

3 Fermi 流体の強磁性と越伝導に於ける Correlation Function

東大教養 伊豆山健夫

系に振動する磁場 $H(q, \omega) e^{-iq \cdot r + i\omega t}$ を加えて、これによつてひき起された磁化

$$\bar{M}(q, \omega) e^{-iq \cdot r + i\omega t}$$

と外部磁場とを結び付ける dynamical susceptibility $\chi_{\mu\nu}(q, \omega)$

$$i \int_0^\infty dt e^{-i\omega t - 0^+ t} \langle [M_\mu(q, t), M_\nu(-q)] \rangle$$

によつて与えられる (Kubo Formalism)。中性子の磁氣的散乱。

スピン共鳴吸収，等がこの $\chi_{\mu\nu}$ によつて記述され，更に，系の自由エネルギーが $\chi_{\mu\nu}$ の汎関数で与えられる事から，系の熱力学的性質も $\chi_{\mu\nu}$ によつて決定される事になる。

磁氣的な相転移は

$$\chi(q, 0)^{-1} = 0 \quad \text{at } T = T_0$$

によつて決められる事は周知 ($q=0$ は強磁性)。

ある簡単なモデルで記述される伝導電子の強磁性体に関しては，上記のプログラムは

- 1) J. Phys. Soc. Japan 18 1025 (1963) (中性子回折)
- 2) J. appl. Phys. 35, 1074 (1964) (自由エネルギー及びスピン波)
- 3) Proceedings of International Conference on Magnetism, Nottingham 1964, P. 60 (低温に於る自発磁化) によつて遂行されている。

スピン波の分散 ($\chi_{+-}(\vec{q}, \omega)^{-1} = 0$) を求める際， $\chi_{+-}(\vec{q}, \omega)$ は反平行スピン対の 2 体グリーン関数を求めると云う問題に帰着されるが，グリーン関数は，時間反転の対象性と云つた通常容易に充され得る要請の他に，磁化の保存則

$$\sum_{\mathbf{p}^1} \frac{\vec{p}^1 \cdot (2\vec{p}^1 + \vec{q})}{2} G(\mathbf{p} + \mathbf{q} \uparrow, \mathbf{p}^1 \downarrow : \mathbf{p} \downarrow, \mathbf{p}^1 + \mathbf{q} \uparrow) \\ + \sum_{\mathbf{p}^1} (2\omega_{\mathbf{p}^1} + \omega_{\mathbf{q}}) G(\mathbf{p} + \mathbf{q} \uparrow, \mathbf{p}^1 \downarrow : \mathbf{p} \downarrow, \mathbf{p}^1 + \mathbf{q} \uparrow) \\ = G \uparrow (+\mathbf{q}) - G \downarrow (\mathbf{p})$$

の要請を充さなければならぬ。但し $\mathbf{p} \equiv (\vec{p}, \omega_{\mathbf{p}})$ 。

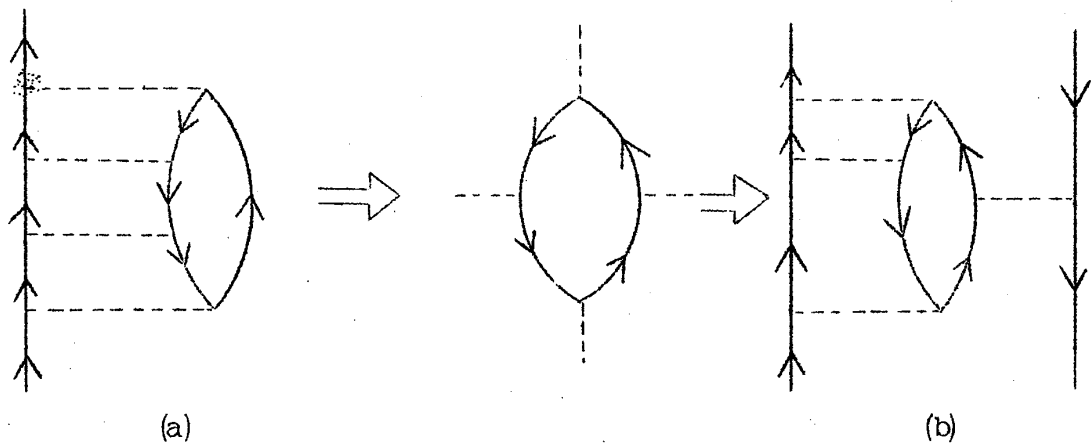
この要請を充さない様な近似計算は Unphysical dispersion を与える。
近似計算に於て磁化の保存則が充される為には

