

数式処理システムと生成 AI の連携活用と その実践報告

元 山陽小野田市立山口東京理科大学 亀田 真澄

Masumi KAMEDA

Sanyo-Onoda City University (Up to March 2023)

名古屋大学・情報連携推進本部 宇田川 暢

Mitsuru UDAGAWA

Nagoya University, Information & Communications

1 はじめに

本稿は「数式処理システム (Computer algebra system: CAS)」^{*1} および「生成 AI (Generative artificial intelligence: GenAI)」^{*2}との連携活用について探究した研究過程・結果を報告する。

2 数式処理システム (CAS) について

著者らは、高等教育機関（理工学系）の数学教育に対して**学習管理システム (Learning Management System: LMS)**である e-Learning システムを大学授業に取り入れ、有益な教育環境を開発・実践してきた。提供した LMS ではオープンソース **Moodle**^{*3}を使用し、特にコンテンツ配信では大学初年次向け数学教育に関する小テスト (Quiz) を

^{*1} コンピュータを用いて数式を記号的に処理するシステムである。

^{*2} 深層学習や機械学習の手法を駆使して、人が作り出すようなテキスト、画像、音楽、ビデオなどのデジタルコンテンツを自動で生成する技術です。

^{*3} 日本ムードル協会サイト：<https://moodlejapan.org/>

多用した。

この小テストで配信している設問では次の6つの機能が実現できている：(1) 高度かつ複雑な2次元数式の表示 (2) ランダムな数値および関数を含む数学問題 (3) 数式処理可能なテキスト解答^{*4}を要求する記述式問題 (4) e-Learning サイト内による即時自動採点 (5) 受験終了後、採点結果を即時・常時閲覧 (6) いつでも、どこでも、どの端末からでも複数受験可能である。

なおこの小テストを配信するには次の4つの主なシステムに対する知見が必要となる：(a) ハイパーテキストをマークアップする言語システム **HTML** (b) 2次元数式を表現する組版システム **TeX**^{*5} (c) 数学問題を配信する数学オンライン評価システム **STACK**^{*6} (d) 数的正誤判定を行う LISP で記述された数式処理システム **Maxima**^{*7} である。これらのシステムを適切に組み合わせることで高度な数学である小テストが配信できている。

また必要に応じて、HTML 形式で構成されている問題文にグラフ生成システム **gnuplot**^{*8}に関するコマンドライン、動的幾何システム **GeoGebra**^{*9}に関する JavaScript プログラム、または動的幾何システム **KeTCindy(JS)**^{*10}に関するコンテンツを組み合わせることで、出力された小テスト設問に組み込まれた数学的グラフを描画できるようになる。

このような数学教育環境を確立させる基軸が、Maxima あるいは STACK であると捉えている。これらのシステムの組み合わせにより、教育環境から導出された豊富な研究成果を報告できた。例えば、COVID-19 によるコロナ禍で激変した高等教育機関の数学教育に対して、次の研究成果を報告した：(1) 文献 [1] が**オールド・ノーマル時代**、(2) 文献 [2] が**ニュー・ノーマル時代**、これらがそれぞれの教育時代を象徴するような実践報告である。ここで特筆すべき事実として、ニューノーマル時代の数学教育環境を実現させた要因の一つは、ビデオ会議システム（第1筆者の旧所属機関では **Zoom video system** を指定した同時双方向型遠隔授業を実行した。）との連携活用であると判断している。

実際、Maxima および STACK を活用した「コンピュータ基盤試験 (Computer Based Testing: CBT)」または「インターネット基盤試験 (Internet Based Testing: IBT)」は、COVID-19 に関係なく利活用した数学教材である。特に第1筆者の担当科目「線形

