

マルチフィルターによる地震動の非定常相互 スペクトル特性の解析

亀田 弘行・沢田 勉・亀井 紀幸

ANALYSIS OF NONSTATIONARY CROSS SPECTRUM OF EARTHQUAKE MOTION BY MULTIFILTER TECHNIQUE

By *Hiroyuki KAMEDA, Tsutomu SAWADA and Noriyuki KAMEI*

Synopsis

Consideration of Nonstationary correlation in multivariate and multidimensional earthquake motions is important in the design of large foundations and spatially extended structures. In this study, an effective technique for the nonstationary cross spectrum of multidimensional and multivariate earthquake motions is developed by multifilter technique, which is an extension of nonstationary power spectrum analysis proposed by Kameda. The multifilter technique has advantages such that the resolution of spectral components in time and frequency domain is better than that of repeated Fourier transformation and band width in frequency domain is proportional to the frequency.

Two parameters, that is, damping parameter and smoothing parameter in time domain, are decided by numerical calculation using some Japanese strong motion records. We discuss the physical meanings of nonstationary coherency and phase differences which are obtained from nonstationary cross spectrum. In numerical examples, the nonstationary coherency and phase differences are calculated using SMART-1 array data in Taiwan. On this basis, the validity of the technique proposed herein is examined and some discussions are made on nonstationary coherency and phase differences of multivariate earthquake motions.

1. 緒 言

本研究は、多次元地震動の非定常な相互相関性を解析するために、マルチフィルターによる非定常パワースペクトル解析法¹⁾を非定常相互スペクトルの問題に拡張するとともに、数値計算よりその妥当性を検討したものである。

近年、長大橋梁やライフラインのように空間的拡がりをもつ構造物の耐震問題が重要になり、そのための入力として地震動の3次元的特性を把握することが必要になってきた。また、上記のような長大構造物の応答には地震動の非定常特性が大きな影響を及ぼすことから、多次元地震動の非定常な相互相関性を解明し、それをモデル化することが重要になってきた。

多次元地震動の空間的相関性に着目した研究はこれまでいくつかなされている。Loh^{2),3)}, Harichandran と Vanmarcke⁴⁾, および原田⁵⁾らは、台湾の SMART-1 アレーデータを用いて多次元地震動の空間的変動の解析を行い、そのモデル化を試みた。しかしながら、これらの研究では、定常理論に基づく相互相関関数、相互スペクトル、およびコヒーレンスが用いられ、地震動の非定常特性は考慮されなかった。Loh と Kameda⁶⁾ は、従来より提案されている非定常モデル^{1),7)}を援用して、非定常な空間的相関を有する地震動をシミュレートする手法を提案した。また、星谷ら^{8),9)} は、物理スペクトル¹⁰⁾の概念を非定常相互スペクトル解

析に拡張して多次元地震動の相互相関性を解析するとともに、そのモデル化の方法とシミュレーションについて述べている。以上のように、地震動の空間的変動に関する研究はいくつかなされているが、アレー観測された実データを用いて非定常な相互相関性を解析し、それをモデル化しようとする研究は現状では見あたらない。

本研究の目的は、著者の一人によって提案されたマルチフィルタによる非定常パワースペクトル解析法¹⁾を非定常相互スペクトルの問題に拡張して定式化するとともに、それより得られる非定常コヒーレンスと位相差の物理的意味を明らかにし、数値計算よりその妥当性を検討することにある。マルチフィルタによる非定常スペクトル解析法は、ウィンドー幅が振動数に比例して変化すること、また時間領域および振動数領域における分解能がよいこと等の特徴があるため、地震動の非定常特性の解析に適している。

2. マルチフィルタによる非定常相互スペクトル解析法の定式化

亀田により提案されたマルチフィルタによる非定常パワースペクトルの概念¹⁾を非定常相互スペクトルの解析に拡張するとともに、この方法による解析結果に影響を及ぼす2つのパラメータ、すなわちフィルタの減衰パラメータと時間領域の平滑化パラメータの選定方法について述べる。

2.1 確率過程の非定常相互スペクトル

2つの確率過程 $X_j(t)$, $X_k(t)$ の非定常相互スペクトル (両側スペクトルを $S_{jk}(t, \omega_0)$, 片側スペクトルを $G_{jk}(t, \omega_0)$ とする) を以下のようにして誘導する。

2つの確率過程 $X_j(t)$, $X_k(t)$ を加速度入力とする線形1自由度系の運動方程式は次式により与えられる。

$$\begin{aligned} \ddot{Y}_j(t) + 2h_0\omega_0\dot{Y}_j(t) + \omega_0^2 Y_j(t) &= -X_j(t) \\ \ddot{Y}_k(t) + 2h_0\omega_0\dot{Y}_k(t) + \omega_0^2 Y_k(t) &= -X_k(t) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 h_0 は減衰定数、 ω_0 は固有円振動数であり、 $Y_j(t)$, $Y_k(t)$ はそれぞれ $X_j(t)$, $X_k(t)$ に対する線形1自由度系の相対変位である。 $X_j(t)$, $X_k(t)$ が定常確率過程の場合にそれらの複素フーリエスペクトルを $F_j(\omega)$, $F_k(\omega)$ とすると、定常応答 $Y_j(t)$, $Y_k(t)$ の複素フーリエスペクトル $F_{Y_j}(\omega)$, $F_{Y_k}(\omega)$ は次のように表される¹¹⁾。

$$\begin{aligned} F_{Y_j}(\omega) &= H(\omega) F_j(\omega) \\ F_{Y_k}(\omega) &= H(\omega) F_k(\omega) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 $H(\omega)$ は線形1自由度系の周波数応答関数であり次式で与えられる。

$$H(\omega) = (\omega_0^2 - \omega^2 + i2h_0\omega_0\omega)^{-1} \quad \dots\dots\dots (3)$$

このとき、 $Y_j(t)$ と $Y_k(t)$ の両側相互スペクトル $S_{Y_j Y_k}(\omega)$ は次のようになる。

$$\begin{aligned} S_{Y_j Y_k}(\omega) &= \frac{2\pi}{T} E[F_{Y_j}^*(\omega) F_{Y_k}(\omega)] \\ &= \frac{2\pi}{T} |H(\omega)|^2 E[F_j^*(\omega) F_k(\omega)] \\ &= |H(\omega)|^2 S_{j k}(\omega) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 $S_{jk}(\omega)$ は $X_j(t)$ と $X_k(t)$ の相互スペクトルであり、 T は継続時間である。 $Y_j(t)$ と $Y_k(t)$ の相互相関関数 $R_{Y_j Y_k}(\tau)$ は、Wiener-Khinchine の関係より次のようになる。

$$\begin{aligned} R_{Y_j Y_k}(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} S_{Y_j Y_k}(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 S_{j k}(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (5)$$

以上は、入力加速度および応答が定常な場合である。つぎに、入力加速度 $X_j(t)$, $X_k(t)$ の非定常相互スペクトルを $S_{jk}(t, \omega)$ とし、 $S_{jk}(t, \omega)$ が時刻 t 近傍において slowly varying であると仮定する。このとき、式 (5) は時刻 t において近似的に成立するから、次の関係式が得られる。

$$R_{Y_j Y_k}(t, \tau) \sim \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 S_{jk}(t, \omega) e^{i\omega\tau} d\omega \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 $R_{Y_j Y_k}(t, \tau)$ は、応答 $Y_j(t)$ と $Y_k(t)$ の非定常な相互相関関数であり、 $S_{jk}(t, \omega)$ は $X_j(t)$ と $X_k(t)$ の非定常相互スペクトルである。 $S_{jk}(t, \omega)$ は複素関数であるので、次式のように表される。

$$S_{jk}(t, \omega) = C_{jk}(t, \omega) + iQ_{jk}(t, \omega) \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 $C_{jk}(t, \omega)$ と $Q_{jk}(t, \omega)$ はそれぞれ非定常な co-spectrum と quad-spectrum であり、次の性質をもつ¹²⁾。

$$C_{jk}(t, -\omega) = C_{jk}(t, \omega) \dots\dots\dots (8)$$

$$Q_{jk}(t, -\omega) = -Q_{jk}(t, \omega) \dots\dots\dots (9)$$

すなわち、 $C_{jk}(t, \omega)$ は ω に関して偶関数であり、 $Q_{jk}(t, \omega)$ は奇関数である。以下では、式 (6) を用いて co-spectrum $C_{jk}(t, \omega)$ と quad-spectrum $Q_{jk}(t, \omega)$ を誘導する。式 (6) に $\tau=0$ を代入し、 $R_{Y_j Y_k}(t, 0) = E[Y_j(t) Y_k(t)]$ を考慮すると

$$E[Y_j(t) Y_k(t)] \simeq \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 S_{jk}(t, \omega) d\omega \dots\dots\dots (10)$$

式 (7) を上式に代入し、式 (8), (9) の関係を用いると、次式が得られる。

$$E[Y_j(t) Y_k(t)] \simeq \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 C_{jk}(t, \omega) d\omega \dots\dots\dots (11)$$

$|H(\omega)|^2$ が線形 1 自由度系の固有円振動数 ω_0 近傍で狭帯域であり、 $C_{jk}(t, \omega)$ が ω_0 近傍で急激な変化を示さないと仮定すると、

$$E[Y_j(t) Y_k(t)] \simeq C_{jk}(t, \omega_0) \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 d\omega \dots\dots\dots (12)$$

