

## 相転移・断熱膨張を伴う熱対流のパターン

東京大学大学院数理科学研究科 石谷 彰彦 (Akihiko Ishitani)

石岡 圭一 (Kei-ichi Ishioka)

山田 道夫 (Michio Yamada)

Graduate School of Mathematical Sciences,  
University of Tokyo

### 1 はじめに

流体運動としての対流において、主に実験室系で考えられてきた熱対流としては、Rayleigh-Bénard対流があり、こちらは扱いやすく研究も理論・実験ともに豊富で様々な性質が理解されている。

Bénard[1] は厚さ約 1mm の鯨油層を下から一様に加熱すると、ある臨界温度以上で加熱したときに、表面に六角形セルが出現するのを観察し、これが対流によるものであると考えた。現在では、その対流は浮力によるものではなく、表面張力の温度依存性によるものであると考えられているが、一般的に上下の境界により水平に保たれた流体層を下側から加熱するなどして温度差を与えると、温度差が小さい時には流体は静止したままで、熱は下から上へ伝達される熱伝導状態にあるが、ある臨界値を越えると流体中に対流運動が起こり、より活発に熱が輸送されるようになる。浮力により発生する熱対流を Rayleigh-Bénard 対流という。

Rayleigh[2] は Bénard の実験に対する理論的アプローチとして安定性の理論を発展させた。対流の発生にはわずかな密度変化による浮力が重要になるであろうと考え、影響が顕著な浮力項のみを温度  $T$  を用いて線形に近似し、運動方程式の浮力項以外の部分と連続方程式においては流体の密度変化はスケール解析から無視できるとして近似した (Boussinesq 近似)。

その後の Bénard 対流の研究から、線形安定性解析や弱非線形理論などの数学的理論が産み出され、それらの多くは実験結果を説明でき、流体力学全体に関して豊富な内容を提供している。

なお、空間パターンに関しては、実験研究では Krishnamurti[3] が、理論では 2 次元ロール状対流の不安定化という観点から Busse([4]-[6]) らが相図でまとめている。

一方で、大気中の積雲の発生を記述する積雲対流に関してはどうか。上昇域でのみ、水蒸気の凝結、および降雨といった熱力学過程が行われ、また上昇域が極端に狭くなるなどの性質が分かっており、積雲対流の発生する成層の安定性解析 (Kuo[7]) から、対流が発達する場合には、上昇域にのみ上限があることが説明される。

近年では、計算機の進歩により直接数値計算 (例えば、中島 [8]) が可能になった上、観測手段が進展して対流雲の循環構造が明らかになってきており、積雲対流に関する研究も大きく進展したが、一方で相転移を伴う対流の性質は、Bénard 対流に比べ不明

な点が多く、多くのパラメータが現実の観測結果と合致するように調節されている。これは相転移と流体運動の時間スケールに大きな隔たりがあることや、実験が困難なことが理由として挙げられるが、最近になって数値実験などの手段でその性質に関して考えられてきている。中島ら [9] の数値実験では、非弾性方程式系を用いて地球の現象だけでなく惑星の現象も含めた対流の多様性を調べた。その結果降雨を取り入れず相転移のみを考えた場合は、熱対流の秩序構造とそれほど変わりが無いこと、降雨を取り入れると、通常の熱対流に比べ上昇域が極端に狭い対流ができることがわかっている。

本研究では、Rayleigh-Bénard 対流に、積雲対流の核とも言える効果である相転移とそれに伴う潜熱、および大気 of 断熱膨張効果を加えた単純なモデルの性質を調べることにより、Bénard 対流がどう変化するかに着目し、相転移を伴う対流の性質を考える。

## 2 モデル

モデルは、基本的には Rayleigh-Bénard 対流を記述する Boussinesq 近似方程式がベースとなる。これに関する説明を以下で行う。

### 2.1 設定

空間次元は、2次元と3次元の2種類を考えるが、以下3次元の場合について説明する。水平方向に  $x, y$  軸、鉛直方向上向きに  $z$  軸をとる。2次元の場合は水平方向の条件は以下述べる  $x$  軸方向の条件と同一のものをを用いる。

