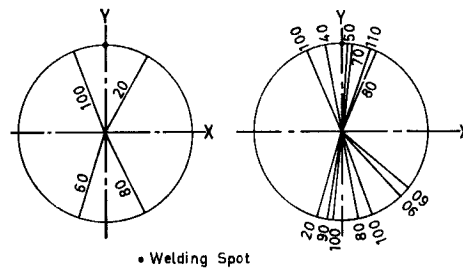


Fig. 16 Deflecting Direction upon Buckling

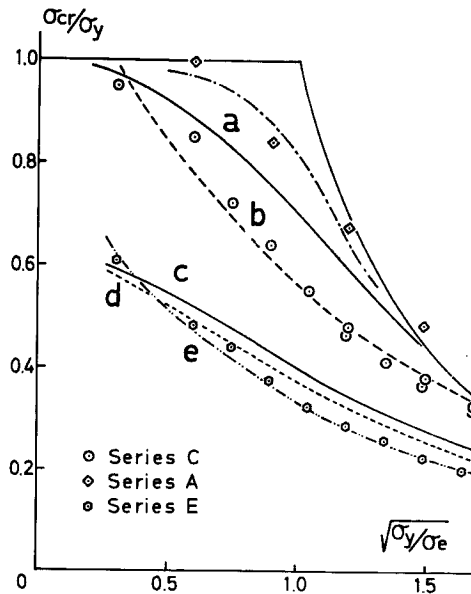


Fig. 17 Test Results and Column Curve

Table 3 Result of Buckling Test

(1) Series C

Slenderness Ratio	20	40	50	60	70	80A	80B
$P_{\max}$ (t)	39.3	34.8	29.7	26.7	22.3	18.8	19.4
σ_{cr} (kg/mm ²)	44.02	39.46	23.53	29.74	25.60	21.65	22.15
σ_{cr}/σ_y	0.950	0.852	0.724	0.642	0.553	0.467	0.480
λ	19.93	39.91	49.92	59.92	69.78	79.66	79.87
$\sqrt{\sigma_y/\sigma_e}$	0.298	0.597	0.746	0.896	1.043	1.191	1.194

Slenderness Ratio	90A	90B	100A	100B	110A	110B
$P_{\max}$ (t)	17.0	18.0	15.2	14.5	13.0	13.5
σ_{cr} (kg/mm ²)	19.05	20.75	17.44	16.91	14.63	15.11
σ_{cr}/σ_y	0.411	0.448	0.377	0.365	0.316	0.326
λ	89.83	89.72	99.90	99.48	109.74	109.34
$\sqrt{\sigma_y/\sigma_e}$	1.343	1.341	1.498	1.487	1.641	1.641

(2) Series A

Slenderness Ratio	40	60	80	100
$P_{\max}$ (t)	41.3	33.6	27.4	19.6
σ_{cr} (kg/mm ²)	46.45	38.30	31.31	22.26
σ_{cr}/σ_y	1.006	0.841	0.678	0.482
λ	39.87	50.85	79.88	99.71
$\sqrt{\sigma_y/\sigma_e}$	0.594	0.893	1.191	1.487

(3) Series E

Slenderness Ratio	20	40	50	60	70	80	90	100	110
$P_{\max}$ (t)	25.45	20.30	17.55	15.05	13.20	11.70	10.45	8.90	8.20
σ_{cr} (kg/mm ²)	28.17	22.53	20.39	17.37	15.06	13.38	12.04	10.35	9.28
σ_{cr}/σ_y	0.608	0.486	0.440	0.375	0.325	0.289	0.260	0.223	0.205
λ	20.05	39.92	49.84	59.79	69.76	79.69	89.23	99.61	109.61
$\sqrt{\sigma_y/\sigma_e}$	0.300	0.497	0.745	0.894	1.043	1.191	1.334	1.489	1.640

iii) 局部座屈現象は, Series C では細長比20材に観察されただけであるが, Series A では細長比が40, 60材において各々観察された。60材は中央部, 40材は下端部であった。

なお実験結果は, Fig. 17 と Table 3 に示す。

2. 解 析

2.1 基本設定

前章で得られた電縫鋼管の基本性状と, 残留応力の分布形状, 大きさから, つぎの3点を主眼に解析を行ない, 実験値との座屈挙動の比較検討を試みる。

i) 既応の両端単純支持材に対する座屈公式を円型断面に適用してまず実験値と比較を行なう。中心圧縮

柱の場合、その弾塑性座屈に対し **Tangent Modulus Theory** を用い、比例限度以上降伏 Level までの接線弾性係数比は **DIN 4114** の仮定に従う。また偏心圧縮柱の場合は、**Ježek** の理論から誘導された“薄肉円管に対する **Klöppel's Formula**”による。

ii) 残留応力の存在のみが、座屈耐力に及ぼす材の不完全因子であると考え、まず基礎データから分布パターンを近似曲線化する。つぎにこの残留応力パターンを中心圧縮柱では、**Tangent Modulus Theory**、偏心圧縮柱では、**Ježek Theory** を適用することにより、座屈性状を検討する。

iii) 材の不完全因子として残留応力に加え、さらに、冷間塑性加工の影響を考慮する。すなわち、残留応力が材断面に様な影響を及ぼすものと仮定すると、電縫鋼管の機械的性状は、1.3) で得られた **Stub-Column Test** の応力-歪関係によって表わされる。そこでこの応力-歪関係に基づいて解析を行ない、実験値との比較を行なう。

2.2 既応の座屈公式の適用

2.2.1 中心圧縮柱

一般に材長を座屈長とする柱の耐力式は、材の機械的性状を表わす関数 $f(\tau)$ を用いると、

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} f(\tau) \quad \dots\dots\dots (1)$$