式 (3) を上式の右辺に代入して留数定理を用いて積分すると次式が得られる。

$$E[Y_j(t) Y_k(t)] \simeq \frac{\pi}{2h_0\omega_0^3} C_{jk}(t, \omega_0) \dots\dots\dots (13)$$

つぎに、変位応答 $Y_j(t)$, $Y_k(t)$ と速度応答 $\dot{Y}_j(t)$, $\dot{Y}_k(t)$ の相互相関関数 $R_{Y_j Y_k}(t, \tau)$, $R_{Y_j \dot{Y}_k}(t, \tau)$, および $R_{\dot{Y}_j \dot{Y}_k}(t, \tau)$ について考える。これらは、式 (6) を τ について微分することによりそれぞれ次のように求められる。

$$\begin{aligned} R_{Y_j Y_k}(t, \tau) &\simeq -\frac{\partial R_{Y_j Y_k}(t, \tau)}{\partial \tau} \\ &= -i\omega \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 S_{jk}(t, \omega) e^{i\omega\tau} d\omega \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_{Y_j \dot{Y}_k}(t, \tau) &\simeq +\frac{\partial R_{Y_j Y_k}(t, \tau)}{\partial \tau} \\ &= +i\omega \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 S_{jk}(t, \omega) e^{i\omega\tau} d\omega \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_{\dot{Y}_j \dot{Y}_k}(t, \tau) &\simeq -\frac{\partial^2 R_{Y_j Y_k}(t, \tau)}{\partial \tau^2} \\ &= -(i\omega)^2 \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 S_{jk}(t, \omega) e^{i\omega\tau} d\omega \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

式 (13) を求めたのと同様に、上式に $\tau=0$ を代入し、式 (7)～(9) の関係を考慮して積分を行うと、式 (14)

～(16)から

$$E[\dot{Y}_j(t) Y_k(t)] \cong + \frac{\pi}{2h_0\omega_0^2} Q_{jk}(t, \omega_0) \dots\dots\dots (17)$$

$$E[Y_j(t) \dot{Y}_k(t)] \cong - \frac{\pi}{2h_0\omega_0^2} Q_{jk}(t, \omega_0) \dots\dots\dots (18)$$

$$E[\dot{Y}_j(t) \dot{Y}_k(t)] \cong + \frac{\pi}{2h_0\omega_0} C_{jk}(t, \omega_0) \dots\dots\dots (19)$$

式(13)および(17)～(19)より、非定常な co-spectrum $C_{jk}(t, \omega_0)$ 、および quad-spectrum $Q_{jk}(t, \omega_0)$ が次のように得られる。

$$C_{jk}(t, \omega_0) = \frac{h_0\omega_0^3}{\pi} E[Y_j(t) Y_k(t) + \dot{Y}_j(t) \dot{Y}_k(t)/\omega_0^2] \dots\dots\dots (20)$$

$$Q_{jk}(t, \omega_0) = \frac{h_0\omega_0^3}{\pi} E[\dot{Y}_j(t) Y_k(t)/\omega_0 - Y_j(t) \dot{Y}_k(t)/\omega_0] \dots\dots\dots (21)$$

以上は両側スペクトル $S_{jk}(t, \omega_0)$ についてであるが、片側スペクトル $G_{jk}(t, \omega_0)$ では次のようになる。

$$G_{jk}(t, \omega_0) = C_{jk}(t, \omega_0) + iQ_{jk}(t, \omega_0) \dots\dots\dots (22)$$

$$C_{jk}(t, \omega_0) = \frac{2h_0\omega_0^3}{\pi} E[Y_j(t) Y_k(t) + \dot{Y}_j(t) \dot{Y}_k(t)/\omega_0^2] \dots\dots\dots (23)$$

$$Q_{jk}(t, \omega_0) = \frac{2h_0\omega_0^3}{\pi} E[\dot{Y}_j(t) Y_k(t)/\omega_0 - Y_j(t) \dot{Y}_k(t)/\omega_0] \dots\dots\dots (24)$$

以上で、非定常相互スペクトル $G_{jk}(t, \omega_0)$ が定式化されたが、ここで注目すべきは、 $j=k$ の場合にこれらの結果が従来の非定常パワースペクトル $G_{jj}(t, \omega_0)$ に一致することである。すなわち、式(22)～(24)において、 $j=k$ を代入すると、

$$\begin{aligned} G_{jj}(t, \omega_0) &= C_{jj}(t, \omega_0) \\ &= \frac{2h_0\omega_0^3}{\pi} E[Y_j^2(t) + \dot{Y}_j^2(t)/\omega_0^2] \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

$$Q_{jj} = 0 \dots\dots\dots (26)$$

となる。最後に、非定常相互スペクトル $G_{jk}(t, \omega_0)$ の極座標表示を与えておく。

$$G_{jk}(t, \omega_0) = |G_{jk}(t, \omega_0)| \exp[i\theta_{jk}(t, \omega_0)] \dots\dots\dots (27)$$

$$|G_{jk}(t, \omega_0)| = \{C_{jk}^2(t, \omega_0) + Q_{jk}^2(t, \omega_0)\}^{1/2} \dots\dots\dots (28)$$

$$\theta_{jk}(t, \omega_0) = \tan^{-1}[Q_{jk}(t, \omega_0)/C_{jk}(t, \omega_0)] \dots\dots\dots (29)$$

ここで、 $\theta_{jk}(t, \omega_0)$ は、後述するように、 $X_j(t)$ と $X_k(t)$ の ω_0 成分の位相差を表す。

2.2 確定時間関数の非定常相互スペクトル

確率過程 $X_j(t)$ 、 $X_k(t)$ の1組のサンプル関数 $x_j(t)$ 、 $x_k(t)$ が与えられている場合には、式(22)～(24)は確定関数として取り扱うことができ、次のようになる。

$$g_{jk}(t, \omega_0) = c_{jk}(t, \omega_0) + iq_{jk}(t, \omega_0) \dots\dots\dots (30)$$

$$c_{jk}(t, \omega_0) = \frac{2h_0\omega_0^3}{\pi} [y_j(t)y_k(t) + \dot{y}_j(t)\dot{y}_k(t)/\omega_0^2] \dots\dots\dots (31)$$

$$q_{jk}(t, \omega_0) = \frac{2h_0\omega_0^3}{\pi} [\dot{y}_j(t)y_k(t)/\omega_0 - y_j(t)\dot{y}_k(t)/\omega_0] \dots\dots\dots (32)$$

また、 $g_{jk}(t, \omega_0)$ の極座標表示は次式で表される。

$$g_{jk}(t, \omega_0) = |g_{jk}(t, \omega_0)| \exp[i\theta_{jk}(t, \omega_0)] \dots\dots\dots (33)$$

ここで、 $|g_{jk}(t, \omega_0)|$ と $\theta_{jk}(t, \omega_0)$ は

$$\begin{aligned}
 |g_{jk}(t, \omega_0)| &= [c_{jk}^2(t, \omega_0) + q_{jk}^2(t, \omega_0)]^{1/2} \\
 &= \frac{2h_0\omega_0^3}{\pi} [\{y_j(t)y_k(t) + \dot{y}_j(t)\dot{y}_k(t)/\omega_0^2\}^2 + \{\dot{y}_j(t)y_k(t)/\omega_0 - y_j(t)\dot{y}_k(t)/\omega_0\}^2]^{1/2} \\
 &= \frac{2h_0\omega_0^3}{\pi} \{y_j^2(t) + \dot{y}_j^2(t)/\omega_0^2\}^{1/2} \cdot \{y_k^2(t) + \dot{y}_k^2(t)/\omega_0^2\}^{1/2} \\
 &= \frac{2h_0\omega_0^3}{\pi} r_j(t) r_k(t) \dots\dots\dots (34)
 \end{aligned}$$

$$\theta_{jk}(t, \omega_0) = \tan^{-1} \{q_{jk}(t, \omega_0)/c_{jk}(t, \omega_0)\} \dots\dots\dots (35)$$

ただし、 $r_j(t)$ と $r_k(t)$ は、フィルタ出力 $y_j(t)$ 、 $y_k(t)$ の包絡線であり、次式ようになる。

$$r_j(t) = [y_j^2(t) + \dot{y}_j^2(t)/\omega_0^2]^{1/2} \dots\dots\dots (36)$$

$$r_k(t) = [y_k^2(t) + \dot{y}_k^2(t)/\omega_0^2]^{1/2} \dots\dots\dots (37)$$

以上により、1組のサンプル関数 $x_j(t)$ 、 $x_k(t)$ の非定常相互スペクトルの極座標表示として次式が得られる。

$$g_{jk}(t, \omega_0) = \frac{2h_0\omega_0^3}{\pi} r_j(t, \omega_0) r_k(t, \omega_0) \exp[i\theta_{jk}(t, \omega_0)] \dots\dots\dots (38)$$

このようにして得られたサンプル関数の非定常相互スペクトルは生のスペクトルであるから、その推定値を求めるためには何らかの期待値演算が必要である。 $g_{jk}(t, \omega_0)$ は式(1)の狭帯域フィルタ出力に基づいて算出されたものであるから、 ω_0 近傍における振動数領域の平均化は既になされている。そこで、式(23)～(25)のアンサンブル平均に代るものとして、次のような時間領域の平滑化が考えられる。

$$G_{jk}(t, \omega_0) = \int_{-\infty}^{\infty} w(t-\tau) g_{jk}(\tau, \omega_0) d\tau \dots\dots\dots (39)$$