アスペクト比は、 $x$  方向を 6.0、 $y$  方向を 4.5 とした。 $x$  方向と  $y$  方向でアスペクト比を変えているのは、初期値を乱数で与えるため、形成される 3次元擾乱の方向を定めるのに必要だからである。流体層の深さは  $3.0\text{km}$  で、Boussinesq 方程式系が使える範囲のものに設定し、 $x$  方向の水平スケールは、 $18.0\text{km}$ 、 $y$  方向の水平スケールは、 $13.5\text{km}$  となる。従って本研究で調べる Bénard 対流は、大気中の小規模対流・浅い対流を想定している。

ここで気をつけるべき点は、Bénard 対流を大気のスケールにあてはめるため、通常の Bénard 対流と比較するためには、他のパラメータは現実の大気を想定するとしても、粘性を  $10^3$  オーダーまで大きくしなければならないことである。

大気を想定しているので、上端は自由境界、下端は固体境界になる。温度減率は、国際標準大気の  $6.5[\text{K/km}]$  を採用する。水平方向には全ての変数について周期的であるとする。

相転移に関しては、降雨の効果を考えないものとする。

### 2.2 方程式系

変数は、流速を  $\mathbf{u} = (u, v, w) [\text{m/s}]$ 、温度を  $T [\text{K}]$ 、圧力を  $p [\text{Pa}]$  とし、水蒸気と雲水の混合比はそれぞれ  $q_v [\text{kg/kg}]$ ,  $q_l [\text{kg/kg}]$  とし、 $\mathbf{q} = (q_v, q_l)$  とする。

方程式系は Boussinesq 近似方程式系をベースとし、水蒸気と雲水に関する移流拡散方程式を加えた上で、温度場に関する方程式 (熱力学第一法則の式) に水物質の相転移、それに伴う潜熱および断熱膨張効果を付与したもので、以下のようなになる。

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla p' + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \alpha g T' \mathbf{e}_z \quad (2.2)$$

$$\frac{DT}{Dt} = \kappa \nabla^2 T + \beta \frac{1}{c_p \rho_0} \frac{Dp}{Dt} + \frac{L}{c_p} h \quad (2.3)$$

$$\frac{D\mathbf{q}}{Dt} = a\mathbf{h} + \eta \nabla^2 \mathbf{q} \quad (2.4)$$

これを境界条件

$$\mathbf{u} = 0, \quad T = 300, \quad \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial z} = 0 \quad \text{at } \tilde{z} = 0 \text{ (0km)}$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial z} = 0, \quad w = 0, \quad T = 280.5, \quad \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial z} = 0 \quad \text{at } \tilde{z} = 1.0 \text{ (3km)}$$

のもとで解く。

方程式中に現われる  $T'(\mathbf{x}; t)$ ,  $p'(\mathbf{x}; t)$  は基本場  $\bar{T}(z)$ ,  $\bar{p}(z)$  からの変位である。温度・圧力・水蒸気・雲水の基本場は、(2.3), (2.4) の定常解、および理想気体の状態方程式を考慮した静力学平衡の式

$$\frac{d\bar{p}}{dz} = -\frac{\bar{p}g}{R_d \bar{T}}$$

を満たすように求めた。ただし、地表面気圧  $p_0$  は  $1010[hPa]$  とおく。

$\rho_0 = 1.1728[kg/m^3]$  は大気の密度の基本場、 $\alpha = 1/T_0[K^{-1}]$  は大気の体膨張率、 $g = 9.8[m/s^2]$  は重力加速度、 $L = 2.5008 \times 10^6[J/kg]$  は  $273K$  における潜熱、 $c_p = 1004[J/kgK]$  は空気の定圧比熱である。 $\Gamma = 6.5[K/km]$  は大気温度減率、 $\Gamma_d = 9.76 \times 10^{-3}[K/m]$  は乾燥断熱減率であり、以上は本研究において定数または固定するパラメータである。 $\alpha$  は  $T_0 = 300$  ととるので、およそ  $3.3 \times 10^{-3}$  となる。

$\kappa[m^2/s]$  は大気温度拡散係数、 $\nu[m^2/s]$  は大気動粘性率、 $\eta[m^2/s]$  は、水物質の拡散係数であり、これらのパラメータは動かす。これらに関しては渦粘性を想定するので、本来は位置に依存し乱流パラメタリゼーションにより決定されるが、Boussinesq 流体を扱いたいので、簡単のため定数とする。

