

アインシュタインの相對原理

山本 一 清

二、アインシュタインの出現(續き)

アインシュタインは、右に述べたやうな學問上の難題を解くために、運動學や電氣磁氣學の理論を研究し、遂に學問上の一般原理として左の二箇條の公理を認むるに至つた。

第一公理。物理學の諸法則は、何れの座標軸で取扱つて見ても常に同一である。

第二公理。光の速度は一定不變で、光源や觀察者の都合には無關係である。

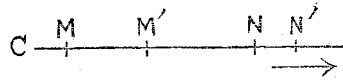
そも／＼ガリレオやニュートンの運動學の第一法則に『總ての物體は、若しも其れに外からの力そとが働かなければ、靜止してゐる物は何時までも其のまゝだし、運動してゐるものは何時までも其の一樣な運動を續けて一直線に進んで行く』

といふのがあつて、之れが物體の運動を論する場合の根本原則になつてゐる。法則の内容は別に珍しが

る程のものでは無いが、一つ見逃してはならない事がある。それは、力が働かない場合には、靜止してゐるものも、運動してゐるものも、全く同様に其の現狀を維持して行くといふことで、運動と靜止との間に何の區別もない。換言すれば、運動してゐる物にも、靜止してゐるものにも、全く同様に、力といふものは作用するのである。又言ひかへれば、力の關係は、運動せる座標軸にも、靜止せる座標軸にも同様である。——アインシュタインは、此の考へを、更に廣く一般の物理法則に應用する見込みをつけたのである。

第二公理は、或る考へ方によつては、非常に勝手な言ひ方のやうにも考へられるけれど、それは多く光を物質的なエーテル波であるといふ在來の觀念に囚はれてゐるから起る疑ひなので、後に漸次この事情はわかつて來るから、今は深く立ち入らないで、此の公理を、實驗的には少くとも證明されたもの(例へばアラゴや實驗やマイケルソン・モーレーの實驗で)として認めて置かう。

止の世界から見れば、運動してゐる世界の時計は一
秒が $\frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}}$ 秒の割合に遅れると見えるので
ある。



第七圖

次に又、第七圖に於いて、Cなる世界が静止して
ゐるとせば、Mから出た光はNで反射し
て再びMに歸つて来る筈である場合に、
若し此のC世界が一秒v尺づゝで矢の方
角へ動いてゐるとせば、光はMからN'
まで進む間に、N點はN'に進み、光がN'
から反射して歸つて来る途中で、既に元の
MはM'まで進んで來てゐるから

$$\frac{MN'}{c} = \frac{v}{c}$$

故に $MN' = MN' \times \frac{v}{c}$

二倍して $2MN' = (MNM + 2MN') \times \frac{v}{c}$

まとめて $2MN' (1 - \frac{v}{c}) = MNM \times (\frac{v}{c})$

故に $2MN' = MNM \times \frac{\frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}$

又 $\frac{MN'}{MNM} = \frac{v}{c}$

即ち $MN' = MN' M \times \frac{v}{c}$

故に $\frac{MN'}{MNM} = \frac{MNM - MN' + 2MN'}{MNM}$

$$= 1 - \frac{MN'}{MNM} \times \frac{v}{c} + \frac{2MN'}{MNM}$$

まとめて $\frac{MN'}{MNM} (1 + \frac{v}{c}) = 1 + \frac{v}{c - v}$

$$= \frac{c}{v - c} = \frac{1}{1 - \frac{v}{c}}$$

故に結局 $\frac{MN'}{MNM} = \frac{1}{1 - (\frac{v}{c})^2} = \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} \times \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}}$

これで見ると、同じ現象を、動いてゐる世界で測つた道のりはM'N'であり、静止してゐる世界で測つた道のりはMNMであり、前者が後者の $\frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}}$ 倍になつてゐる。此の比の一半は前頁で述べた通り時計の歩みが、運動世界に於いては $\frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}}$ 倍だけ遅くなつてゐるのであるが、他の $\frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}}$ は、運動してゐる世界に於いて、距離の單位が此の割合だけ延びたことになるのである。

故に、世界(即ち座標軸)が運動してゐると考へる

場合には、時間の單位も、距離も、同じく $\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}$ だけ大きくなり、従つて、かやうな單位で測つた時間と距離との大きさは短縮することになる。

さて、第五圖に立ち歸つて、 $O'X'Y'Z'$ 軸と OXY 軸に對して運動を始める瞬間に共通の原點から光を四方に發したとすれば、 t 及び秒後には、光波は P 點に達したとして、第二公理により光の速度は一定であるから

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2$$

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c'^2 t'^2$$

此の二つの式が同時に成立するがためには、ロレンツは次の條件を得た。

$$\left. \begin{aligned} x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} & y' &= y & z' &= z \\ t' &= \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \end{aligned} \right\} \quad (三)$$

即ち靜止世界では x, y, z, t といふ座標系を用ひ、運動世界では x', y', z', t' といふ座標系を用ひれば、一般の物理現象は、それ／＼の世界で全く同一の法則の下に行はれるのであるが、此の二組の座標系の間に

は(三)の關係があるのである。此の(三)をロレンツ・アインシュタインの座標關係式といふ。(三)の式の中に $v \ll c$ とおく時は(三)が(二)と同じものになつて了ふ。故にガリレオ・ニウトンの關係式はロレンツ・アインシュタインの式の特別に簡單な場合で、座標系の相互の運動速度が殆んど零に近い場合の關係であることが知れる。