^{*4} Microsoft の表計算アプリ Excel で利用される程度のコマンドライン

^{*5} TeX Wiki サイト: <https://texwiki.texjp.org/>

^{*6} STACK サイト: <https://stack-assessment.org/>

^{*7} Maxima サイト: <https://maxima.sourceforge.io/>

^{*8} gnuplot homepage サイト: <http://www.gnuplot.info/>

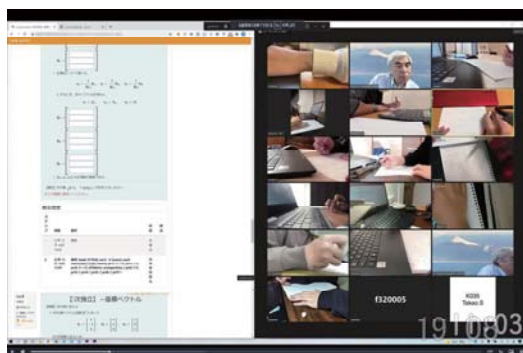
^{*9} GeoGebra サイト: <https://www.geogebra.org/>

^{*10} KeTCindy Hom サイト: <https://s-takato.github.io/ketcindyorg/indexj.html>

代数」において実践した IBT 型の定期試験において：図 1(a) がオールド・ノーマル時代、図 1(b) がニュー・ノーマル時代のそれぞれの受験風景である。図 1(a) では、特定教室に各自のモバイルパソコンを持参して集合し、一斉に同時に受験している。一方、図 1(b) では、各自の自宅から各自のモバイルパソコンを使用して、疑似監視による同時双方向型の遠隔受験のシステムを実践した。



(a) オールド・ノーマル時代の IBT



(b) ニュー・ノーマル時代の IBT

図 1: 線形代数の IBT の受験風景

3 生成 AI の利活用について

本節には、生成 AI の利活用に関する「進展」「問題点・課題」について記載する。

3.1 生成 AI の進展

生成 AI の進展について表 1 にまとめる。

3.2 生成 AI の利活用の問題点

生成 AI を利活用する際にはさまざまな問題点や課題が存在する。その問題点などのリスクを無視する姿勢ではなく、リスクや課題を把握し適切に対処するようにリスクを理解する姿勢で取り扱う。

表 2 に、生成 AI の利活用における問題点・課題などをまとめる。

表 1: 生成 AI の進展

時 期	テーマ	内 容
2010 年代前半	初期の生成モデルの確立	生成的敵対ネットワーク（GAN）やオートエンコーダにより、教師なし学習による画像生成技術が確立。
2017 年以降	Transformer によるモデル大規模化	Attention 機構を基盤とする Transformer 登場により、自然言語処理（NLP）分野で高精度な言語モデル構築が進展。
2020 年以降	拡散モデルによる画像生成革命	Denoising Diffusion Probabilistic Models（DDPM）に基づく Stable Diffusion 等が登場し、条件付き画像生成が普及。
2022 年以降	大規模言語モデルによる対話システム展開	GPT-3 以降の LLM を基盤に、ChatGPT 等の対話型 AI システムが広範な実用フェーズに到達。
2023 年以降	マルチモーダル AI と統合知覚の発展	テキスト・画像・音声・動画を横断するマルチモーダル基盤モデル（例：GPT-4o）が発展し、クロスモーダル生成技術が注目。

表 2: 生成 AI の利活用における問題点・課題

項 目	解 説
1. 倫理的な問題 ● 偏見のリスク ● 不正利用の可能性 ● 著作権やプライバシーの侵害	-学習データの偏りにより差別的内容を生成する。 -フェイク情報や詐欺に悪用される危険がある。 -無断利用により法的問題を引き起こす可能性*1。 *1 法的な観点からも議論されており特に学界でも関心が高まっている。
2. 技術的な問題 ● 学習データの品質 ● 高い計算コスト ● 結果の不確実性	-不正確なデータで生成結果が信頼できなくなる*2。 -大規模なリソース消費が利用の障壁となる*3。 -同じ入力でも出力が変動しやすい問題がある*4。 *2 学術研究ではデータ収集の段階で厳密な検証が必要である。 *3 個人研究者には計算コストが高く計算資源の制約が課題となる。 *4 不確実性は学術研究で結果の一貫性が求められる場合には問題となる可能性がある。
3. 社会的な問題 ● 職業への影響 ● 教育と知識への依存	-仕事の自動化で雇用に変化が生じる可能性*5。 -AI 依存により思考力低下の恐れがある*6。 *5 若い研究者はキャリアへの影響を考える必要がある。 *6 生成 AI が提供する情報が誤っている場合誤情報をそのまま信じてしまうリスクがある。
4. 倫理的および法的な課題 ● 責任の所在	-生成物の責任者が不明確になりやすい*7。