温度場の発展方程式 (熱力学第一法則の式) (2.3) は通常 Boussinesq 方程式には無い項が含まれているが、これについて考える。全微分形式の熱力学第一法則の式

$$dQ = dU + dW$$

( $dQ$ : 系に供給された熱量、 $dU$ : 系の内部エネルギー変化、 $dW$ : 系にされた仕事)

において、水物質の変化量を  $dq$  として、 $dU = c_v dT$ ,  $dW = pd(1/\rho)$ ,  $dQ = Ldq$ ,  $RdT = d(p/\rho) = pd(1/\rho) + \rho^{-1}dp$ ,  $c_p = c_v + R$  より、

$$c_p dT = Ldq + \rho^{-1}dp$$

ここで、 $dq = 0$  とした場合（乾燥状態）、密度成層大気において成り立つ静力学平衡の関係式  $dp/dz = -\rho g$  から、熱力学の式は  $c_p dT = -gdz$  と書き表される。ここから、乾燥断熱減率が  $\Gamma_d = -dT/dz = g/c_p \approx 9.73 [K/km]$  と求まる。

$dq \neq 0$  の場合、熱力学の式を時間微分し両辺を  $c_p$  で割ると、 $h = dq/dt$  とおけば、

$$\frac{dT}{dt} = \frac{L}{c_p} h + \frac{1}{c_p \rho} \frac{dp}{dt}$$

右辺第一項は、気体に加えられる熱量  $dQ$  に由来する項で、水物質の相転移により変化する潜熱を意味する。右辺第二項は、 $dQ = 0$  の場合に、内部エネルギー変化（ $dU = c_p dT$ 、温度低下）から補われる仕事（ $dW$ ）による断熱膨張を意味する。断熱膨張の項に係数パラメータ  $\beta$  をかけ、さらに右辺に Boussinesq 方程式で現れる拡散項を加えたものが、温度場の発展方程式になる。

なお、静力学平衡も考慮すれば、(2.3) のうち  $DT/Dt$ ,  $Dp/Dt$  を基本場に関する鉛直方向の移流と擾乱に関する項に分けて、

$$\frac{DT'}{Dt} = w(\Gamma - \beta\Gamma_d) + \beta \frac{1}{c_p \rho_0} \frac{Dp'}{Dt} + \kappa \nabla^2 T + \frac{L}{c_p} h$$

と書ける。以下温度場の発展方程式はこれを用いる。

$h$  は水蒸気の凝結・蒸発速度であり、 $h$  の具体的な表式は、

$$h(p, T, q) \approx \gamma (H(q_v)H(q_v - q_{sat})(q_v - q_{sat}) - \text{Min}(H(q_l)H(q_{sat} - q_v)(q_{sat} - q_v), q_l)) \quad (2.5)$$

である（ $H$ :階段関数）。 $\gamma[s^{-1}]$  は相転移速度のパラメータであり、本研究を通して中心的な役割を担うパラメータである。 $q_{sat}$  は飽和水蒸気量であり、

$$q_{sat}(p, T) = 0.62 \times \frac{e_{sat}}{p - e_{sat}}$$

によって計算され、飽和水蒸気圧  $e_{sat} [hPa]$  は、相転移に関する Clausius-Clapeyron の式

$$\frac{de_{sat}}{dT} = \frac{m_e L e_{sat}}{R_v T^2}$$

を積分して得られる

$$e_{sat}(T) = 6.11 \times \exp \left[ \frac{L}{R_v} \left( \frac{1}{273} - \frac{1}{T} \right) \right]$$

により求める。ここで、 $R_v = 461.5 [J/kgK]$  は水蒸気の気体定数である。

(2.5) の第1項は凝結量を表わしており、水蒸気が過飽和状態にある時は、単位時間あたり飽和時と実際の量との差に比例する量だけ水蒸気を凝結させることを意味している。第2項は蒸発量を表わしており、これは水蒸気が未飽和状態の時、単位時間あ

たり雲水量と飽和時と実際の水蒸気量との差のうち小さい方に比例する量だけ雲水を蒸発させる（すなわち雲水量が小さければ雲水は全て蒸発し、そうでない時は飽和させるのに必要な分だけ蒸発する）ことを意味している。つまり、凝結が起きているときは正、蒸発が起きているときは負の値をとる。よって、(2.4)中のベクトル  $\mathbf{a}$  は、 $(-1, 1)$  となる。