$$G_1^{-1} = G_1^{(0)-1} + \Sigma$$

及び

$$G_2 = G_1 \cdot G_1 + \int G_1 \cdot G_1 \cdot I \cdot G_2$$

に於て、 Σ に対する近似表式と、 I に対するそれとが Consistent になつていなければならぬ。 Σ に於て外線から残りの部分 (vertex と loops から成り立つ) を切り離し、後者を topological に異なる総ゆる可能な方法で G_2 の外線に結び付ける事によつて得られる。"irreducible part" を I とすればよい。



RPA に於ける decoupling

$$\langle\langle n_{\kappa\sigma} a_{\mathbf{p}+\mathbf{q}\uparrow}^+ a_{\mathbf{p}\downarrow} : X \rangle\rangle \approx \langle\langle n_{\kappa\sigma} a_{\mathbf{p}+\mathbf{q}\uparrow}^+ a_{\mathbf{p}\downarrow} : X \rangle\rangle$$

に現われた $\langle n_{\kappa\sigma} \rangle$ は Fermi 分布関数 (Hartree - Fock の交換自己エ

エネルギーを考慮した)でおきかえるべきであり、正確な平均値をもつてくるのはよくない。前者であれば

$$\Sigma =$$

且つ RPA では $I = \dots\dots\dots$

となり、上記の consistency condition を充している。これに反し後者の場合、 Σ 中には Magnon のキヨ(a)が入っているのに、(RPAであるから) I には(b)が入っていない。

従つて保存則を破つている。その結果、Magnon の分散の q^2 項に正しくない温度変化 $T^{3/2}$ を生み出す事になる。

伝導電子中のスピン波スペクトルを、Magnon - Magnon 相互作用まで考慮した (RPA より) 一段高い近似で求める際、現在までの所、保存則が充されている様な計算の結果は、Magnon - Magnon が q^2 項に温度変化 $T^{5/2}$ を与える (低温で) 事が確められている。然し、保存則の要請だけで Magnon - Magnon が q^2 項により低い温度のべきを与えない、という一般的な証明は未だ存在していない。また、これと密接に関連して、Magnon スペクトルが q^2 のパワーで展開可能か、或いは $q=0$ に branch cut があるのか、という問いに対する一般的な解答はない。

次に susceptibility approach を超伝導体に適用しよう。電子系との相互作用エネルギーが

$$\int F(\mathbf{r}, t) \eta^+(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$$

但し $\eta(\mathbf{r}) \equiv \psi_{\downarrow}(\mathbf{r}) \psi_{\uparrow}(\mathbf{r})$

である様な外場 $F(\mathbf{r}, t)$ を考える。これによつてひき起されは $\eta(\mathbf{r})$ の値は

$$\bar{\eta}(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^t dt^1 \int d\mathbf{r}^1 \chi(\mathbf{r} - \mathbf{r}^1, t - t^1)$$

であつて、dynamical susceptibility

$$\chi(\vec{q}, \omega) = i \int_0^{\infty} dt e^{-i\omega t - 0^+ t} \langle [\eta(\vec{q}, t), \eta^+(\vec{q})] \rangle$$