又、(三)の x' で z を除して見ると。

$$\frac{z'}{t'} = \frac{x - vt}{t - \frac{vx}{c^2}} = \frac{\frac{z}{t} - v}{1 - \frac{z}{t} \times \frac{v}{c^2}}$$

こゝで $\frac{x}{t}$ や $\frac{z}{t}$ は物の速度を表はす量であるが、此の場合に $\frac{z}{t} \ll c$ と置く、即ち靜止系の光の速度とすれば、此の光の速度は運動世界では如何かといふ。

$$c' = \frac{c - v}{1 - \frac{v}{c}} = (c - v) + \frac{v}{c}(c - v) = c$$

但し v^2 以下は非常に小さいから略したのであるが、之れで見ると、光の速度は運動系から見てもやはり一定の c である。故に、光の速度に對しては、他の如何なる速度を加へても、やはり加へた結果は光の

を四次の座標即ち x, y, z, t で表はすべきものであると言ひ出した。此の場合 x, y, z, t とは根本的に異つた性質の座標でなく、三の關係式にも明かなる如く運動してゐる座標軸の速度 v の如何によつて x の速度であるといふ事になる。

前頁下段第九行の式に

$$\frac{x}{t} = V \quad \frac{x}{t} = v$$

とし、 v の代り $-v$ を置く。

$$V = \frac{v + v}{1 + \frac{v \times v}{c^2}} \quad (四)$$

となる。之れは加法定理の公式と稱して重要なものである。例へば、前述第二五ページのフイゾーの實驗の場合には、水中での光の速度は c/n であるし、水は又 v なる速度で流れて居るのであるから、水の外に居る觀測者にとつては水中の光の速度は

$$\begin{aligned} \frac{\frac{c}{n} + v}{1 + \frac{v}{c} \times \frac{c}{n}} &= \left(\frac{c}{n} + v \right) - \frac{v}{nc} \left(\frac{c}{n} + v \right) \\ &= \frac{c}{n} + v \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \end{aligned}$$

となつて、フレネルの引すり係數に相當する項が右邊に附加されて来る。その他、アラゴやマイケルソ

ン・モーレー等の實驗の結果は、アインシュタインの二つの公理から明瞭に説明が出来るし、又、エアリーの水望遠鏡の結果は、フイゾーの實驗の場合と同じやうに、加法定理から説明出来る。

十九世紀の末頃から、物質の根本要素たる電子の實驗的性質が漸次明白になり、殊に、電子の中に非常な大速力で飛ぶものも存在することが知れて來たのであるが、かやうな大速力の電子の質量は、速度の大きなもの程、大となるらしい現象が一八八一年頃既に、英國 J. J. タムソン等によつて暗示された。

ロレンツやアブラハム等は、此の理論を研究し、種々の假定の下に、電子の構造説を唱へた。アインシュタインは亦、相對原理によりて、静止した世界から見て m なる質量のものは、運動せる世界から見れば

$$\begin{aligned} \text{運動の方向に} \quad \text{縦質量} &= \frac{m}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \\ \text{それと直角の方向に} \quad \text{横質量} &= \frac{m}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \end{aligned}$$

だけの質量に見えるものであるといふ結論に達した。

更に又、ミンコフスキー (H. Minkowski) [八 (半生) 九〇九 (半死)]

は一九〇八年八月、獨逸ケルン市で開かれた科學會席上の「空間と時間」といふ題の講演に於いて時間と空間とは非常に密接な又交換的な關係のあることを指摘し、今後、空間を三次の座標で表す代りに、「世界」を四時の座標即ち x, y, z, t で表はすべきものであると言ひ出した。此の場合 x, y, z, t とは根本的に異つた性質の座標でなく、(三)の關係式にも明かなる如く運動してゐる座標軸の速度 v の如何によつて x の中には t の分量が多く入り、又、 y, z の中には x の分量が含まれるものである。換言すれば x, y, z, t 系と x', y', z', t' 系との關係は、四次空間に於いて、 x と x' 平面内に或る一定量の座標軸廻轉を行つた關係となるのである。

かやうにして、時間と空間との尺度は吾人が運動世界に住むか静止世界に住むかの見地の違ひによつて定めらるべきものであり、又、時間と空間との相互の區別さへも、根本的には認むべからざるものといふ見解が明かになつて來た。

因に言ふ。ガリレオ・ニウトンの空間や時間が、ロレンツ・アインシュタインの空間や時間と、其の性

質に於いて大なる違ひのあるものであり、更にミンコフスキの四次世界が珍らしい觀念であるには違ひないが、例へば(三)の關係式で計算した場合に、一秒三十萬キロメートルの速度で運動してゐる我が地球を、太陽から見ても、如何程の收縮が現はれるかと言へば、僅かに地球は直徑が六センチメートルだけ收縮することになるに過ぎない。(つゞく)

東京通信

十二月五日曉の小獅子座新流星雨

去る十二月五日曉四時頃平常より流星の數多きを知り午前四時十五分より五時十分迄東京小石川の自宅に於て觀測の結果五六十個の流星を目撃し四十六個の經路を記録せり、其中四十四個は小獅子座β星の附近を輻射點とする流星群なるを知れり、當時天空上の一部分には暫時靄ありしため其實數は之よりは遙かに多かるべし、光度は二等乃至四等半なり、翌六日曉には十五分間注意せしも同流星群を認めず。(井上)

消息

東京帝國大學教授理學博士平山信、同平山清次(會員)及び同助教授理學士早乙女清房氏(會員)は今回、東京天文臺技師を兼任した。又、先頃歸朝した橋元昌矣氏(理學士、元緯度觀測所技師)は東京天文臺技師(專任)となつた。