次にスケーリングを行い、無次元変数を用いた方程式系を導く。

$$\mathbf{x} = d\tilde{\mathbf{x}}, \quad t = \frac{d^2}{\kappa}\tilde{t}, \quad \mathbf{u} = \frac{\kappa}{d}\tilde{\mathbf{u}}, \quad p' = \frac{\rho_0 \kappa^2}{d^2}\tilde{p}, \quad T = \Gamma d \tilde{T},$$

$$h = \frac{\kappa}{d^2}\tilde{h}, \quad Pr = \frac{\nu}{\kappa} = \frac{\eta}{\kappa}, \quad Ra = \frac{\alpha g \Gamma d^4}{\kappa \nu}, \quad Ad = \frac{\alpha g d}{c_p} = \alpha d \Gamma_d$$

とおくと、方程式系は以下ようになる。（は省略）

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{u} &= 0 \\ \frac{D\mathbf{u}}{Dt} &= -\nabla p' + Pr \nabla^2 \mathbf{u} + Pr Ra (1 + 0.608q_v - q_l)T' \mathbf{e}_z \\ \frac{DT'}{Dt} &= w(1 - \beta \frac{\Gamma_d}{\Gamma}) + \beta Pr^{-1} Ra^{-1} Ad \frac{Dp'}{Dt} + \nabla^2 T + \frac{L}{c_p \Gamma d} h \\ \frac{D\mathbf{q}}{Dt} &= a\mathbf{h} + Pr \nabla^2 \mathbf{q} \end{aligned}$$

大気の動粘性率と温度拡散係数は、大きい乱渦のものを考えることにするが、ここでは、Prandtl 数  $Pr$  を空気分子のものと等しい 0.7 とし、Rayleigh 数  $Ra$  を変えて数値実験を行う。この際、粘性は通常の大気で想定されるものより大きくなる。 $Ad$  は本研究で定義した無次元数であるが、 $\alpha$  および  $d$  を固定してあるので、本研究では値は一定で、およそ  $9.76 \times 10^{-2}$  となる。

なお、温度のスケーリングを  $T = (\Gamma - \beta \Gamma_d)d\tilde{T}$  とし、Rayleigh 数を  $Ra_\beta = \alpha g(\Gamma - \beta \Gamma_d)d^4/\kappa \nu$  と定義すると、無次元の熱力学方程式は、

$$\frac{DT'}{Dt} = w + \beta Pr^{-1} Ra_\beta^{-1} Ad \frac{Dp'}{Dt} + \nabla^2 T + \frac{L}{c_p \Gamma d} h$$

とおける。

## 2.3 空間方向の離散化・初期条件

空間方向の離散化について、簡単に説明する。基礎方程式は、スタグガード格子上で有限差分法により離散化する。スタグガード格子とは、 $p$  など速度場以外の値を計算する格子点に対して、 $u$  の格子点は  $x$  方向に  $1/2$  ずらし、 $v$  の格子点は  $y$  方向に  $1/2$  ずらし、 $w$  の格子点は  $z$  方向に  $1/2$  ずらしたもので、これにより速度場の式の圧力勾配は  $1/2$  だけ離れた点の  $p$  から計算できるなどのメリットがある。メッシュサイズは、 $\Delta \tilde{x} = \Delta \tilde{y} = 0.1875(562.5\text{m})$ 、 $\Delta \tilde{z} = 0.1(300\text{m})$  の間隔とする。