$w(t)$ は時間領域のウィンドー関数であり種々のものが考えられるが¹³⁾、本研究では次の矩形ウィンドーを用いる。

$$w(t) = \begin{cases} 1/T_a, & -T_a/2 \leq t \leq T_a/2 \\ 0, & |t| \geq T_a/2 \end{cases} \dots\dots\dots (40)$$

ここで、 T_a はウィンドー幅である。以上のように、サンプル関数 $x_j(t)$ と $x_k(t)$ の非定常相互スペクトルの推定値 $G_{jk}(t, \omega_0)$ は、式(30)または(38)より生のスペクトルを求め、それを式(39)により時間領域で平滑化することにより求められる。

2.3 減衰パラメータ h_0 と時間パラメータ T_a の選定

前述のマルチフィルタによる非定常相互スペクトル解析法においては、フィルタの減衰定数 h_0 と時間領域の平滑化パラメータ T_a が算出結果に影響を及ぼす。ここでは、実地震動記録を用いた数値解析よりこれらパラメータの値を決定する。計算に用いた地震記録は、1978年宮城県沖地震の際に八戸で得られた記録の NS 成分と EW 成分であり^{14), 15)}、非定常相互スペクトルの絶対値 $|G_{jk}(t, \omega_0)|$ に基づいてパラメータの選定を行った。

まず、減衰定数 h_0 について述べる。前節までの理論解析では、 $G_{jk}(t, \omega_0)$ の時間変動は応答レベルの変動が十分追従できる程度にゆるやかであるという仮定をおいたが、この仮定が成立するためにはフィルタの過渡特性ができるだけ弱いことが要求され、そのためには h_0 を大きくする必要がある。他方、フィルタが狭帯域であるという観点からは h_0 はできるだけ小さいことが望ましい。これら2つの要求は相反するものであり、 h_0 の値は妥協的に決めざるをえない。Fig. 1 は、振動数 1Hz の非定常相互スペクトルの絶対値 $|G_{jk}(t, \omega_0)|$ をいくつかの h_0 に対して求めたものであり、図の横軸は時間、縦軸は $|G_{jk}(t, \omega_0)|$ の値である。図より、 h_0 が小さいほど $|G_{jk}(t, \omega_0)|$ が滑らかになり狭帯域フィルタとしての特性が発現されているが、フィルタの過渡特性が強いために2つの波の相互スペクトルの変動が入力振幅の相互相関の変動に

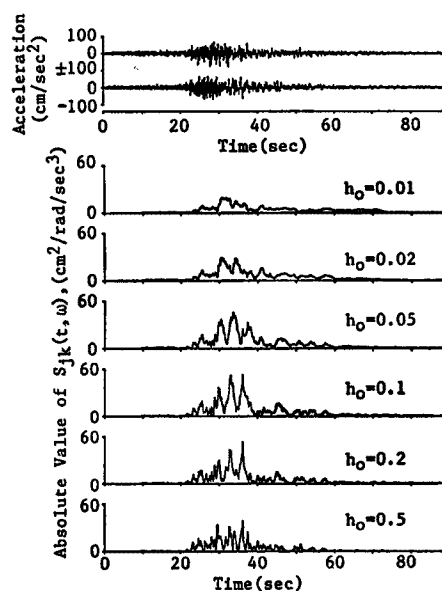


Fig. 1 Amplitude of Nonstationary Cross Spectra of Hachinohe EW and NS Components. (fo=1.0Hz, Ta=0.1sec)

十分追従していないことがわかる。とくに、 $h_0=0.02$ 以下では $h_0 \geq 0.05$ に見られるスペクトルのピークが明確に現れない。このことより、過渡特性の面からは $h_0 \geq 0.05$ 程度がよいと考えられる。他方、 h_0 が大きくなると、 $|G_{jk}(t, \omega_0)|$ は滑らかさを失っていく。実用上、線形1自由度系が狭帯域フィルターとして作用するのは $h_0 \leq 0.2$ 程度と考えられる。以上は八戸の1Hz成分についてであるが、1Hz以外の振動数成分や、また他の記録の非定常相互スペクトルについても同様な解析結果が得られた。このことより、マルチフィルターによる非定常相互スペクトル解析におけるフィルターの減衰定数は、従来の研究¹⁾と同様、 $h_0=0.05 \sim 0.2$ の範囲で選定すればよいと考えられる。

つぎに、時間領域の平滑化パラメータ T_a について検討する。Fig. 2 は、前述の八戸の記録の0.5Hz, 1Hz, 2Hz, 5Hz成分の非定常相互スペクトルの絶対値 $|G_{jk}(t, \omega_0)|$ を、 $T_a=0.1 \sim 5.0$ sec について求め図示したものである。減衰パラメータとしては $h_0=0.05$ を用いた。図からわかるように、 T_a が大きくなるにつれて $|G_{jk}(t, \omega_0)|$ は滑らかになるが、 T_a が3sec以上では高振動数成分の $|G_{jk}(t, \omega_0)|$ の意味あるピークが失われる。他方、 T_a が小さくなるとスペクトルにさざ波状の凹凸が残り、平滑化が十分になされない。とくに、 $T_a < 0.5$ sec では

平均化操作が不十分である。以上のことより、時間パラメータ T_a としては、 $0.5 \leq T_a \leq 2.0$ sec 程度が適当と思われる。以下の解析では、減衰パラメータとして $h_0=0.05$ を、また時間パラメータとして $T_a=2.0$ sec を用いた。

3. 非定常なコヒーレンスと位相差

前節では、マルチフィルターによる非定常相互スペクトル解析法を定式化した。ここでは、非定常相互スペクトルから得られる2つの情報、すなわちコヒーレンスと位相差について述べる。

3.1 非定常相互スペクトルの位相差の意味

前述のように、非定常相互スペクトル解析では、式(30)または式(38)より $x_j(t)$ と $x_k(t)$ の生のスペクトルを求め、それを式(39)により平滑化する。位相差を考える場合には生のスペクトルの極座標表示が適しているので、式(38)を再度記述しておく。

$$g_{jk}(t, \omega_0) = \frac{2h_0\omega_0^3}{\pi} r_j(t) r_k(t) \exp[i\theta_{jk}(t, \omega_0)] \quad (38)$$

位相差 $\theta_{jk}(t, \omega_0)$ の意味を考えるために、 $x_j(t)$ 、 $x_k(t)$ の狭帯域フィルター出力 $y_j(t)$ 、 $y_k(t)$ を包絡線 $r_j(t, \omega_0)$ 、 $r_k(t, \omega_0)$ と位相 $\phi_j(t, \omega_0)$ 、 $\phi_k(t, \omega_0)$ を用いて次のように表す。

$$\begin{aligned} y_j(t) &= r_j(t, \omega_0) \cos \{\omega_0 t + \phi_j(t, \omega_0)\} \\ y_k(t) &= r_k(t, \omega_0) \cos \{\omega_0 t + \phi_k(t, \omega_0)\} \end{aligned} \quad (41)$$

定常理論による位相遅れ時間と群遅れ時間の概念¹⁶⁾を非定常な場合に拡張すると、 $y_j(t)$ と $y_k(t)$ の時刻 t における位相遅れ時間 $t_{pj}(t, \omega_0)$ 、 $t_{pk}(t, \omega_0)$ と群遅れ時間 $t_{gj}(t, \omega_0)$ 、 $t_{gk}(t, \omega_0)$ が次のように定義できる。

$$\begin{aligned} t_{pj}(t, \omega_0) &= -\phi_j(t, \omega_0)/\omega_0 \\ t_{pk}(t, \omega_0) &= -\phi_k(t, \omega_0)/\omega_0 \end{aligned} \quad (42)$$