但し

$$\eta(\mathbf{q}) = \sum_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}-\mathbf{q}\downarrow} a_{\mathbf{k}\uparrow}$$

$$\eta(q, t) = e^{iHt} \eta(q) e^{-iHt}$$

を RPA によつて求める事が出来る。Reduced Hamiltonian

$$H = H_0 - g H^1$$

$$H_0 = \sum_{k, \sigma} \epsilon_{\sigma}(k) a_{k\sigma}^+ a_{k\sigma}, \quad H^1 = \sum_k \eta^+(k) \eta(k)$$

に対しては RPA の計算 ($T < T_c$ では Bogolon に対し, $T > T_c$ では ak に対

し, 非対角項の phase がランダムに互に相殺するという近(似)は簡単に行われ特に $T > T_c$

では
$$\chi(\vec{q}, \omega) = \frac{\Gamma(\vec{q}, \omega)}{1 - g \Gamma(\vec{q}, \omega)}$$

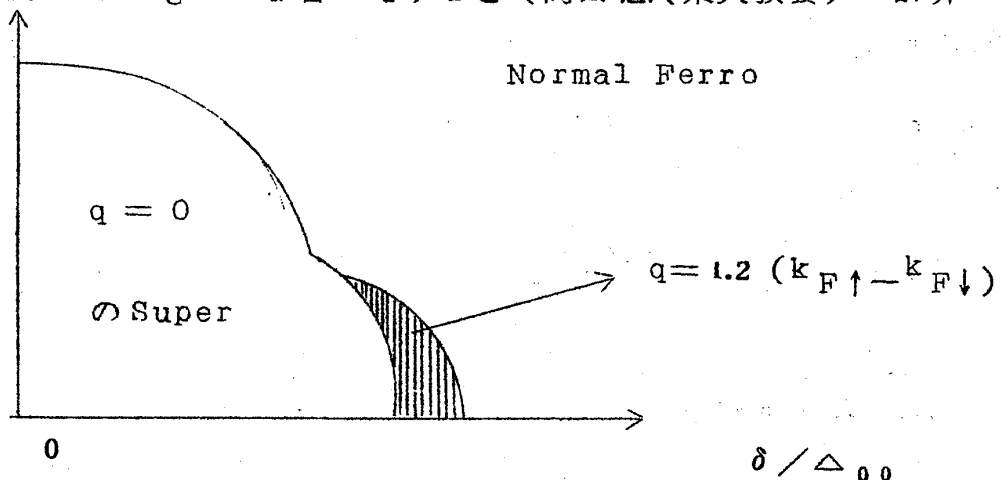
$$\Gamma(\vec{q}, \omega) = \sum_p \frac{1 - f_{p\uparrow} - f_{p+q\downarrow}}{\omega + \epsilon_{\uparrow}(p) + \epsilon_{\downarrow}(p+q) - \epsilon_0}$$

となる。先ず T_c を決める事 ($\chi(q, 0)^{-1} = 0$) を考えてみる。

BCS 超伝導体では ($\epsilon_{\uparrow} = \epsilon_{\downarrow}$) $\vec{q} = 0$ の与える T_c が最大であり, これは $1 = g \Gamma(0, 0)$ で BCS の結果に一致する。分子場 $\epsilon_{\downarrow}(p) - \epsilon_{\uparrow}(p) = 2\delta$ があるときは, $q \neq 0$ の T_c が最大の T_c にある場合がある。今, Normal Ferro のフェルミ球の半径を, 上向き及び下向きスピンの対し, それぞれ $k_{F\uparrow}$ 及び $k_{F\downarrow}$ とし

$$q = 1.2 \times (k_{F\uparrow} - k_{F\downarrow})$$

というピッチでオーダーパラメーターの phase が空間的に振動している超伝導状態と, $q = 0$ なる BCS 型の超伝導状態と, Normal Ferro の状態の間の Phase Diagram を書いてみると (高田 慧 (東大教養) の計算による)