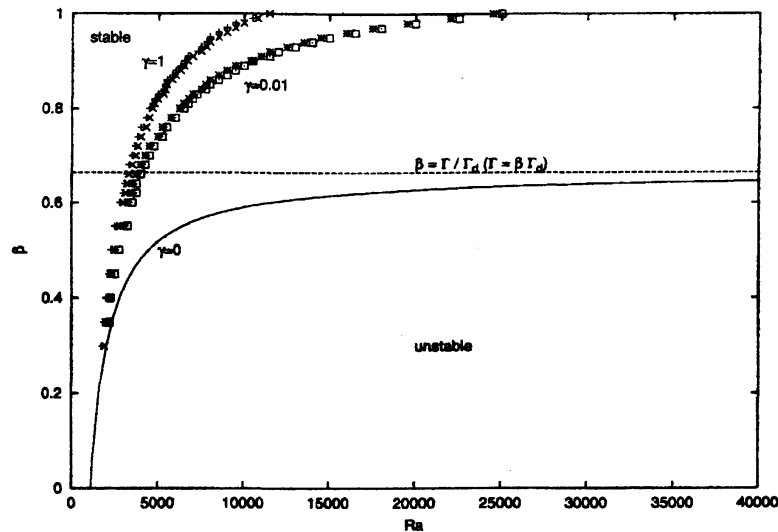


図 1:  $\Gamma = 6.5 [K/km]$ , 相転移無しの場合の  $Ra - \beta$  平面における臨界曲線、および  $\gamma = 1$  および  $\gamma = 0.01$  の場合の  $Ra - \beta$  平面における臨界曲線近傍の安定領域および不安定領域の点

したがって、 $32 \times 24 \times 10$  の格子点をとっていることになる。

運動方程式の計算には MAC 法を使用する。移流項は 3 次の上流差分、拡散項は 2 次の中心差分により近似する。また、圧力の値は、(2.1)・(2.2) から導かれる Poisson 方程式を離散化して得られる連立一次方程式を解く形で、加速係数を 1.2 とした SOR 法によって計算する。時間積分は 2 次の Runge-Kutta 法、または Euler 法を用いる。 $\Delta t$  の許される値は、Rayleigh 数および  $\gamma$  によって異なるが、数値不安定を起さないように  $\Delta \bar{t} = \text{Min}(0.5\Delta \bar{x}^2/Pr, 0.5\Delta \bar{z}^2/Pr, 0.5\kappa/\gamma d^2, 4/Ra)$  とした。

また、計算の結果、水物質の混合比が負の値になってしまった場合は、周囲の格子点から借り受けて補填する。ただし、対象となる点に隣接する点からのみ補填し、それでも足りない分は切り捨てて、対象点での混合比を 0 とする。

初期条件としては、水平に一樣な静止状態を与える。すなわち、

$$\mathbf{u} = 0, \quad T' = 0$$

とする。ただし、 $T'$  に関しては、水平方向に完全に均一な状態を避けるために、高度  $300m(\bar{z} = 0.1)$  の格子点に  $\pm 0.05K$  の範囲のランダムな擾乱をあたえた。

### 3 相図

#### 3.1 断熱膨張効果を導入した場合の線形安定性解析

$Ra_\beta$  を用いて無次元の Boussinesq 方程式系を線形化すると、以下ようになる。

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -\nabla p' + Pr \nabla^2 \mathbf{u} + Pr Ra_\beta T' \mathbf{e}_z$$

$$\frac{\partial T'}{\partial t} = w + \nabla^2 T' + \beta Pr^{-1} Ra_\beta^{-1} Ad \frac{\partial p'}{\partial t}$$

断熱膨張無しの場合と異なるのは、温度場に関する式に右辺第3項が加わったことである。よって、 $p$ に関する擾乱も考える必要があり、付録Aと同様にして方程式を式変形して擾乱の式を  $A(x, y, z, t) = A_z(z) \exp(i(a_x x + a_y y) + \sigma t)$  ( $A \equiv u, p', T'$ ) と仮定すると、( $a^2 = a_x^2 + a_y^2$ )

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} - a^2\right) \left(\frac{d^2}{dz^2} - a^2 - \frac{\sigma}{Pr}\right) w_z = a^2 Ra_\beta T_z$$

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} - a^2\right) \left(\frac{d^2}{dz^2} - a^2 - \sigma\right) \left(\frac{d^2}{dz^2} - a^2 - \frac{\sigma}{Pr}\right) w_z = -a^2 Ra_\beta w_z - \sigma \beta Pr^{-1} Ra_\beta^{-1} Ad p_z$$