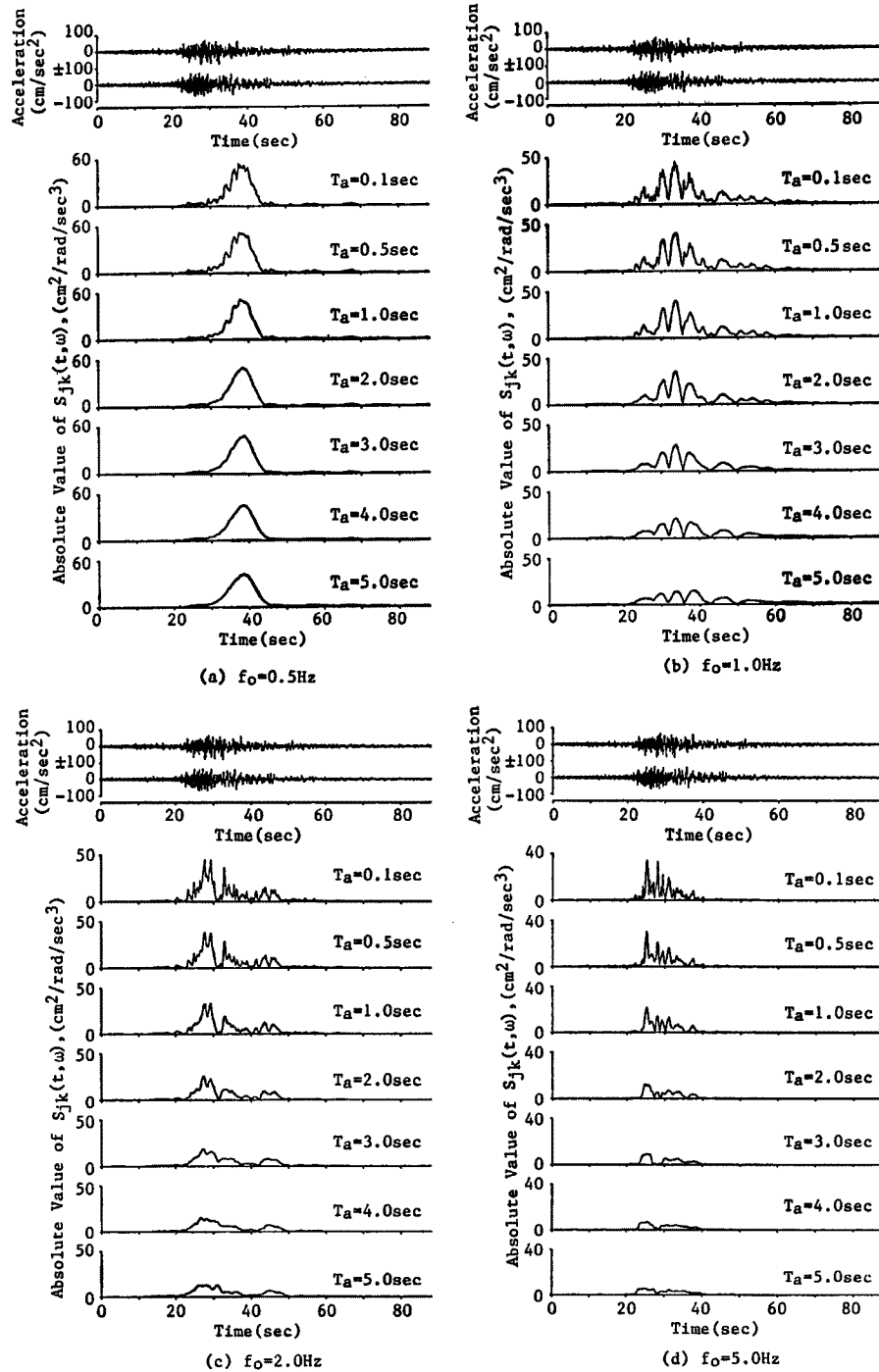


Fig. 2 Amplitude of Nonstationary Cross Spectra of Hachinohe EW and NS Components. ($h_0=0.05$)

$$\begin{cases} t_{gj}(t, \omega_0) = -\partial\phi_j(t, \omega_0)/\partial\omega_0 \\ t_{gh}(t, \omega_0) = -\partial\phi_h(t, \omega_0)/\partial\omega_0 \end{cases} \dots\dots\dots (43)$$

式(38)の右辺の位相差 $\theta_{jh}(t, \omega_0)$ は

$$\theta_{jh}(t, \omega_0) = \phi_h(t, \omega_0) - \phi_j(t, \omega_0) \dots\dots\dots (44)$$

であるから、式(42)～(44)より、 $y_j(t)$ と $y_k(t)$ の間の位相遅れ時間 $t_{pjk}(t, \omega_0)$ と群遅れ時間 $t_{gjk}(t, \omega_0)$ が次式のように求められる。

$$t_{pjk}(t, \omega_0) = -\theta_{jk}(t, \omega_0) / \omega_0 \dots\dots\dots (45)$$

$$t_{gjk}(t, \omega_0) = -\partial\theta_{jk}(t, \omega_0) / \partial\omega_0 \dots\dots\dots (46)$$

このようにして得られる $t_{pjk}(t, \omega_0)$ と $t_{gjk}(t, \omega_0)$ は生のスペクトルの位相差 $\theta_{jk}(t, \omega_0)$ から求められた時刻 t における瞬時値である。

つぎに、時間領域におけるスペクトルの平滑化を行った場合の位相差について考える。以下では式の記述を簡便にするため、式(39)による平滑化を上付の線によって表す。式(38)の生のスペクトルに時間領域の平滑化を施すと次式が得られる。

$$G_{jk}(t, \omega_0) = \frac{2h_0\omega_0^3}{\pi} r_j(t) r_k(t) \exp[i\theta_{jk}(t, \omega_0)] \dots\dots\dots (47)$$

ここで、生のスペクトルの位相差 $\theta_{jk}(t, \omega_0)$ を時刻 t での平均値 $\bar{\theta}_{jk}(t, \omega_0)$ とその回りの変動成分 $\Delta\theta_{jk}(t, \omega_0)$ を用いて次のように表す。

$$\theta_{jk}(t, \omega_0) = \bar{\theta}_{jk}(t, \omega_0) + \Delta\theta_{jk}(t, \omega_0) \dots\dots\dots (48)$$

$\bar{\theta}_{jk}(t, \omega_0)$ が時刻 t 付近で一定であり、 $\Delta\theta_{jk}(t, \omega_0)$ がそのまわりにランダムに分布すると考えると、式(47)は次のように書き直すことができる。

$$G_{jk}(t, \omega_0) = \frac{2h_0\omega_0^3}{\pi} r_j(t) r_k(t) \exp[i\Delta\theta_{jk}(t, \omega_0)] \exp[i\bar{\theta}_{jk}(t, \omega_0)] \dots\dots\dots (49)$$

ここで、

$$\bar{\theta}_{jk}(t, \omega_0) = \tan^{-1}[Q_{jk}(t, \omega_0) / C_{jk}(t, \omega_0)] \dots\dots\dots (50)$$

$$C_{jk}(t, \omega_0) = \frac{2h_0\omega_0^3}{\pi} [\overline{y_j(t)y_k(t)} + \overline{\dot{y}_j(t)\dot{y}_k(t)} / \omega_0^2] \dots\dots\dots (51)$$

$$Q_{jk}(t, \omega_0) = \frac{2h_0\omega_0^3}{\pi} [\overline{\dot{y}_j(t)y_k(t)} / \omega_0 - \overline{y_j(t)\dot{y}_k(t)} / \omega_0] \dots\dots\dots (52)$$

式(49)より、位相差の平均 $\bar{\theta}_{jk}(t, \omega_0)$ は波の時間ずれに関係し、その変動成分 $\Delta\theta_{jk}(t, \omega_0)$ は相互スペクトルの絶対値に関係することがわかる。式(45)、(46)に $\bar{\theta}_{jk}(t, \omega_0)$ を用いると、時刻 t における平均的な位相遅れ時間 $\bar{t}_{pjk}(t, \omega_0)$ と群遅れ時間 $\bar{t}_{gjk}(t, \omega_0)$ が次のように得られる。

$$\bar{t}_{pjk}(t, \omega_0) = -\bar{\theta}_{jk}(t, \omega_0) / \omega_0 \dots\dots\dots (53)$$

$$\bar{t}_{gjk}(t, \omega_0) = -\partial\bar{\theta}_{jk}(t, \omega_0) / \partial\omega_0 \dots\dots\dots (54)$$

以上により、非定常相互スペクトルの位相差が、 $x_j(t)$ と $x_k(t)$ に含まれる ω_0 成分の時刻 t における時間ずれに密接に関係することがわかる。

以下では、式(50)～(54)を用いて数値計算を行い、空間相関を有する地震動の位相差の特性を検討する。本節の解析では、台湾の SMART-1 アレー観測より得られた event 5 の地震記録を用いる¹⁷⁾。SMART-1 は台湾の Lotung に設置されたアレー観測網であり、中心を C00 とする3つの同心円（内側 I、中間 M、外側 O）から成り立っている。Fig. 3 に示すように、このアレーは1つの円周上に12個の地震計を有しており、円の半径はそれぞれ 200m, 1km, 2km である。本研究では、event 5 の震央の向きが南南東にあるため、アレー記録のうちほぼ震央方向にある O06, M06, I06, および C00 の NS

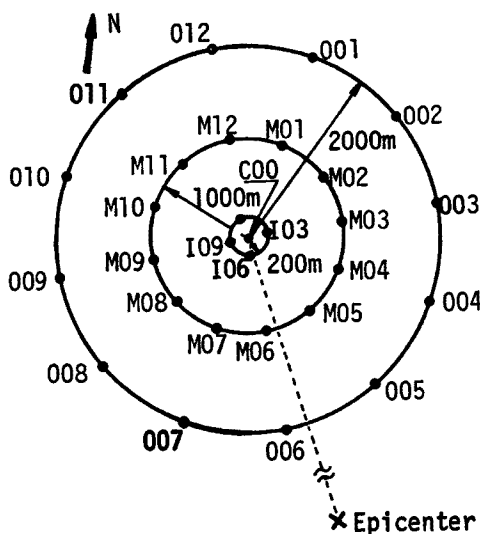


Fig. 3 The SMART-1 Array.

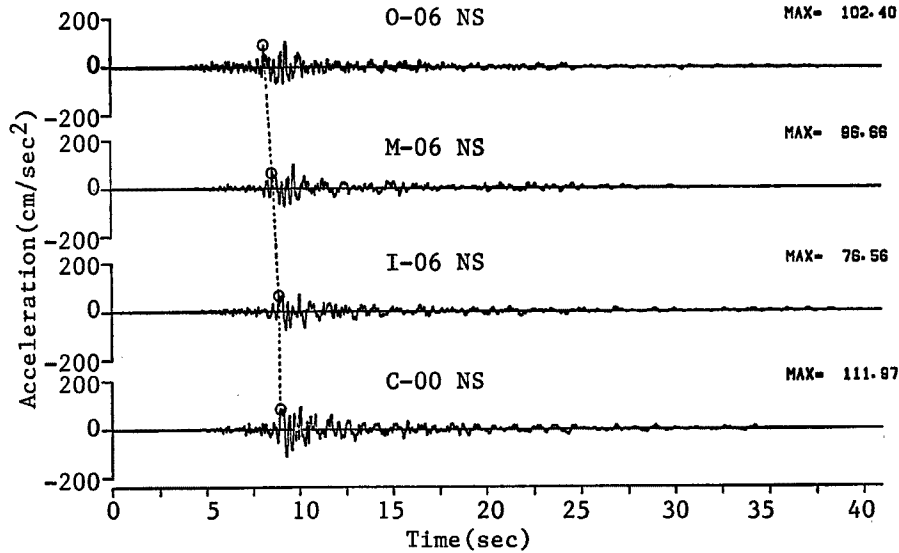


Fig. 4 Time History of SMART-1 Array Accelerograms.