項 目	解 説
●プライバシーの保護	-個人情報流出リスクに細心の注意が必要*8。 *7 研究者が生成 AI を使用して研究成果を発表する際にはその内容の正確性や倫理的な観点で責任を問われる場合がある。 *8 学術研究での生成 AI 利用においてもデータ収集の段階で個人情報が含まれていないかを注意深く確認する必要がある。
5. 生成 AI の限界 ●事実性の欠如 ●クリエイティブな限界	-生成内容が事実と異なる場合がある*9。 -独創性が乏しく人間の創造力に依存する*10。 *9 研究者が生成 AI を利用する際には生成された情報の検証を行うことが不可欠である。 *10 学術研究や創造的なプロジェクトにおいては AI が補助的な役割にとどまり人間の創造性が重要視される場面が多くある。

4 生成 AI の連携について

OpenAI が 2022 年 11 月に生成 AI のクラウド・サービス **ChatGPT** を公開した。その結果、高等教育機関の教育環境における活用方法が探究され続けている。これを「**生成 AI 時代の教育**」と呼ばれている。遅れて 2023 年 1 月から著者らも生成 AI サービスを活用した数学教育の教育環境について探究し始め、継続的に探究し続けている。

4.1 生成 AI (LLM) と CAS の連携

生成 AI がもつ主な機能は、「テキスト生成」「マルチメディア生成」である。例えば、OpenAI の ChatGPT サービスでは「テキスト生成」「画像生成」「要約」に分類される機能による生成物が作成されている。

生成 AI は、「**大規模言語モデル (Large Language Model: LLM)**」*11を用いて生成させている。また「**数式処理システム (Computer algebra system: CAS)**」との相違・類似性について、「数式」や「論理」に関連する技術であるが、その性質や目的、得意分野に明確な違いがある。一方で、近年は相互補完的に使われるケースも増え、数学教育の現場においてもその理解が求められている。表 3*12に LLM と CAS に対する特徴比較をまとめている。

*11 自然言語処理 (NLP) の分野で使用される人工知能の一種、大量のテキストデータを学習して人間が使用するような言語を理解・生成する能力を学習したモデルである。

*12 表内情報は、生成 AI モデル ChatGPT 4o (PLUS) ([5]) を基盤にして作成されている。

表 3: LLM（生成 AI）と CAS（数式処理システム）の特徴比較

項 目	LLM（生成 AI）	CAS（数式処理システム）
主な目的	自然言語・数式の意味理解と生成	厳密な数式変形・計算・証明
基本技術	統計的予測・パターン学習	厳密なアルゴリズム・ルールベース処理
得意なこと	問題の意図推測，式の自然な説明，例示	式変形，積分，微分，代数的計算，厳密な証明
苦手なこと	複雑な数式計算の厳密性（計算ミスの可能性）	文脈理解，自然言語での説明生成
代表例	ChatGPT, Claude, Gemini など	Mathematica, Maple, Maxima, Sympy など

筆者らは、生成 AI (LLM) と数式処理システム (CAS) との相互連携を次のようにとらえている。

- **自然言語＋数式処理の融合：** LLM は自然言語による入力に基づき、数学的問題を解釈し、適切な数式処理手順を提案できる。一方、CAS は具体的な式の厳密な操作を担当する。すなわち、自然言語による問題理解と数学的厳密性の両立が可能とする。
- **補完的な役割：** LLM が問題の背景説明や意味付けを行い、CAS がその解を厳密に算出することで、より高度な数学教育支援が可能になる。すなわち、学習者自身が「なぜこのように解くのか」を言葉で理解し、式で確かめる機会を増加させる。
- **教育現場での活用例：** 例えば、LLM が学習者の答案に対して「なぜこの式変形が有効か」を自然言語で説明し、CAS が変形過程の各ステップを検証するという連携が考えられる。すなわち、教員が個々の学習者の理解状況に応じたフィードバックを生成できる。