但し Δ は $T=0$, $q=0$ のエネルギー・ギャップ。

[Normal Ferro $\xrightarrow{q}$ q の Super] は 2 次相転移。

[q の Super $\xrightarrow{q=0}$ $q=0$ の Super] は 1 次相転移。

Normal Ferro と $q=0$ Super の境界は Maki-Tsuneto (Progress ('64) によつて与えられていて, $q=0$ と q の Super の境界は, Maki-Tsuneto の境界 (即ち $q=0$ からいきなり Normal に移るとしたもの) と殆んど同じである。 $q \neq 0$ の Super は, 上記の存在領域で, Gor'kov 近似の下では確かに安定であるが, 有限な current があり, その安定性については, 尚検討を要する。この状態では Ferro と Super とが共存している。磁化の大きさは, 高田 が詳しく計算してゐるが, 同じ δ に対する Normal Ferro のそれに近い。Ferrel - Fulde の所謂 Blocking によつて Cooper pair formation がかなり押えられているからである。

次に BCS super ($\delta=0$) に於るオーダー・パラメーターの T_c 近傍に於るゆらぎを調べてみる。オーダー・パラメーターに対する Ginsburg - Landau 流の現象論を験討するのが主目的である。 $\omega \leq k_B T_c$, $q \leq k_B T_c / v_F = \xi_0^{-1}$ の場合の結果は特に簡単になつて

$$\chi(q, \omega) = \frac{q^{-1}}{A \cdot (T - T_c) + Bq^2 - iC \cdot \omega - i b \cdot q^2}$$

但し

$$A \equiv \frac{g N(0)}{T_c} \tanh\left(\frac{D}{2k_B T_c}\right)$$

$$B \equiv \frac{g N(0)}{24} \left(\frac{v_F}{k_B T_c}\right)^2$$

$$C \equiv \frac{\pi g N(0)}{4 k_B T_c},$$

$$b \equiv \frac{\pi g N(0)}{16 k_B T_c} \left(\frac{1}{m}\right)$$

$\omega=0$ としてみると, 上式は確かに Ginsburg-Landau (の Linear terms) を正当化するものである。

ω に関しては critical slowing down を示しているが

拡散型

$$\chi(q, \omega) = \frac{\tau_q^{-1} (\tau_q^{-1} + i\omega)}{\tau_q^{-2} + \omega^2} \int_0^\beta \langle \eta(q, -i\lambda) \eta^\dagger(q) \rangle d\lambda$$

(但し $\tau_q^{-1} \propto q^2 \cdot (T - T_c)$)
 にはなっていない。然しそれは RPA がよくないと云うコメントにしかなら
 ないかもしれない。

自由エネルギーは

$$F(T; g) = F(T; 0) - \int_0^g d\lambda \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{2}{e^{\beta\omega} - 1} \sum_q \text{Im} X(q, \omega - i0^+)_{\lambda}$$

で与えられる。但し $x(q, \omega)_{\lambda}$ は $g = \lambda$ という系に於ける

dynamical susceptibility で, RPA では

$$(q, \omega) / 1 - \lambda \Gamma(q, \omega) \quad \text{である。}$$

右辺の才 2 項は

$$\int_0^g d\lambda \sum_q \left(\frac{2\pi}{\beta} \right) \sum_{\ell} x(q, \frac{2\pi\ell}{\beta})$$

と書かれるが, $\ell = 0$ の項は $q \sim 0$ の q 積分から $T = T_c$ で比熱に singu-
 larity を与える。RPA ではそれは

$$\frac{k_B T_c}{4} \left(\frac{A}{B} \right)^{3/2} \frac{V}{\sqrt{T - T_c}}$$

であるが $A/B \cong \frac{1}{T_c} \left(\frac{T}{T_c} F \right)^2$ であるから

この項が BCS の比熱 $2.6 \gamma T_c \times V$ を超えるためには $(T - T_c / T_c)^{1/2}$
 $\sim 10^{-8}$ で, 上記の singularity は実際上は問題にならない。

$(T - T_c)^{-1/2}$ - singularity は別の方法で Thouless によつて得ら
 れている様であるが, 何れにしても, (の様な次才であるから) 少くと
 も Pure Superconductor では問題にするに足らない。むしろ dirty
 limit でどうなるかが興味ある問題であつて, 目下検討中である。