成分を用いた。Fig. 4 は、これら記録の時刻歴を同一のタイムベースで示したものである。以下では、次の3つのケースについて位相差を算定した。

(a) O06 と C00, (b) M06 と C00, (c) I06 と C00

紙面の都合で省略するが、予備計算において非定常パワースペクトルを求めた結果、これら記録の非定常パワーが時間領域では 10sec 前後、振動数領域では 1Hz 付近で卓越すること、またこれら地震動は振幅の非定常性は強いがスペクトルの非定常性は弱い地震動であることがわかった。数値計算結果は、位相差 $\bar{\theta}_{jk}(t, \omega_0)$ と群遅れ時間 $\bar{t}_{gjk}(t, \omega_0)$ について示し、位相遅れ時間 $\bar{t}_{pjk}(t, \omega_0)$ については示さなかった。これは、 $\bar{t}_{pjk}(t, \omega_0)$ が $\bar{\theta}_{jk}(t, \omega_0)$ から直接得られるからである。群遅れ時間 $\bar{t}_{gjk}(t, \omega_0)$ は次式の数値微分から算出した。

$$\bar{t}_{gjk}(t, \omega_0) = -\frac{\bar{\theta}_{jk}(t, \omega_0 + \Delta\omega_0) - \bar{\theta}_{jk}(t, \omega_0 - \Delta\omega_0)}{2\Delta\omega_0} \quad (55)$$

非定常相互スペクトルの解析で注目する振動数を求めるために、予め定常理論による相互スペクトルを算出した。Fig. 5 は、前述の各記録の定常相互スペクトルを示したものであり、横軸は振動数である。これらの図の低振動数側のピークとトラフに対応する振動数 (1.2Hz と 1.5Hz) を解析の対象とした。また、位相差が低振動数側で比較的安定することから、1Hz 以下の振動数領域のいくつかの点 (0.4, 0.5, 0.6, 0.8, 1.0 Hz) についても非定常な位相差を求めた。紙面の都合で解析結果のすべてを載せることはできないので、以下では代表的な例について述べる。

Fig. 6 は、O06 と C00 の 0.4, 0.5, 0.8, 1.2, 1.5Hz 成分の非定常相互スペクトルの絶対値 $|G_{jk}(t, \omega_0)|$ および位相差 $\bar{\theta}_{jk}(t, \omega_0)$ を示したものである。Fig. 7 には、O06 と C00, M06 と C00, および I06 と C00 の 1.2Hz 成分について、Fig. 6 と同様の図を示した。また、Figs. 8 および 9 には、O06 と C00, および M06 と C00 の 0.5Hz および 1.2Hz 成分の群遅れ時間 $\bar{t}_{gjk}(t, \omega_0)$ を $|G_{jk}(t, \omega_0)|$ とともに示した。以上の図において、横軸は時間 (sec)、縦軸はそれぞれの対応する値である。これらの図より以下のことがわかる。

(1) $|G_{jk}(t, \omega_0)|$ が大きい時間帯においては、 $\bar{\theta}_{jk}(t, \omega_0)$ は比較的安定しており、ほぼ一定値をとる。Figs 6 および 7 には、この一定値を目視により求め、 $\bar{\theta}_{jk}(t, \omega_0)$ の図中に点線で示した。ただし、Fig. 6 の 1.5Hz 成分については、 -2π を適宜加えた。Fig. 6 より、 $\bar{\theta}_{jk}(t, \omega_0)$ が ω_0 にほぼ比例して増加することがわかる。式(53)より位相遅れ時間 $\bar{t}_{pjk}(t, \omega_0) = -\bar{\theta}_{jk}(t, \omega_0)/\omega_0$ を求めると、O06 と C00 の各振動数成分について次

の値が得られた。

振動数 (Hz)	; 0.4	0.5	0.8	1.2	1.5
$t_{pjk}(t, \omega_0)$ (sec)	; 1.00	0.85	0.88	0.75	0.65

これらの値は後述の波形包絡線の遅れ時間 (O06 と C00 で 0.81 sec) とほぼ一致している。このことより、式(53)から得られる $\bar{i}_{pjk}(t, \omega_0)$ が地震波の位相遅れ時間の妥当な値を与えることがわかる。

(2) O06 と C00, M06 と C00, および I06 と C00 の $|G_{jk}(t, \omega_0)|$ が大きい時間帯における 1.2Hz 成分の $\bar{\theta}_{jk}(t, \omega_0)$ (Fig. 7 参照) を用いて、式(53)より位相遅れ時間を求めると次のようになる。

O06 と C00 ; 0.75 sec

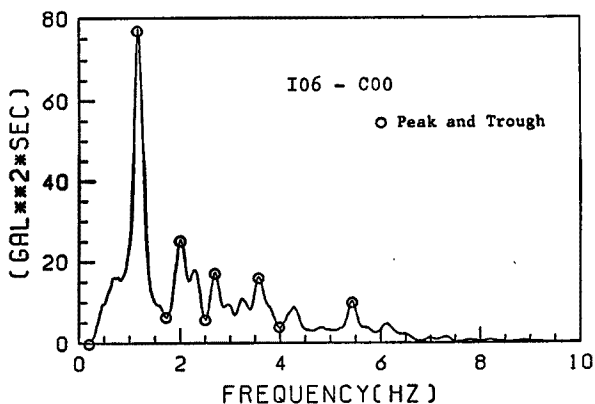
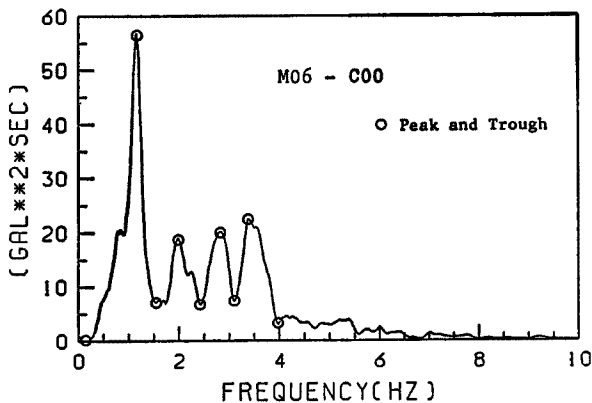
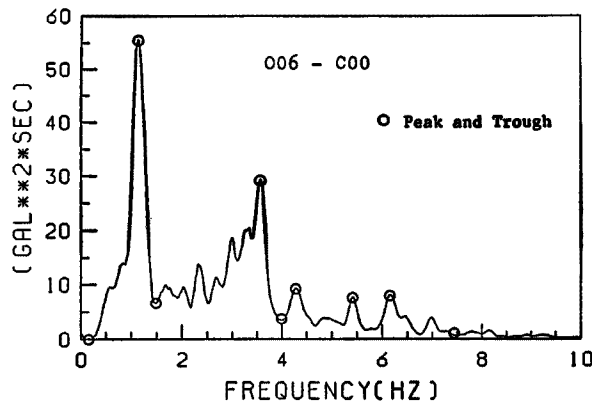


Fig. 5 Stationary Cross Spectra of SMART-1 Array Accelerograms.

M06 と C00 ; 0.30 sec

I06 と C00 ; 0.05 sec

これらの値は、後述の波形包絡線の遅れ時間 (0.81 sec, 0.37 sec, 0.03 sec) とほぼ一致しており、 $\bar{i}_{pjk}(t, \omega_0)$ が観測点間の距離に比例することがわかる。

(3) 群遅れ時間 $\bar{i}_{gjk}(t, \omega_0)$ (Figs. 8 および 9) は、 $|G_{jk}(t, \omega_0)|$ が大きい時間帯では比較的安定した値を示すが、 $|G_{jk}(t, \omega_0)|$ が小さい時間帯では乱れが大きい。これは、 $\bar{\theta}_{jk}(t, \omega_0)$ の ω_0 に対する変動が $|G_{jk}(t, \omega_0)|$ が小さい時間で大きいことを示している。 $|G_{jk}(t, \omega_0)|$ が最大ピークをとる時刻での $\bar{i}_{gjk}(t, \omega_0)$ を求めると前述の $\bar{i}_{pjk}(t, \omega_0)$ に近い値が得られるが、 $\bar{i}_{gjk}(t, \omega_0)$ は時間に対してかなり変動しており、 $\bar{i}_{pjk}(t, \omega_0)$ に比べて安定性が悪い。

(4) 0.5Hz 成分の $\bar{i}_{gjk}(t, \omega_0)$ (Figs. 8 および 9) はかなり乱れはあるものの、約 14 sec を境にして傾向が異なっている。すなわち、14 sec 以降の $\bar{i}_{gjk}(t, \omega_0)$ は、O06 と C00 で約 7 sec, M06 と C00 で約 5sec であり、 $|G_{jk}(t, \omega_0)|$ のピークに対応する $\bar{i}_{gjk}(t, \omega_0)$ より極端に大きくなっている。これは、0.5Hz 成分の 14 sec 以降に到着する波の伝播速度が強震部のそれに比べて極端に遅いことを示している。観測点間の距離より伝播速度 V と波長 λ の概略値を求めると次のようになる。