4.2 OpenAI の 2 タイプの LLM

OpenAI が提供する LLM には 2 タイプの使用環境「通常版 ChatGPT」「OpenAI API 版 (Advanced Data Analysis)」が提供されている。この 2 タイプの LLM がもつ特徴・特性について表 4^{*13}にまとめている。

例えば、プロンプト「実数 $a > 0, b, c, d$ として、3 次方程式 $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ が相異なる実数解をもつための条件を解説せよ。」に対する OpenAI の LLM にある「テキ

^{*13} 表内情報は生成 AI モデル ChatGPT 4o (PLUS) ([5]) を用いて作成されている。

表 4: OpenAI が提供する 2 タイプ LLM

項 目	通常版 ChatGPT	OpenAI API 版 (Advanced Data Analysis)
対象	一般ユーザー	企業・研究者・高度データ分析者
主な目的	会話、文章作成、学習支援、日常業務支援	本格的なデータ分析、プログラミング、企業利用向け
特徴	- テキスト・画像・音声対応 - 軽いファイル読み込み可能 - 簡単な Python 実行可能 (Plus 以上)	- 高度な Python 実行環境搭載 - 大容量ファイル解析可 - グラフ作成・数値計算・データクリーニング特化
ファイルアップロード	あり (軽量ファイル向け)	大容量ファイルの解析が得意
プログラム実行	簡易的な Python 実行 (Plus 以上)	本格的な Python 実行 (scipy, pandas, matplotlib 等)
価格	無料 or Plus (月額約 20 ドル)	Enterprise 契約 or Team プラン (月額/人数課金)
セキュリティ	個人単位の標準レベル	法人対応 (データ暗号化、SOC2 準拠など高セキュリティ)

スト生成」機能を用いた出力結果：図 2(a) が通常版 ChatGPT (モデル：4o)、図 2(b) が OpenAI API 版 (モデル：4o-mini) に対応したそれぞれの操作画面 (※ Moodle 4.5 による e-Learning サイトで AI Provider 機能を有効にしている) のスクリーンショットである。

実際、ここでのプロンプトには次の 3 つの設定情報が含まれている：(1) 数式は TeX 形式：「 $\backslash(a>0,b,c,d\backslash)$ 」「 $\backslash(a*x^3+b*x^2+c*x+d=0\backslash)$ 」を使用 (※回答 (出力結果) にある数式も TeX 形式で返答される。) (2) 日本語による問い合わせ (※必要に応じて他言語の回答も出力可、したがって、出力結果を他言語に翻訳されて出力される。) (3) 解説の出力様式を HTML 形式に要請 (※この設定により出力結果を e-Learning サイトのコンテンツ内容に複写することで即時に配信できる。) なお、通常版 ChatGPT では、第 1 筆者が PLUS バージョンを 2023 年当初から契約 (月額 USD 20.00 + 税) し使い続けているので、第 1 筆者の LLM 利用に関する習性 (使用感性) が隠れた設定情報に含まれることが推測できる。

次に、文献 [4] では、数学教育で実施した STACK (CAS) で構築された小テストの学習データに対して、ChatGPT (LLM) のテキスト生成機能を用いた学習者個別の分析レポートに対する Moodle 用プラグインの開発・実装について報告している。

図 3 と図 4 は、OpenAI API 版 (モデル：4o-mini) を用いた操作過程のスクリーンショットである。この操作過程は、2 つ分析作業：「問題要素」層と「コメント生成」層が

