

|             |                                                                                                                                                                              |
|-------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 氏 名         | 石 本 浩 康<br>いし もと ひろ やす                                                                                                                                                       |
| 学 位 の 種 類   | 理 学 博 士                                                                                                                                                                      |
| 学 位 記 番 号   | 論 理 博 第 432 号                                                                                                                                                                |
| 学位授与の日付     | 昭 和 48 年 5 月 23 日                                                                                                                                                            |
| 学位授与の要件     | 学 位 規 則 第 5 条 第 2 項 該 当                                                                                                                                                      |
| 学 位 論 文 題 目 | <b>On the classification of <math>(n-2)</math>-connected <math>2n</math>-manifolds with torsion free homology groups</b><br>(ホモロジー群がねじれ部分をもたない $(n-2)$ -連結 $2n$ -多様体の分類について) |

|        |             |                          |
|--------|-------------|--------------------------|
|        | (主 査)       |                          |
| 論文調査委員 | 教 授 島 田 信 夫 | 教 授 戸 田 宏    教 授 永 田 雅 宜 |

### 論 文 内 容 の 要 旨

申請論文は、微分多様体の微分同相型による分類問題を扱うもので、Kervaire-Milnor によるホモトピー球面の分類、Wall による  $(n-1)$ -連結  $2n$  次元多様体の分類などに続くものとして、連結性を一段弱めた形の、 $(n-2)$ -連結  $2n$  次元多様体の具体的分類を目的としている。

この問題については、従来、単連結 6 次元多様体で特性類  $w_2=0$  のとき (Wall) および  $n$  は一般であるが、ホモロジーに強い条件を仮定したとき (田村) など特殊な場合にしか調べられていなかったが、申請者は新しい観点を加えてこの問題を追求し、かなり広い結果を得ている。

要約すれば、 $(n-2)$ -連結  $2n$  次元閉微分多様体  $M$  が、1) ホモロジー群  $Hi(M)$  は自由アーベル群、2)  $M$  は  $(n-1)$  平行性をもつ、の二条件を満足するとき ( $n \geq 4$ ),

i)  $M$  は、 $H_n(M_1)=0$  である様な  $(n-2)$ -連結  $2n$  次元多様体  $M_1$  と、 $(n-1)$ -連結  $2n$  次元多様体  $M_2$  との連結和として表わされる、

ii) この分解における  $M_1$  は、さらに幾つかの基本形 (多様体) の連結和として表わされる、というものである。ここで基本形とはホモトピー球面、 $(n+1)$ -球面上の  $(n-1)$ -球面バンドルおよびこれら二つの球面バンドルから交差和 (plumbing) により得られた多様体をさす。

上の i), ii) における分解は、多くの場合一意であることが示され、従ってそれらの場合、目的とする分類問題が具体的に代表系を提示する形で解決されている。ただし  $M_2$  については、さきに触れた Wall の結果に依存しているので、問題は  $M_1$  の分類に帰されている。

このため申請者は、 $M_1$  がホモトピー球面を法としてハンドル体の境界となることに着目し、 $M_1$  の分類をハンドル体の分類から導く方法をとっている。一方、このようなハンドル体  $W$  の微分同相類は、そのホモロジー群  $H(=H_{n+1}(W))$ ,  $H$  の上で定義された  $Z_2$ -値の或る対称双一次形式  $\lambda$  および  $H$  の上で定義され直交群のホモトピー群に値をもつ函数  $\alpha$  など微分位相的不変量から成る系  $(H, \lambda, \alpha)$  の適当な同型類と一対一に対応することが知られている。申請者は、次元に応じてそれぞれの場合の不変量の克明な

計算により、この様な系  $(H, \lambda, \alpha)$  の代数的分類を実行し、直和分解の意味での既約形を求め、また、それに対応するハンドル体の境界である基本形の多様体を構成することによって、前述の  $M_1$  の具体的な表現を得ている。

参考論文 1 は或る種のハンドル体が球面上の円板ハンドル交差和操作および幾何学的手術によって得られることを示したもの、2 は主論文と同様のテーマであるが、より強い条件の  $\pi$ -多様体について調べたもの、3 は或る種の多様体については接バンドルがホモトピー不変であることを証明したものであり、これらは、いずれも主論文の研究と密接に関連している。

### 論文審査の結果の要旨

微分多様体の微分同相型の分類は、微分位相幾何学における基本問題に数えられるが、その研究は1956年の Milnor による7次元球面の微分構造の研究に始まり、ついでホモトピー球面、 $(n-1)$ -連結  $2n$  次元多様体など、位相的構造になるべく単純な多様体の場合がまず研究対象とされた。その後この方面の研究は理論的整備の方向に進み、単連結でない場合を含めた幾何学的手術の方法や障害理論の適用などが開発されている。

しかし、個々の具体的な場合に実際に分類結果を数え挙げるということはまた別の問題であり、余ほど都合の良い場合でない限り取り扱いが困難である。実際、連結性の高い多様体についての従来の研究例も、上述のもののほか、田村による  $(n-1)$ -連結  $2n+1$  次元多様体および  $(n-2)$ -連結  $2n$  次元多様体などの少数にとどまっている。

申請者は、参考論文からもうかがえる様に一貫してこの方面の研究を続けてきたが、主論文においては、田村が取り扱ったような強い条件づきの  $(n-2)$ -連結  $2n$  次元多様体の分類を、より一般化することを目ざした。その結果、一層弱い条件のもとでこの様な多様体の具体的分類を実行し、綿密な検討によって詳細な分類表を完成している。

申請者の方法はハンドル体の分類を活用する点に特色があり、それによって幾何学的な問題の代数化に導き、目標をなし遂げるためのプロセスを見通しよくすることに成功している。

また、球面上のバンドルの交差和としての基本形の多様体の表現は、申請者の創意によるもので、興味ある観点を提供するものである。

以上を要するに、申請論文は、 $(n-2)$ -連結  $2n$  次元多様体に関する田村の結果および単連結6次元多様体に関する Wall の結果を著しく拡張するとともに興味ある知見を加えてこの分野に貢献するものであり、一つの重要な分類問題に満足すべき解決を与えたものとして意義をもつものである。

主論文、参考論文を通じ、申請者は微分位相幾何学における従来の成果と幾何学的な或いは代数的な手法を十分に駆使してこの方面の広い知識と研究能力を示している。

よって、本論文は理学博士の学位論文として価値あるものと認める。