ただし、 $p_z$ に関する項は時間微分の項なので、 $Ra_{\beta c}$ を求める際には、安定性交代の原理  $\sigma = 0$  とおくことによって考慮しなくても良い項になる。 $Ra_{\beta c}$ 付近では、時間変化する対流が後に述べる数値実験からも見られないので、安定性交代の原理は成り立つと考えて良い。このことから、 $Ra_{\beta c}$ を  $Ra_c$ と全く同じようにして求める事が可能である。自由-固体境界の場合の臨界値はおよそ1100.7であった。 $Ra_\beta \geq 1100.7$ の場合、擾乱が発達し対流が形成されるので、対流が形成される場合の  $Ra$  と  $\beta$  の関係式は  $Ra(1 - \beta \Gamma_d / \Gamma) \geq 1100.7$  である。ここから  $Ra - \beta$  平面上の臨界曲線を描く事ができ、相図を作成することができる。その相図が図1である。この臨界曲線が、乾燥対流に関しての、不安定領域と安定領域との境界線である。

気象学では、温度減率の関係式から大気の静的安定性を論ずるのであるが、この解析では、Rayleigh 数を導入し、断熱膨張効果に強弱をつけた場合の Bénard 対流の安定性を論じている。静的安定性の議論と比較するには、厳密には  $Ra - \Gamma$  平面で相図を描く必要があるのだが、本研究で行われた解析から、気象学の静的安定性の議論から類推される絶対不安定領域とは異なる（特に低 Rayleigh 数、即ち高粘性で大きく）ことが推測される。ただし、通常の大気で見られるような高 Rayleigh 数（低粘性）では、気象学のような乾燥断熱減率と大気温度減率の大小のみで考える手法から類推される分類と、本研究で得られた結果が近似的には合致していることがこの図からも推測される。このように、断熱膨張を伴う Bénard 対流の安定性解析から、静的安定性の議論との比較で留意しておくべき点も見えてくるのである。

### 3.2 相転移を導入した場合の臨界曲線

相転移効果を導入した場合の臨界曲線は、数値実験を用いて特定することを試みた。これに関する相図が、図1である。 $\gamma = 0.01$  と  $\gamma = 1$  の場合の2つのケースで求め、各々において、調べた範囲でぎりぎり安定の点と不安定の点の2種類を記載した。これによると、相転移パラメータの導入によって、不安定領域が拡大していることがわかる。拡大してできた不安定領域は、相転移を導入した場合のみ対流が発達する領域であるが、これは気象学で定義されている条件付不安定成層の定義に相当する。

## 4 相転移を導入した場合の数値計算

このセクションでは、断熱膨張・相転移パラメータの連続的変化に対して流れ場がどう変化していくかを、主に流れ場の強さの変化に重点をおいて説明する。

$Ra = 15503.3$  ( $\kappa = 1250$ ) に固定し、 $\gamma$  を、 $0, 10^{-3}, 10^{-2}, 10^{-1}, 1$  に、 $\beta$  を、 $0, 0.15, 0.3, 0.4, 0.6, 0.67, 1$  にセットして実験を行った。

空間パターンは、流体が空気の時の Bénard 対流と同様に、(流れの強さが弱い方から)、定常ロール(ロールの軸が  $y$  軸に平行)、周期解、非周期解に分類されるが、例として、 $(\beta, \gamma) = (0.4, 0.001)$ (周期解)、 $(\beta, \gamma) = (0, 0)$ (非周期解)の時の、 $\bar{z} = 0.5$  における  $w$  の等高線の水平断面、および 1 点における  $w$  の時間変化を図 2 に示した。

対流の強さの指標として、Nusselt 数を用いる。無次元の鉛直熱輸送量ともいえる量であり、以下の式で表される。ただし、変量は全て無次元とする。

$$Nu = -\frac{d\langle \tilde{T} \rangle}{d\bar{z}} + \langle \tilde{w}\tilde{T}' \rangle$$

水平平均された変量を用いているので、本来  $z$  に依存する量であるのだが、定常状態に達した場合は  $z$  によらない量になる。

Nusselt 数の変化に関しては図 3 にまとめた。断熱膨張効果を強めると対流の強さは弱まることがわかるが、その弱まり方は  $\gamma$  を上げるにつれ緩やかになり、 $\beta$  の大小により摂動的な相転移を導入して対流が強まる方向に向かうのか、弱まる方向に向かうのかが変わることがわかる。