と表わされる。ただし τ は接線弾性係数とヤング係数の比である。

材が弾性的挙動を示す場合には、 $f(\tau) = 1 = \text{const.}$ と置換することにより、**Euler** 長柱公式が得られる。非弾性の場合、材の弾塑性挙動が全断面一様と考えると

$$f(\tau) = \tau \quad \dots\dots\dots (2)$$

で表わされ、従来の **Tangent Modulus Theory** による耐力式が導入される。

ここで(2)式の右辺を **DIN 4114** の仮定に従い降伏応力度を σ_y 、比例限度応力度を σ_p として、つぎのようにあらわす。

$$\tau = 1 - \left(\frac{\sigma_{cr} - \sigma_p}{\sigma_y - \sigma_p} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$\sigma_p = 1.51t/\text{cm}^2$ として求めた座屈曲線が **Fig. 17** の曲線 (a) である。

2.2.2 偏心圧縮柱

偏心圧縮柱の耐力計算に際しては、以下の計算仮定を考える。(1) 材の応力-歪関係は理想弾塑性とする。(2) 材断面全体については、平面保持が成立する。(3) 歪のもどりによる影響は考慮しない。(4) たわみ形は正弦半波形とし、曲げモーメント、軸方向力の釣合は材の中央断面でのみ考える (**Fig. 18**)。 (5) 無載荷状態で材は真直である。(6) 管径 (R) に比して肉厚 (t) は十分うすいものとする。

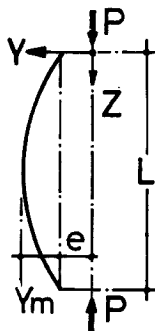


Fig. 18

以上の計算仮定に従って、核半径に等しい偏心距離を有する材の断面内応力状態としては、つぎの2つの場合が考えられる。

CASE 1 $|\varepsilon_1| \geq |\varepsilon_y|$, $|\varepsilon_2| < |\varepsilon_y|$

Fig. 19 の歪分布から曲率 Φ は

$$\Phi = \varepsilon_y / c = \sigma_y / E \cdot c \quad \dots\dots\dots (4)$$

と表わせる。ここに c は中立軸位置から圧縮側降伏歪 ε_y の生ずる位置までの距離を示す。

y_m を中央たわみとして、たわみ曲線を

$$y = (y_m - e) \sin \pi x / l + e \quad \dots\dots\dots (5)$$

と表わすと、材中央部の曲率 $1/\rho$ は

$$1/\rho = y''_{x=l/2} = -\frac{\pi^2}{l^2} (y_m - e) \quad \dots\dots\dots (6)$$

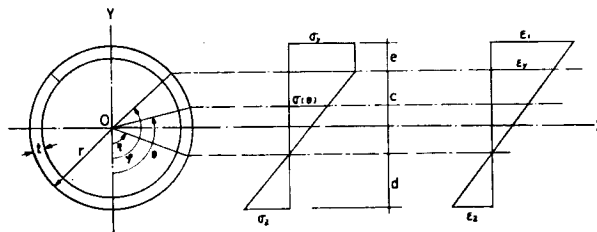


Fig. 19 Stress and Strain Distribution in Case 1

一方弾性域における任意開角 θ (Fig. 19) での応力 $\sigma(\theta)$ は、 θ の関数として

$$\sigma(\theta) = \sigma_y \cdot \frac{\cos \eta - \cos \theta}{\cos \eta - \cos \varphi} \quad \dots\dots\dots (7)$$

と表わせる。したがって軸方向力 N と曲げモーメント M の釣合いは、中央部断面において、

$$\left. \begin{aligned} N &= 2\sigma_y r t \left[(\pi - \varphi) + \frac{\varphi \cos \varphi - \sin \varphi}{\cos \eta - \cos \varphi} \right] \\ M &= 2\sigma_y r^2 t \left[\pi + \frac{2(\varphi \cos \varphi - \sin \varphi) + (\varphi - \cos \varphi \cdot \sin \varphi)}{2(\cos \eta - \cos \varphi)} \right] \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\text{かつ} \quad M = N \cdot y_m \quad \dots\dots\dots (9)$$

が成立する。ここに η , φ は各々引張縁から中立軸、圧縮側降伏応力度位置までの開角を示す。ここで断面の幾何学的関係と (4), (6) 式から (8), (9) 式の $\cos \eta$ を消去すると、

$$F_1(\sigma_0, y_m, \varphi) = \frac{\pi}{2\sigma_e} (\sigma_0 - \sigma_y) - \frac{1}{r} (y_m - e) \cdot (\varphi \cos \varphi - \sin \varphi) = 0 \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$F_2(\sigma_0, y_m, \varphi) = \frac{y_m}{r} - \frac{\sigma_0 - \sigma_y}{2\sigma_e} \cdot \frac{\varphi - \cos \varphi \cdot \sin \varphi}{\varphi \cos \varphi - \sin \varphi} = 0 \quad \dots\dots\dots (10')$$

が求まる。(10), (10') 式の2つの従属変数 y_m , φ の一方を消去することにより、つぎの関数が得られる。

$$G_1(\sigma_0, y_m) = 0 \quad \dots\dots\dots (11), \quad G_2(\sigma_0, \varphi) = 0 \quad \dots\dots\dots (11')$$

したがって座屈条件式 $dN/dy_m = 0$ は (11) 式 (11') 式のどちらか一方の式によって定めることが可能である。ここで (11') 式を用いると座屈条件式として次式が得られる。

$$\frac{\sin \varphi}{\varphi} = \frac{e}{r} \cdot \frac{\sigma_0}{\sigma_y - \sigma_0} \quad \dots\dots\dots (12)$$

一方釣合い方程式は (10), (10') 式の整とんから

$$\frac{\sigma_0}{\sigma_s} = \frac{1}{\pi} \left\{ \varphi + \cos\varphi \cdot \sin\varphi - \frac{2\sin^2\varphi}{\varphi} \right\} \quad \dots\dots\dots(13)$$