O06 と C00 ; $V \approx 300\text{m/sec}$, $\lambda \approx 600\text{m}$

M06 と C00 ; $V \approx 200\text{m/sec}$, $\lambda \approx 400\text{m}$

残念ながら、SMART-1 アレー観測地点の S 波速度の構造はわかっていないので¹⁸⁾、これらの値が 0.5Hz の表面波の群速度を示すという保証はない。しかし、これらの解析結果は、このアレーによる観測記録に含まれる 0.5 Hz 付

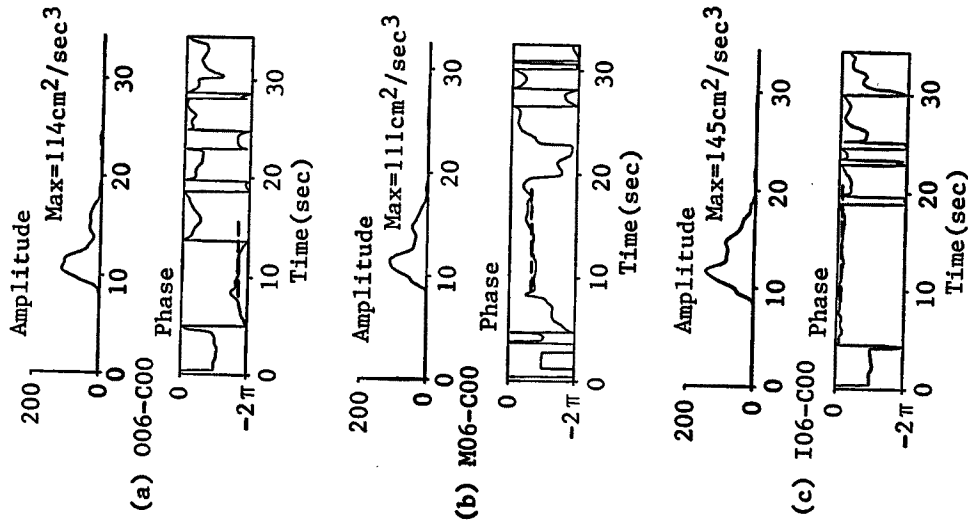


Fig. 7 Amplitude and Phase of Nonstationary Cross Spectra of 1.2Hz Components of SMART-1 array Accelerograms.

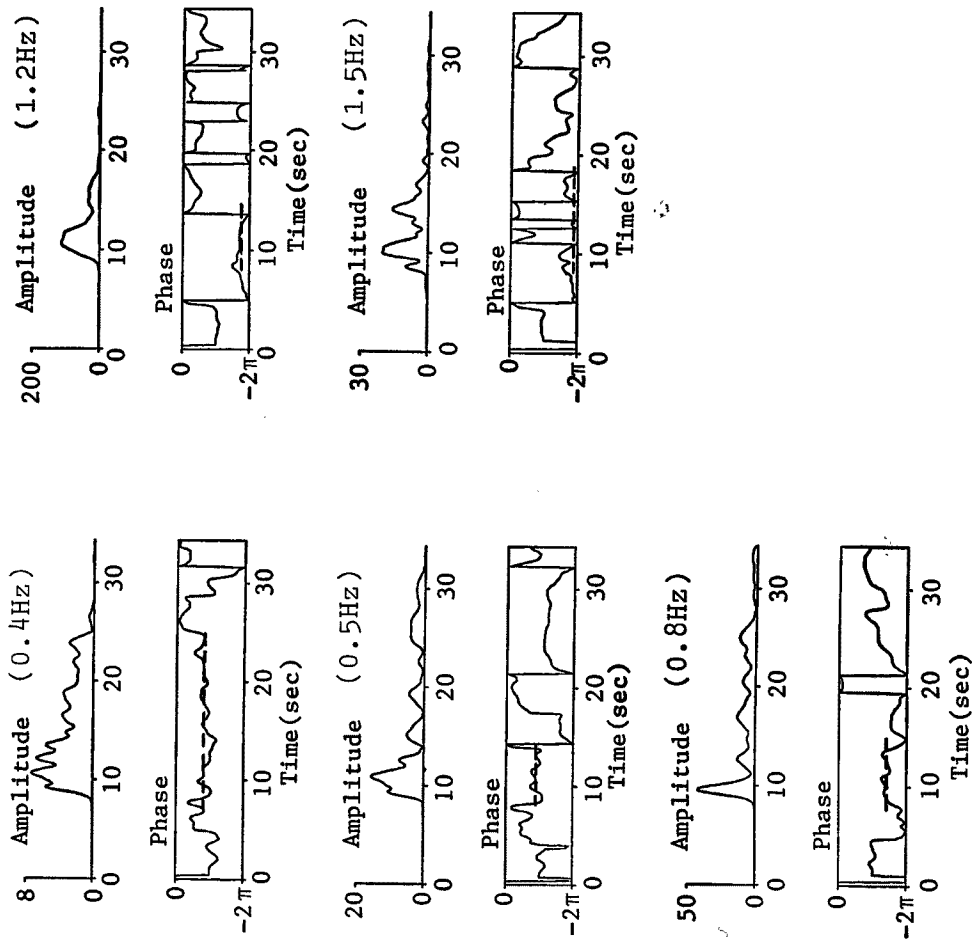


Fig. 6 Amplitude and Phase of Nonstationary Cross Spectra of 006-C00.

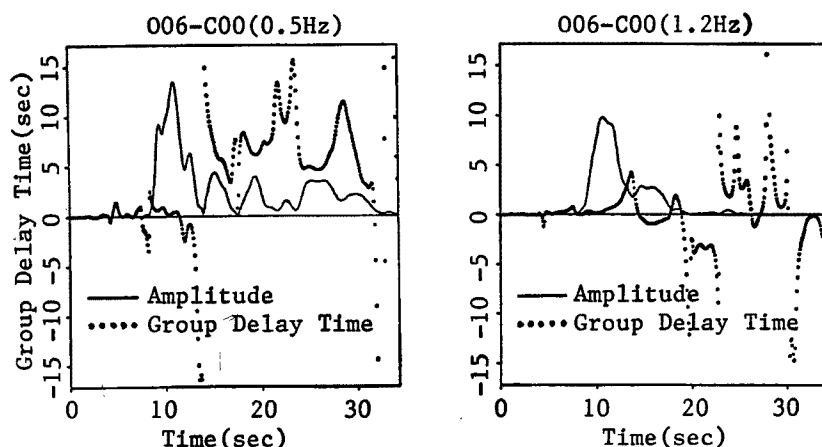


Fig. 8 Group Delay Time and Amplitude of Nonstationary Cross Spectra of O06-C00.

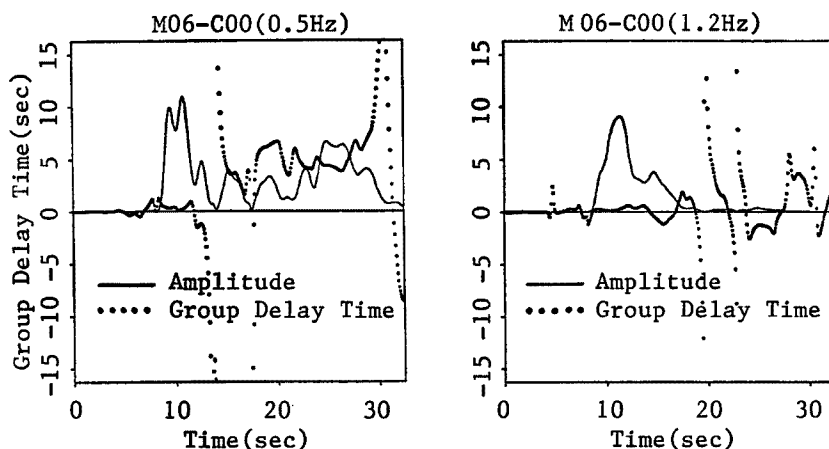


Fig. 9 Group Delay time and Amplitude of Nonstationary Cross Spectra of M06-C00.