対流が弱まる方向に向かうか強まる方向に向かうかは、上昇流で主に凝結・蒸発のいずれがおこっているのかが重要になる。それを識別する一つの指標として無次元潜熱フラックス  $w \frac{T}{c_p T_d} h$  がある。この量は各点で測定し、空間平均する。この値が負であるということは、 $w$  と  $h$  の符号が異なる領域が多い、すなわち上昇域で主に蒸発、下降域で主に凝結が起こっていることを意味する。正の場合は、上昇域で主に凝結、下降域で主に蒸発が起こっていることを意味する。図 4 より、 $\beta = 0$  を除けば、 $\gamma$  を上げるほど値が大きくなることがわかる。概ね、 $\beta$  を固定した上で相転移を導入し、対流が強まる場合は正、弱まる場合は負になる。

## 5 まとめ

断熱膨張効果が小さい場合は、上昇域で主に蒸発、下降域で主に凝結が起こって対流が弱まり、断熱膨張効果が大きい場合は、上昇域で主に凝結、下降域で主に蒸発が起こって対流が強まることがわかった。

積雲対流というのは、上昇域で凝結が起こり、それに伴って潜熱が発生して対流が発達するとされている。相転移の導入によりその方向に向かっているのは後者のケースである。大気中で見られるような相転移を伴う対流を発生させるためには、ある程度の断熱膨張効果が加わっている状況でなければならない。断熱膨張を考えず相転移効果のみを Bénard 対流に加えた場合は、大気中で見られるものとは異なる役割・現象の相転移が見られることに注意すべきである。

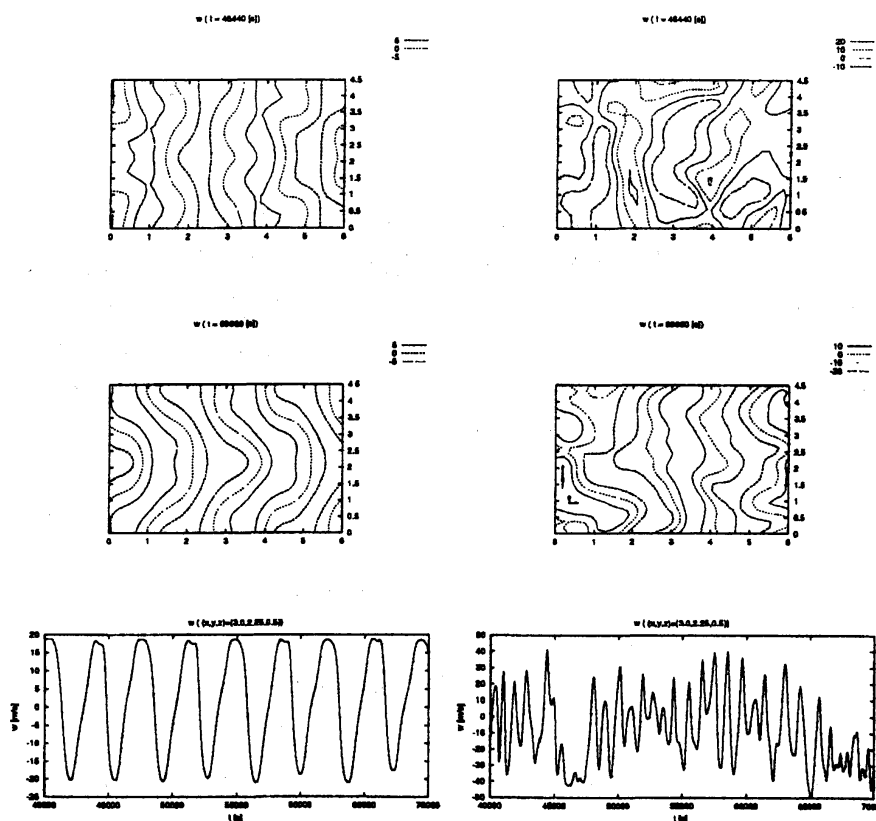


図 2:  $(\beta, \gamma) = (0.4, 0.001)$ (周期解:左)、 $(\beta, \gamma) = (0, 0)$ (非周期解:右)の時の、 $\tilde{z} = 0.5$ における  $w$  の等高線の水平断面、および 1 点における  $w$  の時間変化