のように求まる。(12), (13) 式において, $e=25.0$ mm, $r=50.8$ mm, $\sigma_y=4.633$ t/cm² として求めた座屈曲線を Fig. 17 曲線 (c) に示す。

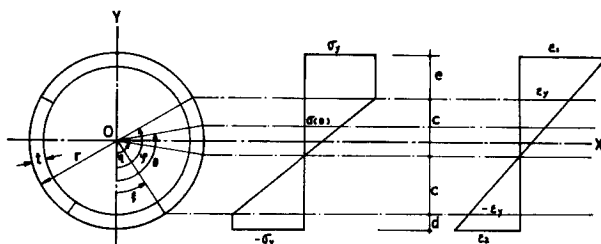


Fig. 20 Stress and Strain Distribution in Case 2

CASE 2 $|\epsilon_1| > |\epsilon_y|$, $|\epsilon_2| \geq |\epsilon_y|$

CASE 1の場合と同様にして, 中央部断面における N, M を求めると,

$$\left. \begin{aligned} N &= 2\sigma_y r t \left[(\pi - \varphi - \xi) + \frac{1}{\cos\xi - \cos\varphi} \{ (\varphi - \xi)(\cos\xi + \cos\varphi) - 2(\sin\varphi - \sin\xi) \} \right] \\ M &= 2\sigma_y r^2 t \left[(\pi - \varphi - \xi + \sin\varphi + \sin\xi) \right. \\ &\quad - \frac{1}{\cos\xi - \cos\varphi} \{ (\varphi - \xi)(\cos\xi + \cos\varphi) - 2(\sin\varphi - \sin\xi) \\ &\quad \left. - (\cos\xi + \cos\varphi)(\sin\varphi - \sin\xi) + (\varphi - \xi) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2}(\sin 2\varphi - \sin 2\xi) \} \right] - N \cdot r \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(14)$$

一方釣合い方程式は

$$\frac{y_m - \sigma_0 - \sigma_y}{r} \cdot \frac{\varphi - \sin\varphi \cdot \cos\varphi - (\xi - \sin\xi \cdot \cos\xi)}{2\sigma_0} = 0 \quad \dots\dots\dots(15)$$

$$\frac{\pi}{2\sigma_s} (\sigma_0 - \sigma_y) - \frac{1}{r} (y_m - e) \{ \varphi \cos\varphi - \sin\varphi - (\xi \cos\xi - \sin\xi) \} = 0 \quad \dots\dots\dots(15')$$

上式は CASE 1 の場合と異なり, φ, ξ の独立変数と, その各々に従属変数 y_m とからなり, 座屈荷重 σ_{cr} は (15), (15') 式を満足する量として試算法によって求める。なお今実験の所定の偏心量, 細長比においては, CASE 2 の応力状態は, 最大荷重に達するまでは生じないので数式結果を示すにとどめる。

2.3 残留応力の影響を考慮した座屈耐力式

2.3.1 残留応力分布のモデル化と基本計算仮定

残留応力分布は, 測定結果の諸条件 (2.4.3 参照) から中心圧縮柱に対しては, 1/4円 (Fig. 21 (a)) に

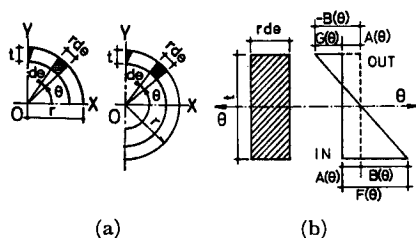


Fig. 21

ついて、偏心圧縮柱に対しては、 $\frac{1}{2}$ 円 (Fig. 21 (b)) について考慮する。また管厚と半径比が $2.9/49.35=0.059$ なる薄肉円管であることから、残留応力は管厚方向に沿っては直線的に変化するものと仮定する。さらに断面内の微小面積素 (Fig. 21 の (a), (b) の斜線部) は $rd\theta \times t$ なる長方形断面に等しいと仮定すると、面内では Fig. 21 (b) の分布が考えられる。

以上の設定から、近似する残留応力分布の必要十分条件は次式で与えられる。

$$P=E \int_A A(\theta) dA=0 \quad \dots\dots\dots(16)$$

$$M_x=E \int_A A(\theta) r \cos \theta \cdot dA + \frac{1}{6} E \int_A B(\theta) r^2 \cos \theta \cdot dA=0 \quad \dots\dots\dots(17)$$

$$M_y=E \int_A A(\theta) r \sin \theta \cdot dA + \frac{1}{6} E \int_A B(\theta) r^2 \sin \theta \cdot dA=0 \quad \dots\dots\dots(17')$$

ここに $A(\theta)$, $B(\theta)$ は各々開角 θ (Fig. 21) における残留歪の軸方向成分、曲げ成分を示す。

これらの必要十分条件 (16), (17), (17') 式と測定結果の条件を満たすものとして、 $\frac{1}{4}$ 円に対しては、代数関数型表示として

$$A(\theta)=-80k\left(\frac{\theta}{\pi}\right)^4+24k\left(\frac{\theta}{\pi}\right)^2-k \quad \dots\dots\dots(18)$$

$$B(\theta)=-\frac{128}{3}l\left(\frac{\theta}{\pi}\right)^4+\frac{44}{3}l\left(\frac{\theta}{\pi}\right)^2+l \quad \dots\dots\dots(19)$$

$\frac{1}{2}$ 円に対しては、三角関数型表示として

$$A(\theta)=\frac{3\pi}{8\pi-3\sqrt{3}}\left[-\frac{8}{3}\pi\sin\left(\frac{8}{3}\theta+\frac{\pi}{6}\right)+\sqrt{3}\right] \quad \dots\dots\dots(20)$$

$$B(\theta)=l\cos\theta+m \quad \dots\dots\dots(21)$$

を考える。但し k , l , m は測定結果より求まる定数である。

また計算に際する基本仮定は、中心圧縮柱の場合、3.2.2の計算仮定から (1), (2), (3), (5), (6) を用い、さらに座屈が起るまでたわみは生じないと仮定する。また偏心圧縮柱の場合には 3.2.2 の計算仮定に従う。