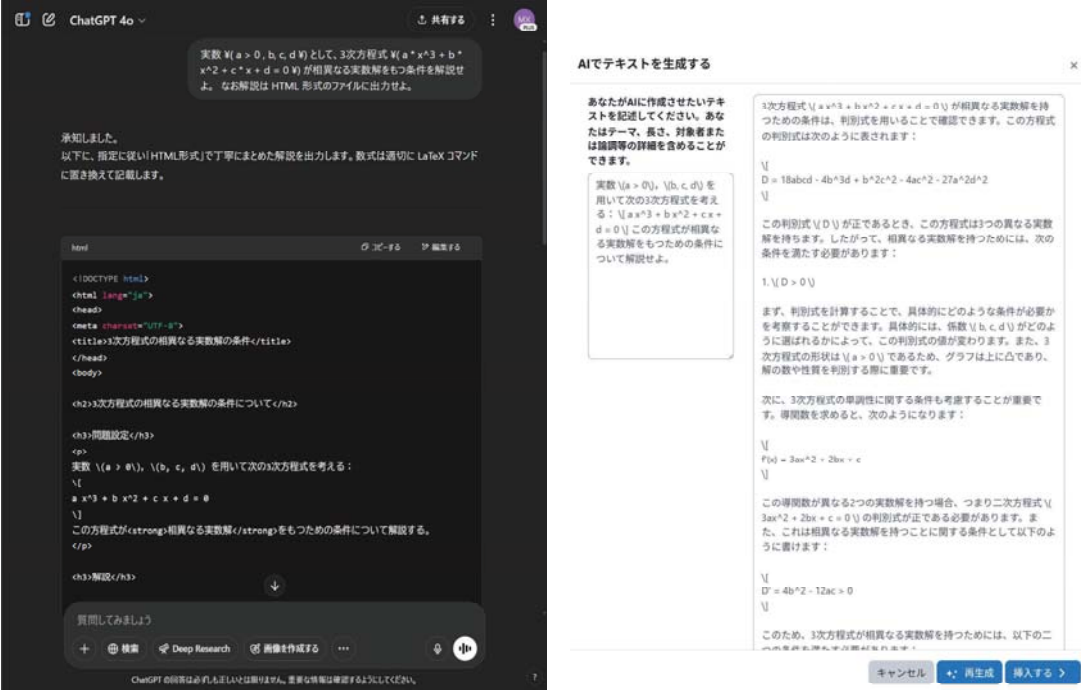


図 2: OpenAI LLM 操作イメージ：「問：3 次方程式が相異なる解をもつための条件を解説せよ。」に対する「テキスト生成」機能による出力結果

あり、この順番で分析作業が実行されていく。はじめに問題分析層により小テストの数学的学習概念（以下、これを「問題要素」という。）が抽出されて、次に、この抽出された問題要素と学習者が取得した最高評点をあわせて学習者個別に分析されたフィードバック・コメント（以下、これを単に「サマリレポート」という。）が生成されていく。合わせた分析を「サマリレポート生成」という。

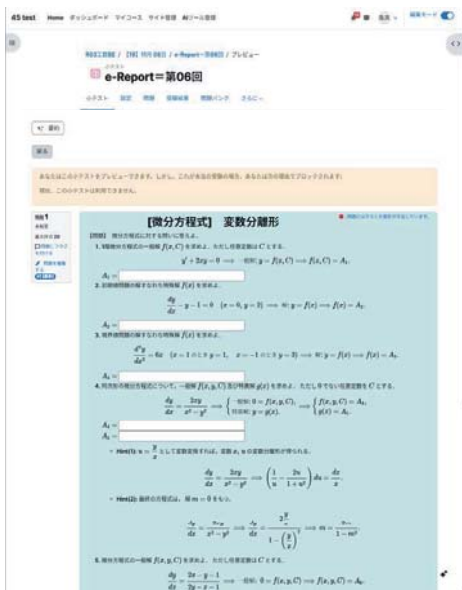
本稿で紹介するサマリレポート生成は微分積分学で学ぶ学習単元を問うオンライン・小テストであり、「e-Report=第 1 回」から「e-Report=第 6 回」までの 6 期分の小テストで構成されていて、この小テストの受験者である分析対象者 53 名がもつ期別最高得点の学習データに対して分析されている。

このテキスト生成 AI によるサマリレポート生成の作業過程を次の 4 つのスクリーンショットで解説する：

- 図 3(a) は、第 6 期「e-Report=第 6 回」で出題した「変数分離形の微分方程式」の

問題原文が記載されている

- 図 3(b) は、分析する小テストにおける問題要素を抽出した操作画面であり、その操作過程図にはプロンプト（頁上部：「問題文」タブ）と抽出結果（頁下部：「要素」タブ）が記載されている
- 図 4(a) は、サマリレポートを生成させるための情報が記載されていて、問題要素とその学習者評点の情報データが含まれた分析指示を行うプロンプトが記載されている
- 図 4(b) は、サマリレポート生成のダッシュボードであり、画面上部には「問題要素分析」層の分析結果へのリンク集（6 期分）が、画面下部には「サマリレポート（500 字以内指示あり）」が学習者個別（4 人分）に記載されている