近の振動数成分が表面波である可能性を示すといえよう。

以上のように、非定常相互スペクトルの位相差から工学的に有用な情報として、非定常な位相遅れ時間と群遅れ時間が得られることがわかった。従来より2つの地震波間の遅れ時間を算定した研究はいくつか見られるが(たとえば文献19)), それらはおもに定常理論に基づくものである。一般の強震記録のように伝播特性の異なる成分波(たとえば実体波と表面波)が混在する場合には、2つの地震波の狭帯域出力をある時刻で2つに分割して、それぞれの部分波について相互相関解析を行い、ピークに対応する時間より遅れ時間を求めることも行われている²⁰⁾。しかし、分割する時刻については、工学的判断がなされているとはいえ、かなりあいまいさが残る。これに対し、本研究で述べた非定常相互スペクトルの位相差を用いる方法は、理論的に明解であり、波形を分離しなくてもよいという利点がある。

3.2 非定常コヒーレンス

非定常相互スペクトルは、振幅(絶対値)と位相差よりなるが、これら2つは別個の情報を与えるものである。すなわち、振幅は2つの地震動の同一成分の振幅の相関性を、また位相差はそれらの遅れ時間を表している。ところで、相互スペクトルの振幅は、2つの成分波の振幅の相関性を表すが、それを定量的に表すものではない。なぜなら、振幅が大きい時間でも相関性が低い場合もあるし、その逆の場合も考えられるか

らである。これに対しコヒーレンスは物理的意味が明確で相関性を定量的に表しうるという利点がある。

2つの地震動 $x_j(t)$ と $x_k(t)$ の定常コヒーレンスは次式で定義される。

$$coh^2(\omega) = \frac{|G_{jk}(\omega)|^2}{G_j(\omega)G_k(\omega)} \quad (56)$$

ここで、 $G_j(\omega)$ 、 $G_k(\omega)$ はそれぞれ $x_j(t)$ 、 $x_k(t)$ のパワースペクトル、 $G_{jk}(\omega)$ は相互スペクトルである。非定常コヒーレンスは上式の拡張であり、次式で定義される。

$$coh^2(t, \omega_0) = \frac{|G_{jk}(t, \omega_0)|^2}{G_j(t, \omega_0)G_k(t, \omega_0)} \quad (57)$$

ここで、 $G_j(t, \omega_0)$ 、 $G_k(t, \omega_0)$ は ω_0 成分の非定常パワースペクトルであり、式(36)、(37)を用いて次のように表される。

$$G_j(t, \omega_0) = \frac{2h_0\omega_0^3}{\pi} r_j^2(t, \omega_0) \quad (58)$$

$$G_k(t, \omega_0) = \frac{2h_0\omega_0^3}{\pi} r_k^2(t, \omega_0) \quad (59)$$

また、 $|G_{jk}(t, \omega_0)|$ は式(49)より次式で与えられる。

$$|G_{jk}(t, \omega_0)| = \frac{2h_0\omega_0^3}{\pi} \left| r_j(t, \omega_0) r_k(t, \omega_0) \exp[i\Delta\theta_{jk}(t, \omega_0)] \right| \quad (60)$$

ここで、 $\Delta\theta_{jk}(t, \omega_0)$ は平均値0のランダムな位相角である。ところで、定常理論によるコヒーレンスの算出法には次のような問題点がある。すなわち、2つの地震動の間に時間ずれが存在する場合には、コヒーレンスが過小評価されるという点である²¹⁾。したがって、2つの地震動の間に時間ずれがある場合には、それを予め補正した後コヒーレンスを計算する必要がある。本研究の非定常コヒーレンスにおいても、2つの波形間の時間ずれを補正した後コヒーレンスを求めることにする。時間ずれの補正は以下のようにする。まず、式(60)の $|G_{jk}(t, \omega_0)|$ が2つの成分波の包絡線 $r_j(t, \omega_0)$ 、 $r_k(t, \omega_0)$ と位相の乱れ $\Delta\theta_{jk}(t, \omega_0)$ の項より表されることから、 $r_j(t, \omega_0)$ と $r_k(t, \omega_0)$ の遅れ時間、すなわち群遅れ時間 $\bar{t}_{gjk}(t, \omega_0)$ に注目する。 $\bar{t}_{gjk}(t, \omega_0)$ は式(54)より求められる。以下では、式の表示を簡単にするため $t_{gr} = \bar{t}_{gjk}(t, \omega_0)$ で表す。この t_{gr} を用いて $r_k(t, \omega_0)$ に時間ずれの補正を施すと式(60)は次のようになる。

$$|G_{jk}(t, \omega_0)| = \frac{2h_0\omega_0^3}{\pi} \left| r_j(t, \omega_0) r_k(t+t_{gr}, \omega_0) \exp[i\Delta\theta_{jk} + i\omega_0 t_{gr}] \right| \quad (61)$$

ただし、 $\Delta\theta_{jk} = \Delta\theta_{jk}(t, \omega_0)$ である。ここで、 t_{gr} が時刻 t の近傍ではほぼ一定値をとると仮定すると、 $\exp[i\omega_0 t_{gr}]$ の項は平滑化操作から除去でき、式(61)は次のようになる。

$$|G_{jk}(t, \omega_0)| = \frac{2h_0\omega_0^3}{\pi} \left| r_j(t, \omega_0) r_k(t+t_{gr}, \omega_0) \exp[i\Delta\theta_{jk}] \right| \quad (62)$$

上式は、 $r_j(t)$ と $r_k(t)$ の時間ずれを $t_{gr} = \bar{t}_{gjk}(t, \omega_0)$ だけ補正した後、時間領域で平滑化することを意味する。ところが、 $\bar{t}_{gjk}(t, \omega_0)$ は時間および振動数の関数であるので、式(62)より $|G_{jk}(t, \omega_0)|$ を求めるのは非常に複雑である。そこで、数値解析では、以下に述べるような波形全体の包絡線の遅れ時間 $\bar{t}_{gr}$ を $\bar{t}_{gjk}(t, \omega_0)$ の代表値として用いて計算を行った。いま、2つの地震波 $x_j(t)$ 、 $x_k(t)$ の包絡線 $e_j(t)$ 、 $e_k(t)$ を $x_j(t)$ 、 $x_k(t)$ の各時刻における rms 振幅値より求める。そして、 $e_j(t)$ と $e_k(t)$ の相互相関解析を行い、相互相関関数がピークをとる時間より $\bar{t}_{gr}$ を求める。このようにして得られた $\bar{t}_{gr}$ をすべての時間および振動数における $\bar{t}_{gjk}(t, \omega_0)$ の代表値とする。前述の各記録について $\bar{t}_{gr}$ を示すと次のようになる。

O06 と C00 ; 0.81 sec

M06 と C00 ; 0.37 sec

I06 と C00 ; 0.03 sec

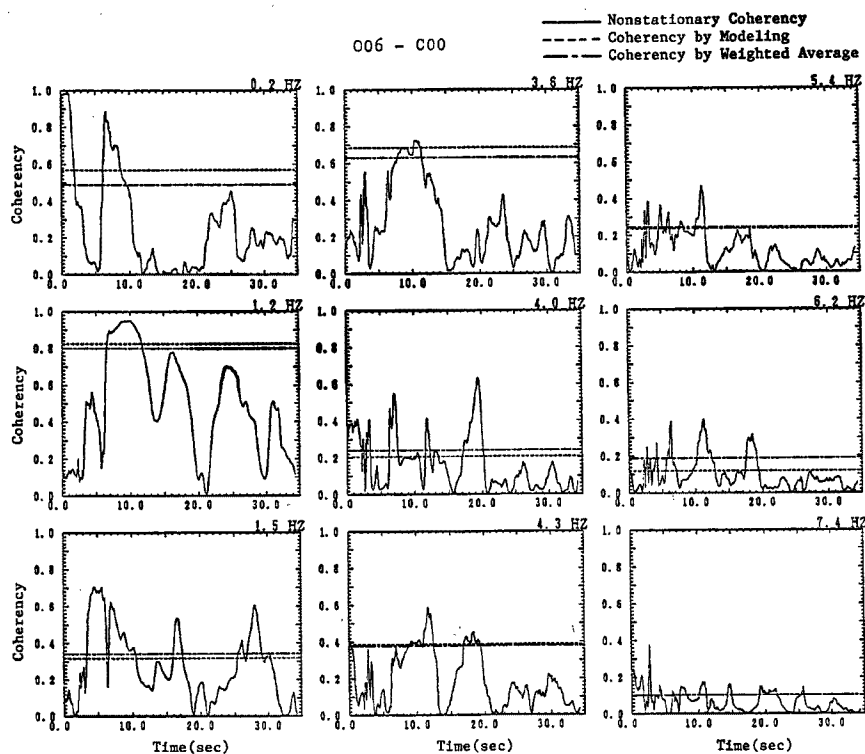


Fig. 10 Nonstationary Coherency and Representative Values by Modeling and Weighted Average (006-C00).

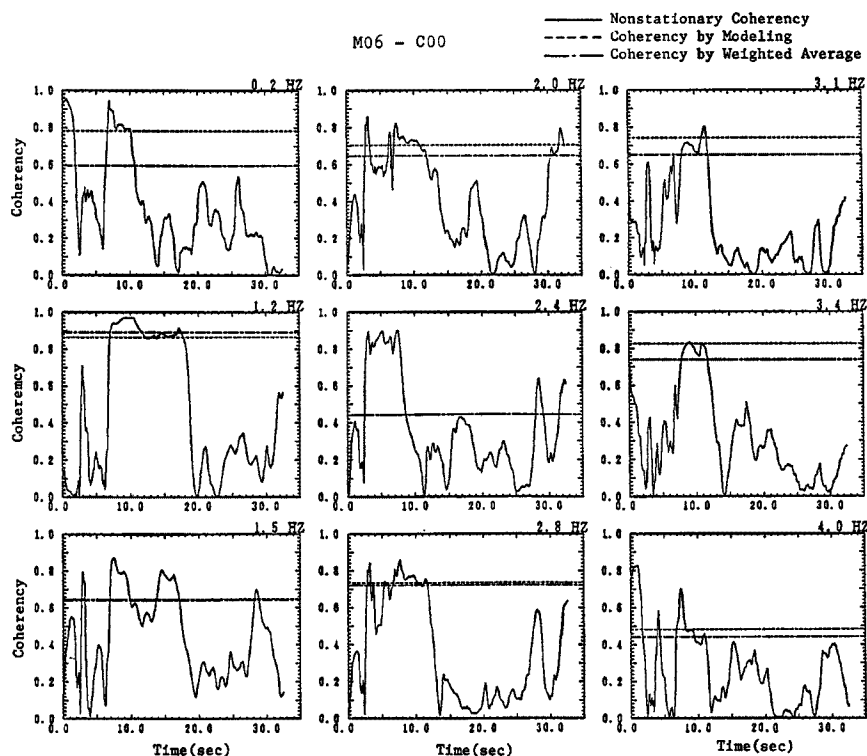


Fig. 11 Nonstationary Coherency and Representative Values by Modeling and Weighted Average (M06-C00).