2.3.2 中心圧縮柱

断面形状として Fig. 21 (a) を考え、残留応力分布は、(18), (19) 式を用いる。微小面積素 ($rd\theta \times t=dA$, 以下 dA と略す) 内の降伏条件は Fig. 22 で示される。 dA 内応力状態は付加圧縮歪 ϵ の増加に伴ない、Fig. 23 に示す3つの場合が考慮され、同時に $\frac{1}{4}$ 円全体に対しては Fig. 24 の5つの CASE が存在する。

そこで dA に作用する軸圧縮力を $P(\theta)$, dA 部分の X 軸に関する有効断面二次モーメントを I_{xx} とすると、Fig. 23 の各場合に対して、つぎのように表わせる。

i) 弾性応力状態 (E) Fig. 23 (a)

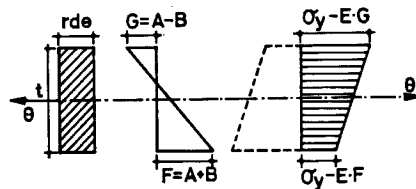
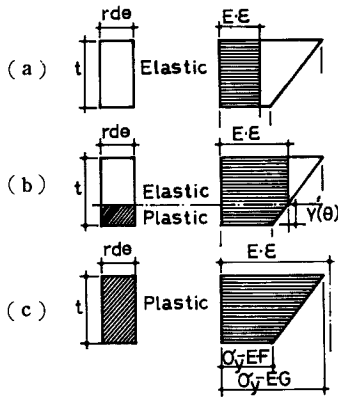


Fig. 22 Yield Condition in dA

Fig. 23 Pattern of Stress Distribution in dA

$$\left. \begin{aligned} P(\theta) &= E \cdot \varepsilon \cdot r d\theta \cdot t \\ I_{xx}(\theta) &= \int r^3 t \sin^2 \theta \cdot d\theta \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (22)$$

ii) 一部塑性応力状態 (P_c) Fig. 23 (b)

降伏域の広がりを見せる変数を角度 θ の関数として $y(\theta)$ で表わすと、(Fig. 23 参照)

$$y(\theta) = \frac{t}{2B(\theta)} [\varepsilon - \varepsilon_y + A(\theta) + B(\theta)] \quad \dots\dots\dots (23)$$

$$\left. \begin{aligned} P(\theta) &= Ert \left[\varepsilon - B(\theta) \cdot \left(\frac{y(\theta)}{t} \right)^2 \right] d\theta \\ I_{xx}(\theta) &= r^3 t \int \left(1 - \frac{y(\theta)}{t} \right) \sin^2 \theta \cdot d\theta \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (24)$$

iii) 全面降伏応力状態 (F_c) Fig. 23 (c)

$$\left. \begin{aligned} P(\theta) &= Ert [\varepsilon_y - A(\theta)] d\theta \\ I_{xx}(\theta) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (25)$$

円管断面全体の応力状態に対しては、(22)~(25) 式を組合せ、それを断面全体に積分することにより求めることができる。

Fig. 24 (d) を例に示すと

$$\left. \begin{aligned} N &= 4Ert \left[\frac{\pi}{2} \varepsilon - \int_0^{\theta_4} B(\theta) \cdot \left(\frac{y(\theta)}{t} \right)^2 d\theta - \int_{\theta_3}^{\pi/2} B(\theta) \cdot \left(\frac{y(\theta)}{t} \right)^2 d\theta \right. \\ &\quad \left. + \int_{\theta_4}^{\theta_3} \{ \varepsilon_y - A(\theta) - B(\theta) \} d\theta \right] \\ I_{xx} &= 2r^3 t \left[\frac{\pi}{2} - (\theta_3 - \theta_4) + \frac{1}{2} (\sin 2\theta_3 - \sin 2\theta_4) \right. \\ &\quad \left. - \int_0^{\theta_4} (1 - \cos 2\theta) \cdot \left(\frac{y(\theta)}{t} \right) d\theta - \int_{\theta_3}^{\pi/2} (1 - \cos 2\theta) \left(\frac{y(\theta)}{t} \right) d\theta \right] \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (26)$$

となる。

一方座屈耐力は、座屈が起るまでたわみが生じないという仮定から円管断面の応力状態が、軸力の増加に伴って (a) から (e) まで順次移行し、応力状態の戻りが起らないということから Tangent-Modulus Theory を適用して求めることが可能である。ここで材の機械的性状を表わす関数を (2) 式より $f(\tau) = \tau$ とし、 τ の変化を、有効剛性 (EI_{xx}) の変化に等しいと仮定すると、

$$\tau = EI_{xx} / EI \quad \dots\dots\dots (27)$$

$$\text{ただし } I_0 = \pi \cdot r^3 \cdot t$$

一方 $E \cdot I_{xx}$ は付加歪 ε の関数として与えられているので、座屈応力度 σ_{cr} は (1) 式より次式のように求めることができる。

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \cdot \frac{I_{xx}(\varepsilon)}{I_0} \quad \dots\dots\dots (28)$$

2.3.3 偏 心 圧 縮 柱

1) 残留応力分布

断面形状としては **Fig. 21 (b)** を考え、(20)、(21) 式の三角関数型分布の残留応力パターンを用いる。**Fig. 25** は $\frac{1}{2}$ 円の内外面に分布する残留歪とその降伏条件を示す。

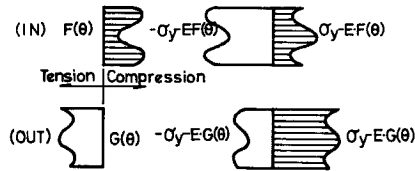


Fig. 25 Strain Distribution and Yield Condition.