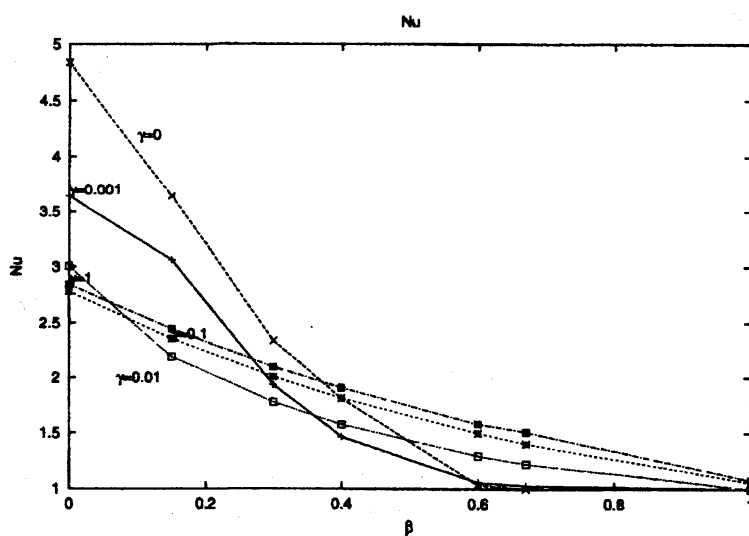


図 3:  $Ra = 15303.3$  において  $\gamma, \beta$  を変化させた場合の、Nusselt 数の変化

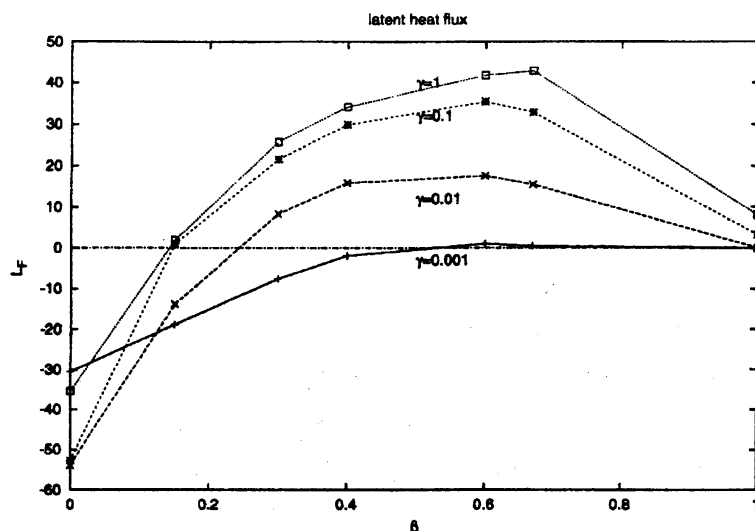


図 4:  $Ra = 15503.3$  の場合の、 $\beta$ ,  $\gamma$  の変化に伴う潜熱フラックスの変化

## 参考文献

- [1] Bénard, H. (1900): Les tourbillons cellulaires dans une nappe liquide, *Revue Gén. Sci. Pure Appl.* 11, 1261-1271, 1309-1328.
- [2] Rayleigh, L. (1916): On convective currents in a horizontal layer of fluid when the higher temperature is on the under side, *Phil. Mag.* 32(6), 529-546
- [3] Krishnamurti, R.(1970): On the transition to turbulent convection, Parts I and II, *J. Fluid Mech.* 42, 295-307, 309-320
- [4] Busse, F.H.(1967): On the stability of two-dimensional convection in a layer heated from below, *J. Math. Phys.* 46, 140-150
- [5] Busse, F.H., Clever, R.M.(1979): Instabilities of convection rolls in a fluid of moderately Prandtl number, *J. Fluid Mech.* 91, 319-335
- [6] Clever, R.M., Busse, F.H.(1974): Transition to time-dependent convection, *J. Fluid Mech.* 65, 625-645
- [7] Kuo, H.L.(1965): Further studies of the properties of cellular convection in a conditionally unstable atmosphere, *Tellus* 17, 413-433
- [8] 中島健介 (1994): 積雲対流の大規模組織化の直接計算, 東京大学博士学位論文
- [9] 中島健介, 竹広真一, 石渡正樹, 林祥介 (1998): 地球流体における「雲対流」,  
[http://www.nagare.or.jp/mm/98/nakajima/index\\_ja.htm](http://www.nagare.or.jp/mm/98/nakajima/index_ja.htm)