(a) 分析対象の第 6 回 e-Report にある「変数分離形」微分方程式の問題（一部）



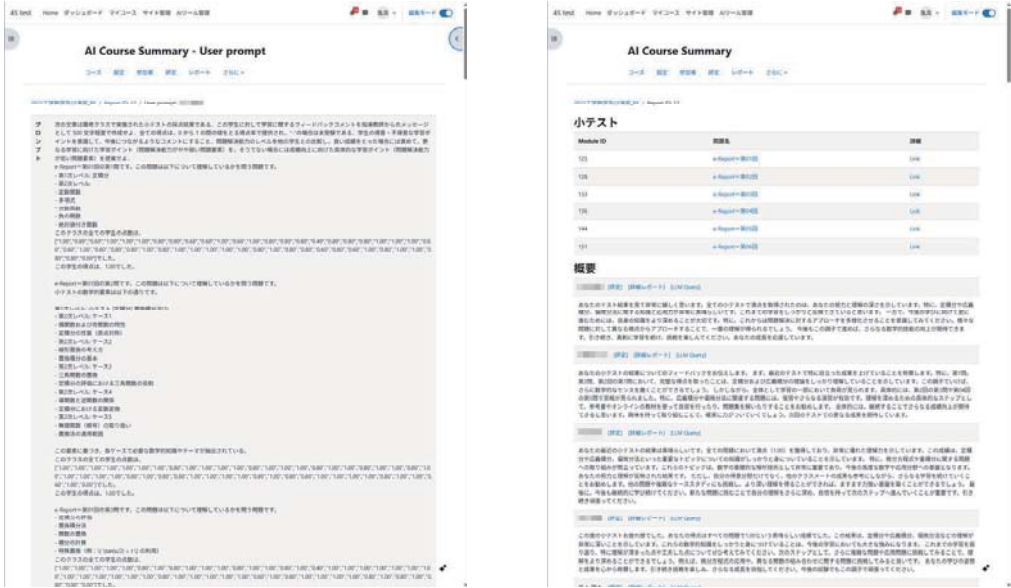
(b) 分析「問題要素」層におけるプロンプト（問題文）と分析結果（7 個の要素抽出）

図 3: サマリレポート生成の作成過程画面（第 1 次）

謝辞 (Acknowledgements)

本研究は日本ムードル協会の 2024 年度研究開発の支援を受けたものである。さらに、

This work was supported by the Research Institute for Mathematical Sciences, an International Joint Usage/Research Center located in Kyoto University.



(a) 分析「コメント生成」層におけるプロンプト（「問題」情報と「得点」情報） (b) サマリレポートのダッシュボード：「問題要素」分析結果（上部）と「コメント」分析結果

図 4: サマリレポート生成の作成過程画面（第 2 次）

参考文献

[1] 亀田真澄、宇田川暢（2013）：「Moodle, TeX, STACK による数学の e ラーニングの取り組み」日本ムードル協会全国大会発表論文集 1 巻、pp.22-27、https://moodlejapan.org/file.php/1/2013_Moot_files/MoodleMoot2013Proceedings.pdf（確認日：2025 年 5 月 6 日）

[2] 亀田真澄、宇田川暢（2022）：「遠隔疑似監視かつ個別分散の試験環境下における線形代数の IBT に関する実践報告～Zoom および Moodle 等を活用～」情報処理学会研究報告集、2022-CLE-37、pp.1-6

[3] Masumi KAMEDA, Mitsuru UDAGAWA (2024)：“On the Testing of Linear Algebra with STACK System”, International Meeting of the STACK Community 2024, <https://doi.org/10.5281/zenodo.12755221>（確認日：2025 年 5 月 6 日）

[4] 亀田真澄、宇田川暢（2025）：「生成 AI を用いた分析レポート作成支援 Moodle プラ

グインの開発と実装」日本ムードル協会全国大会発表論文集 2025、preprint

[5] OpenAI ChatGPT PLUS (2025) : <https://www.chatgpt.com/>