2) 付加歪の分布と dA 内の応力状態

偏心軸圧による付加歪は、**Fig. 19**, **Fig. 20** の歪分布にも示されているように、任意開角 θ において、その曲率と共に次式で与えられる。

$$\varepsilon(\theta) = \varepsilon_1 \frac{\cos\eta - \cos\theta}{1 + \cos\eta} \quad \dots\dots\dots (27)$$

$$\phi = \frac{\varepsilon_1}{r(1 + \cos\eta)} \quad \dots\dots\dots (28)$$

一方 dA 内では、最大荷重に至るまで、たわみの増大に対して軸方向が低下しないという仮定から、上記 (27) 式の付加歪に対して **Fig. 26** の (a)~(e) の 5 つの場合の応力状態が考えられる。ここで、 $x(\theta)$, $x'(\theta)$ は圧縮側、引張側の管厚方向の塑性域の広がりを示す関数で以後“降伏域関数”と称する。また、付加歪は dA 内において、その曲率による勾配の変化を無視し、材軸に直角に加わるものと仮定する。

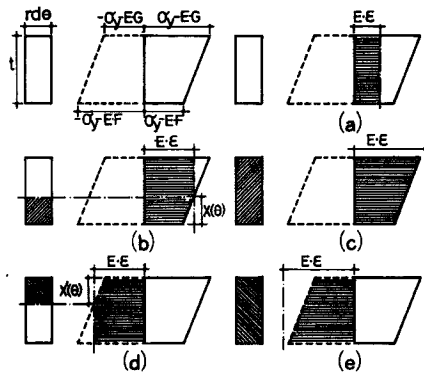


Fig. 26 Pattern of Stress Distribution in dA

よって **Fig. 26** の各々の dA 内軸力 $P(\theta)$ は

$$(a) \quad P(\theta) = E \cdot \varepsilon(\theta) \cdot r t d\theta \quad \dots\dots\dots (29-1)$$

$$(b) \quad P(\theta) = E r t \left[\varepsilon(\theta) - \frac{1}{2} \{ F(\theta) - G(\theta) \} \cdot \left(\frac{x(\theta)}{t} \right)^2 \right] d\theta \quad \dots\dots\dots (29-2)$$

$$(c) \quad P(\theta) = \frac{1}{2} Ert [2\varepsilon_y - G(\theta) - F(\theta)] d\theta \quad \dots\dots\dots (29-3)$$

$$(d) \quad P(\theta) = Ert \left[\varepsilon(\theta) - \frac{1}{2} \{G(\theta) - F(\theta)\} \cdot \left(\frac{x'(\theta)}{t} \right)^2 \right] d\theta \quad \dots\dots\dots (29-4)$$

$$(e) \quad P(\theta) = \frac{1}{2} Ert [-2\varepsilon_y - G(\theta) - F(\theta)] d\theta \quad \dots\dots\dots (29-5)$$

となる。ただし $F(\theta) = A(\theta) + B(\theta)$, $G(\theta) = A(\theta) - B(\theta)$

$$x(\theta) = \frac{t}{F(\theta) - G(\theta)} [\varepsilon(\theta) - \varepsilon_y + F(\theta)] \quad \dots\dots\dots (30-1)$$

$$x'(\theta) = \frac{t}{G(\theta) - F(\theta)} [\varepsilon(\theta) + \varepsilon_y + G(\theta)] \quad \dots\dots\dots (30-2)$$

3) 塑性域の決定

仮定された歪分布 $\varepsilon(\theta)$ に対する降伏域の決定は、圧縮側、引張側の各々に対して

$$x(\theta) = 0, \quad x(\theta) = t \quad \dots\dots\dots (31-1)$$

$$x'(\theta) = 0, \quad x'(\theta) = t \quad \dots\dots\dots (31-2)$$

と置くことによって求められる。(30), (31) 式からつぎのようにまとめられる。

$$\varepsilon(\theta) + F(\theta) - \varepsilon_y = 0, \quad \varepsilon(\theta) + G(\theta) - \varepsilon_y = 0 \quad \dots\dots\dots (32-1)$$

$$\varepsilon(\theta) + G(\theta) + \varepsilon_y = 0, \quad \varepsilon(\theta) + F(\theta) + \varepsilon_y = 0 \quad \dots\dots\dots (32-2)$$

これらの式を満足する θ が各降伏域の上、下境界値を与える。

4) 断面内応力状態

偏心距離が核半径に等しい場合、 dA 内応力状態 (Fig. 26) の組合せによって、基本的には Fig. 27 に示す 3 つの場合が存在する。軸力 N および断面の重心軸に関するモーメントは、各々の部分でその応力状

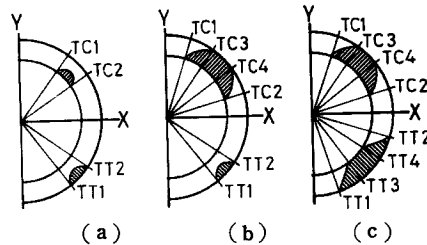


Fig. 27

態に対応する式を (29-1) ~ (29-5) 式から選択し、 $\frac{1}{2}$ 全断面に積分を行なうことにより求められる。

Fig. 27 (c) の場合について示すと

$$N = \int_0^\pi (E) d\theta + \int_{TT_1}^{TT_3} \{(PT) - (E)\} d\theta + \int_{TT_3}^{TT_4} \{(Fc) - (E)\} d\theta + \int_{TT_4}^{TT_2} \{(PT) - (E)\} d\theta \\ + \int_{TC_2}^{TC_4} \{(PC) - (E)\} d\theta + \int_{TC_4}^{TC_3} \{(Fc) - (E)\} d\theta + \int_{TC_3}^{TC_1} \{(PC) - (E)\} d\theta \quad \dots\dots\dots (33)$$

$$M = \left[- \int_0^\pi (E) \cos\theta \cdot d\theta - \int_{TT_1}^{TT_3} \{(PT) - (E)\} \cos\theta \cdot d\theta - \int_{TT_3}^{TT_4} \{(FT) - (E)\} \cos\theta \cdot d\theta \right. \\ \left. - \int_{TT_4}^{TT_2} \{(PT) - (E)\} \cos\theta \cdot d\theta - \int_{TC_2}^{TC_4} \{(PC) - (E)\} \cos\theta \cdot d\theta - \int_{TC_4}^{TC_3} \{(Fc) - (E)\} \cos\theta \cdot d\theta \right. \\ \left. - \int_{TC_3}^{TC_1} \{(PC) - (E)\} \cos\theta \cdot d\theta \right] \cdot r \quad \dots\dots\dots (34)$$

となる。ここに

$$TC1, TC2, TC3, TC4 \dots\dots\dots (32-1) \text{ 式を満足する圧縮側降伏境界角}$$

$TT1, TT2, TT3, TT4 \dots \dots \dots (32-2)$ 式を満足する引張側降伏境界角

$$(E) = Ert \cdot \varepsilon(\theta)$$

$$(PC) - (E) = -\frac{1}{2} Ert \{ F(\theta) - G(\theta) \} \left(\frac{x(\theta)}{t} \right)^2$$

$$(PT) - (E) = -\frac{1}{2} Ert \{ G(\theta) - F(\theta) \} \left(\frac{x'(\theta)}{t} \right)^2$$

$$(Fc) - (E) = Ert [2\varepsilon_y - \{ F(\theta) + G(\theta) + 2\varepsilon(\theta) \}] / 2$$

$$(FT) - (E) = Ert [-2\varepsilon_y - \{ F(\theta) + G(\theta) + 2\varepsilon(\theta) \}] / 2$$

を表わす。

5) たわみ方程式と釣合式

計算仮定よりたわみ曲線は、(5) 式で与えられる。従って曲率は (6) 式で与えられ、(33) 式の軸力 N と、曲げモーメント M は (9) 式を満たすことが必要条件となる。

6) 座屈耐力式の計算

座屈耐力式が解析的に求まらない場合、断面内の付加応力状態は、2つの独立量 ε_1, y_m を与えることで決定され、(9) 式を満足する量を試的に求めることで耐力は計算されうる。

そこでまず (6) 式と (28) 式から $\cos \eta$ を求めると

$$\cos \eta = \frac{\varepsilon_1 \cdot l^2}{r \pi^2 (y_m - e)} = \alpha(\varepsilon_1, y_m, l, e) \quad \dots \dots \dots (34)$$

従って (27) 式は

$$\varepsilon(\theta) = \varepsilon(\varepsilon_1, \theta, \alpha) = \varepsilon(\theta, \varepsilon_1, y_m, l, e) \quad \dots \dots \dots (35)$$

となる。まだ降伏域関数は

$$x(\theta) = x(\theta, \varepsilon_1, y_m, l, e) \quad \dots \dots \dots (36)$$

のように表わせる。よって dA 内 軸力 $P(\theta)$ は $\theta, \varepsilon_1, y_m, l, e$ の関数として

$$P(\theta) = P(\theta, \varepsilon_1, y_m, l, e) \quad \dots \dots \dots (37)$$

と書くことができる。これによって (33) 式はつぎの関数として表わせる。

$$\left. \begin{aligned} N &= N(\theta_0, \varepsilon_1, y_m, l, e) \\ M &= M(\theta_0, \varepsilon_1, y_m, l, e) \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (38)$$

ここに θ_0 は降伏境界角に相当し、積分を行なうことにより定数となるので、(38) 式は各々 ε_1, y_m, l, e の関数と考えることができる。従って (38) 式は、 l, e が既知の場合、二変数 ε_1, y_m の関数となり、(9) 式の釣合方程式を満足する N, y_m 量が試索によって求められる。

2.4 機械的性状の変化を考慮した座屈耐力式

Fig. 3 の見かけの応力-歪関係を、**Fig. 28** に示すように比例限度以上を一次の双曲線関数で次式のように近似する。近似曲線との比較は **Fig. 3** の点線に示される。

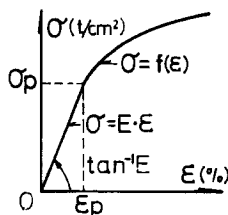


Fig. 28 Assumed Stress-Strain Relation

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= E \cdot \varepsilon & \sigma &\leq \sigma_p \\ &= f(\varepsilon) = 5.86 - \frac{0.90}{\varepsilon + 0.135} & \sigma_p &< \sigma \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (39)$$

2.4.1 中心圧縮柱

Tangent Modulus Theory を適用し、(2) 式の右边を (39) 式から求めると

$$\begin{aligned} E_t &= \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = E \dots\dots (\sigma \leq \sigma_p), \quad \frac{0.90}{(\varepsilon + 0.135)^2} \dots\dots (\sigma_p < \sigma) \\ \therefore \tau &= E_t/E = 1, \quad \frac{0.90}{E(\varepsilon + 0.135)^2} \dots\dots\dots (40) \end{aligned}$$

従って座屈耐力式は (1) 式から

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \cdot \frac{0.90}{E(\varepsilon + 0.135)^2} \quad (\sigma_{cr} \geq \sigma_p) \dots\dots\dots (41)$$

と表わされる。(41) 式において $\sigma_p = 1.51 \text{ t/cm}^2$ として求めた座屈曲線を **Fig. 17** の曲線 (d) に示す。

2.4.2 偏心圧縮柱

計算仮定は前節偏心圧縮柱の項に従う。ただし、応力-歪関係は **Fig. 28** に示されるものを用い、かつ圧縮側、引張側も同じ履歴をたどるものと仮定する。

耐力の計算は圧縮側、縁歪 ε_1 と中央たわみ y_m を独立量として選び、(9) 式を満足する量を試索によって求める。

断面内応力状態としては、**Fig. 29**, **Fig. 30** の2つの場合が存在する。

CASE 1 $|\varepsilon_1| \geq |\varepsilon_p|, |\varepsilon_2| < |\varepsilon_p|$

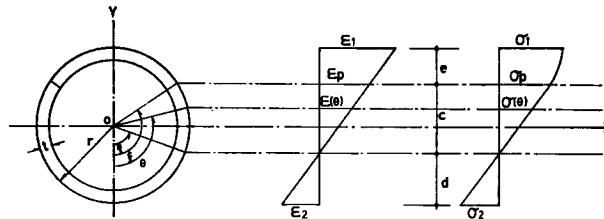


Fig. 29 Stress and Strain Distribution in Case 1

歪分布から求まる曲率と任意開角 θ における歪量は、(27), (28) 式で与えられ、対応する応力は各々

$$\left. \begin{aligned} \theta &\leq \xi; & \sigma(\theta) &= E \cdot \varepsilon(\theta) \\ \xi &< \theta \leq \pi; & \sigma(\theta) &= 5.86 - \frac{0.90}{\varepsilon(\theta) + 0.135} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (42)$$

となる。一方たわみ曲線の仮定から材中央部の曲率は (6) 式で表わされる。軸方向力 N と曲げモーメントの釣合いは、各々

$$\left. \begin{aligned} N &= 2 \left\{ \int_0^{\xi} E r t \cdot \varepsilon(\theta) d\theta + 2 \int_{\xi}^{\pi} r t \cdot \sigma(\theta) d\theta \right\} \\ M &= 2 \left\{ \int_0^{\xi} E r^2 t \cdot \varepsilon(\theta) \cos \theta \cdot d\theta + 2 \int_{\xi}^{\pi} \sigma(\theta) \cdot \cos \theta \cdot r^2 t d\theta \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (43)$$

となる。

CASE 2 $|\varepsilon_1| > |\varepsilon_p|, |\varepsilon_2| \geq |\varepsilon_p|$

任意開角 θ における応力は

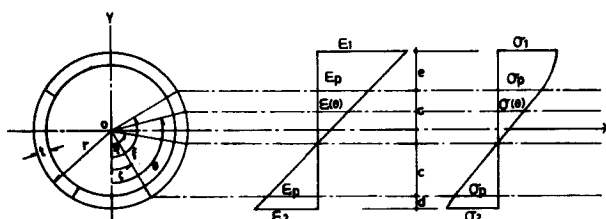


Fig. 30 Stress and Strain Distribution in Case 2

$$\left. \begin{aligned} \xi < \theta \leq \pi & \quad \sigma(\theta) = 5.86 - \frac{0.90}{\varepsilon(\theta) + 0.135} \\ \zeta < \theta \leq \xi & \quad \sigma(\theta) = E \cdot \varepsilon(\theta) \\ 0 \leq \theta \leq \zeta & \quad \sigma(\theta) = -5.86 - \frac{0.96}{-\varepsilon(\theta) - 0.135} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (44)$$

となり、軸力 N と曲げモーメント M は、

$$\left. \begin{aligned} N &= 2 \left[\int_0^{\zeta} \sigma(\theta) r t d\theta + \int_{\zeta}^{\xi} E \cdot \varepsilon(\theta) r t d\theta + \int_{\xi}^{\pi} \sigma(\theta) r t d\theta \right] \\ M &= 2 \left[\int_0^{\zeta} \sigma(\theta) r^2 t \cos \theta \cdot d\theta + \int_{\zeta}^{\xi} E \cdot \varepsilon(\theta) r^2 t \cdot \cos \theta \cdot d\theta + \int_{\xi}^{\pi} \sigma(\theta) r^2 t \cos \theta \cdot d\theta \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (45)$$

と表わされる。これによる理論結果は Fig. 17 の曲線 (e) に示す。

3. 考 察

1) 応力—歪関係は、As-Delivered 材の場合、冷間塑性加工の影響によって、母材とは異なった性状を示す。すなわち応力—歪関係の立上り早期の点 (実験値 $2.50 \sim 2.70 \text{ t/cm}^2$) で直線からはずれ、降伏点および降伏踊り場の存在が明確でない。そして歪度 0.4% 前後からはほぼ一定の勾配で破断強度に至るという傾向を示した。0.2% 永久歪度で降伏点を規定すると、 4.63 t/cm^2 (平均値)、ヤング係数 $2.0 \sim 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ である。Stub-Column Test によると直線をはずれる点は更に低下して、約 1.150 t/cm^2 で塑性域にはいる。Fig. 31 に示した E_t の変化から、曲げ剛性の著しい低下が認められる。

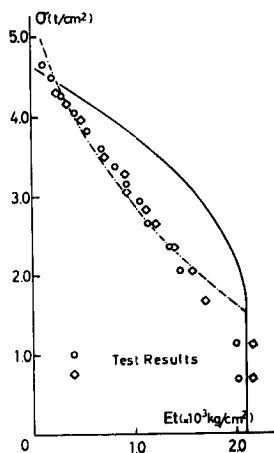


Fig. 31

Annealed 材では、ほぼ通常の軟鋼材と同様の傾向を示す。

2) 多大の残留応力の存在が認められ、局所的には、降伏応力度の70%にも及ぶ量が測定された。特に薄肉鋼管であるにもかかわらず肉厚方向に残留応力は大きな応力勾配を有している。すなわち曲げ残留応力の存在が認められた。円周方向に沿っては、鋼管内面が圧縮、外面が引張残留応力という傾向を示した。

分布形は(1)および(3)を結ぶ面に対して対称であるが、(5)および(13)を結ぶ面に対しては若干対称を欠く。また(1)および(9)点近傍に最大の圧縮残留応力、(5)および(9)点近傍に最大の引張残留応力を生じている。

3) 残留応力の座屈耐力に及ぼす影響については、Fig. 32, Fig. 33 にその計算結果の一例を示す。Fig. 32 は、中心圧縮柱に対するもので、(a) は $\sigma_{rc}/\sigma_y = 0.7, 0.6, 0.5$ に相当する残留応力分布があるときの Tangent-Modulus Theory による Column Curve, (b) は接線弾性係数の変化, (c) は $\sigma-\epsilon$ Relation

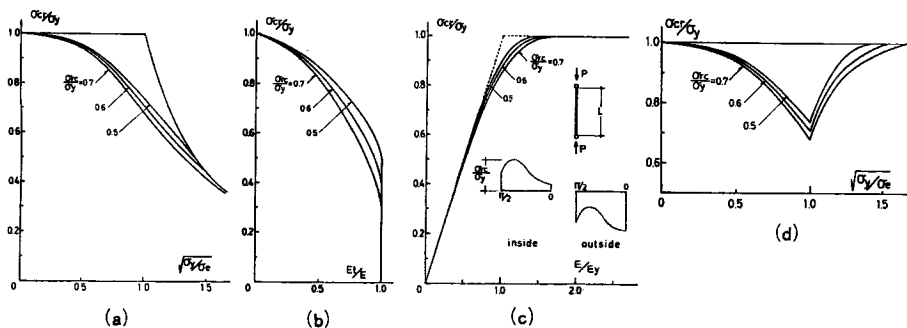


Fig. 32

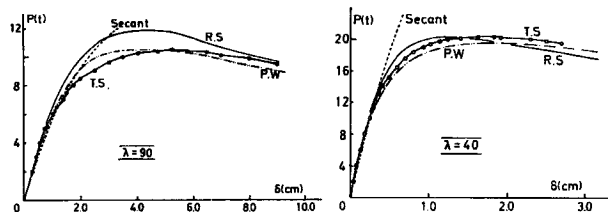


Fig. 33 Load-Deflect or Relation

を表わしており、(d) は耐力の低下率を示す。なお横軸 $\sqrt{\sigma_y/\sigma_e}$ は細長比に比例する無次元量である。

これによると、横軸1のところでは最大の低下を示し、その量は $\sigma_{rc}/\sigma_y = 0.7$ で33%に及ぶ。

一方 Fig. 35 は偏心圧縮柱に対する $P-\delta$ 関係を表わす。T.S. は測定結果、R.S. P.W. は各々2.2, 2.3章の解析結果を意味する。細長比が大きい程 R.S. 曲線と実験値との差は大きく、 $\lambda=90$ では15%程度高い。逆に $\lambda=40$ 材ではほとんど等しい耐力を示していると考えられる。これは、実験データから得られた0.2%永久歪度の σ_y を理想弾塑性性状を示す応力-歪関係の降伏 Level に等しく置いて解析を行なったことによるものと推察される。

4) 変形挙動は、Series C の場合、残留応力の非対称分布によって局部的に早期降伏域が生じ、偏心圧縮柱の様相を呈する。そして座屈方向にも特定の傾向を示すが、耐力には大きな影響を与えない。また局部座屈現象は、Series C では、 $\lambda=20$, Series A では $\lambda=40$, 材において観察されたのみであった。

5) 座屈耐力について

Series C の場合； 実験値は，DIN 4114 の仮定による解析値より15～20%前後低い値を示すが，材全体の見かけの応力-歪線曲から求めた解析値にはいい近似を与える。このことから Series C の座屈耐力は，冷間塑性加工による材の機械的性状の変化と残留応力の大きさにより支配されると推察される。

Series A の場合；長柱域では，Euler Curve と一致し，短柱域では縦軸 1 の値に一致する。細長比60材の実験値が縦軸 1 の値より15%低下しているのは，加工精度によるたわみ量 ($l/2000$) と実験装置による不可避の偏心量 (0.05 mm) が等価偏心量 ($e=l/2000+0.05$) として材に加わったものと推定する。

Series E の場合；実験値は Fig. 17 の曲線 (d) より $\lambda=20$ 材を除いて，15～20%低下し，また曲線 (e) よりも10%前後低い値を示す。しかし曲線 (f) にはよく一致しているということは，偏心量が核半径に等しいという大きさにもかかわらず，材の機械的性状の変化と残留応力の量が耐力低下に大きく影響を及ぼすということの意味すると考えられる。

以上を総合すると，座屈耐力は，材全体の見かけの応力-歪関係 (Stub-Column Test より得られたもので，残留応力，塑性加工の影響を共に含む。) を用い，中心圧縮柱では，Tangent Modulus Theory，偏心圧縮柱では，Ježek Theory を適用することにより，十分近似することができる。

参 考 文 献

- 1) N.R. Nagaraja Rao & Lambert Tall: "Residual Stress in Welded Plates—Magnitude and pattern of residual-stress distribution"—, Welding Jour., Vol. 48, 1961, 10.
- 2) Beedle. L.S. & Tall. L., "Basic column strength," Jour. Str. Div., Proc. ASCE, ST7, July 1960. pp. 139-157.
- 3) 若林実, 石田昭, 辻文三: "材の座屈強度に及ぼす他の因子(偏心)", J.S.S.C., vol. 3, No., 15, 1967, pp. 33-43.
- 4) 石田昭: "不完全因子が柱の座屈荷重に与える影響当量", J.S.S.C. vol. 3, No. 16, 1967, pp. 56-60.
- 5) 藤本盛久: "塑性履歴と鋼構造物", 日本建築学会論文報告集号外, 昭42. 10 p. 408.
- 6) Minoru Wakabayashi & Taijiro Nonaka: "On the Buckling Strength of Angles in Transmission Towers," Bulletin of the Disaster Prevention Research Institute of Kyoto University, Vol. 15, Part 2, No. 91, Nov. 1965, pp. 1-18.
- 7) K. Klöppel und W.G. Darmstadt: "Träglast versuche mit Ausbetonierten Stahlrohren und Aufstellung einer Bemessungsformel, II Teil", Der Stahlbau, 26, Jahrgang, Heft 2, Februsg, S. 44-50.