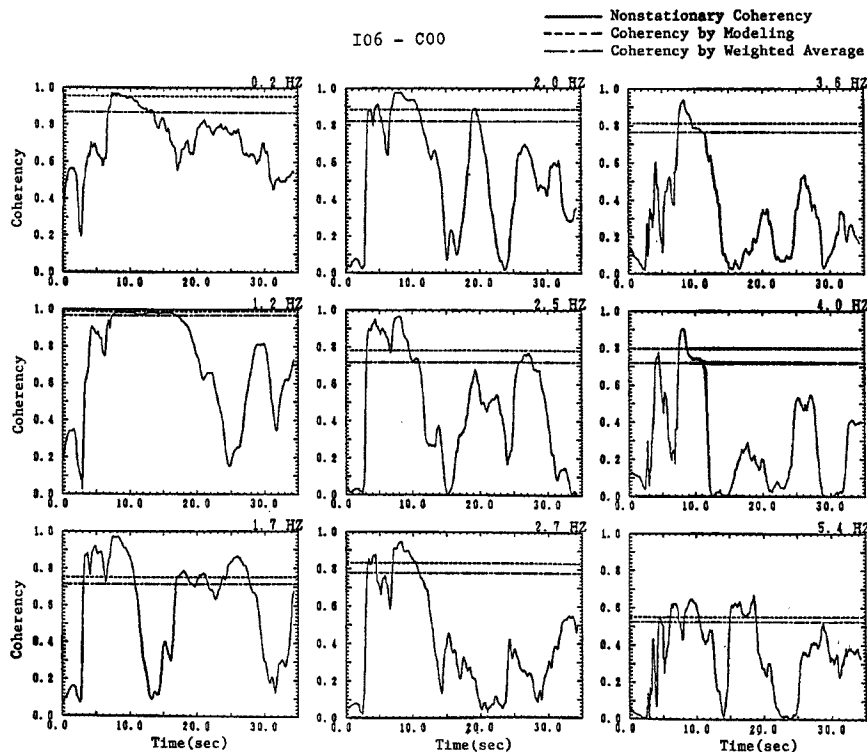


Fig. 12 Nonstationary Coherency and Representative Values by Modeling and Weighted Average (I06-C00).

以下では、時間ずれの補正を行った場合のコヒーレンスの計算結果について述べる。Figs. 10～12 は、前述の記録について、いくつかの振動数成分の非定常コヒーレンスを求め図示したものであり、横軸は時間である。対象にした振動数は、Fig. 5 の定常相互スペクトルがピークおよびトラフをとる振動数である。なお、図中の点線と一点鎖線は後述するコヒーレンスの代表値である。これらの図より以下のことがわかる。

- (1) コヒーレンスは、全般的に低振動数成分ほど大きく、高振動数成分では小さくなる。
- (2) 2 地点間の距離が大きいほどコヒーレンスは小さくなる傾向が見られる。とくに、1.2Hz 成分の波形強震部 (8～14 sec) においてこの傾向が顕著に現れている。
- (3) 定常相互スペクトル (Fig. 5) の最大ピークに対応する 1.2Hz 成分では、波形強震部でコヒーレンスが高い。また、コヒーレンスが高い時間帯は、2 地点間の距離が短い程長くなっている。

以上の結果のうち、(1)および(2)は従来の定常解析による研究^{2)~4)}で指摘されたこと、すなわちコヒーレンスは 2 地点間の距離および振動数の増大とともに低下するという事実と一致する。また、(3)は経験的に理解できる結果である。以上、非定常コヒーレンスの解析から定性的に妥当な結果が得られた。

3.3 非定常コヒーレンスと定常コヒーレンスの比較

長大構造物の耐震設計の入力として、非定常な相関性を有する地震動を考慮するためには、コヒーレンスを何らかの形でモデル化する必要がある。しかし、非定常コヒーレンスは振動数と時間の関数であるため、これをそのままモデル化すると非常に複雑になる。ここでは、コヒーレンスをモデル化するための基礎資料を得ることを目的として、各振動数成分の非定常コヒーレンスの代表値を求め、定常理論によるコヒーレンスと比較することにより本解析法の妥当性を検討する。非定常コヒーレンスの代表値として次の 2 つを考えた。

- (1) 非定常パワースペクトルおよび相互スペクトル振幅が最大ピークをとる時刻におけるコヒーレンスを

ω_0 成分の代表値とする方法。

この方法では、まず ω_0 成分の非定常パワースペクトルおよび相互スペクトル振幅を3つのパラメータ、すなわち最大値を与える強度パラメータ $\alpha_m(\omega_0)$ 、立ち上り時刻を与える時間パラメータ $t_s(\omega_0)$ 、および $t_s(\omega_0)$ から最大値までの時間パラメータ $t_p(\omega_0)$ を用いて次式により表す⁷⁾。

$$\sqrt{G}(t, \omega_0) = \begin{cases} 0 & ; 0 \leq t \leq t_s \\ \frac{\alpha_m(\omega_0) \{t - t_s(\omega_0)\}}{t_p(\omega_0)} \exp\left[1 - \frac{t - t_s(\omega_0)}{t_p(\omega_0)}\right] & ; t_s \leq t \end{cases} \quad \dots\dots\dots (63)$$

ただし、 $t_s(\omega_0)$ と $t_p(\omega_0)$ は非定常パワースペクトルと相互スペクトルで共通とする。このとき、コヒーレンスは時間によらず一定となり、次式で表される。

$$coh^2(\omega_0) = \frac{\alpha_{mjk}^4(\omega_0)}{\alpha_{mj}^2(\omega_0) \alpha_{mk}^2(\omega_0)} \quad \dots\dots\dots (64)$$

以後、これをモデル化より得られるコヒーレンスと呼ぶ。

(2) 非定常コヒーレンスを非定常相互スペクトル振幅で重み付けして得られる値を代表値とする方法。

この方法は、次式により ω_0 成分のコヒーレンスの代表値を求めるものである。

$$\overline{coh^2}(\omega_0) = \frac{\int_0^T coh^2(t, \omega_0) |G_{jk}(t, \omega_0)| dt}{\int_0^T |G_{jk}(t, \omega_0)| dt} \quad \dots\dots\dots (65)$$

ここで、 T は継続時間であり、 $coh^2(t, \omega_0)$ は非定常コヒーレンス、また $|G_{jk}(t, \omega_0)|$ は非定常相互スペクトル振幅である。前述のモデル化より得られるコヒーレンスがスペクトルの最大値のみに注目したのに対し、上式で定義される代表値は、スペクトルの大きさと継続時間を考慮しているという点で、情報量が多いといえる。以後、これを重み付平均によるコヒーレンスと呼ぶ。

前述の非定常コヒーレンス (Figs. 10~12) の図中には、これらコヒーレンスの代表値 (点線はモデル化より得られるコヒーレンス、一点鎖線は重み付平均によるコヒーレンス) が示されている。これらの図によると、定常相互スペクトル (Fig. 5 参照) が最大ピークをとる 1.2Hz 成分の数 sec~10 数 sec の時間帯では、2つの代表値とも非定常コヒーレンスとほぼ一致する値になっている。したがって、これらの代表値は、卓越する振動数成分の波形強震部におけるコヒーレンスとほぼ一致するといえる。

つぎに、以上の2つの代表値を定常理論によるコヒーレンスと比較することにより、非定常コヒーレンスの妥当性を検討する。ただし、定常コヒーレンスを求める際のスペクトルの平滑化バンド幅は、マルチフィルターの等価帯域幅と同じ値とし、振動数に比例してバンド幅を増加させた。Fig. 13 には、M06 と C00 について、定常理論によるコヒーレンス、モデル化より得られるコヒーレンス、および重み付平均によるコヒーレンスを図示した。図において横軸は振動数である。図より、非定常コヒーレンスの代表値が定常理論によるコヒーレンスと類似の形状になることがわかる。

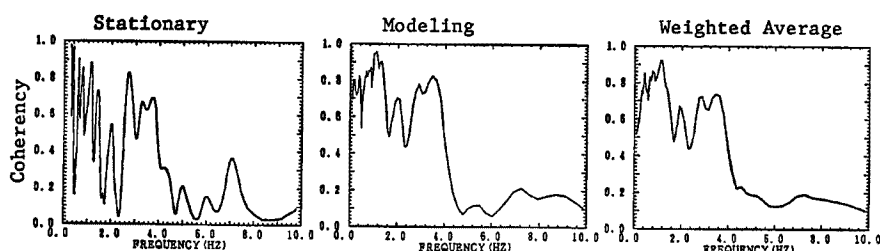


Fig. 13 Comparison of Stationary Coherency with Coherencies by Modeling and Weighted Average.

このように、非定常コヒーレンスの代表値が定常コヒーレンスとほぼ一致することから、多地点地震動の相互相関性を考える場合には定常理論で十分であると考えるのは短絡的である。なぜなら、Figs. 10~12に見られるように、非定常相互スペクトルには振動数と時間領域の情報が含まれるからである。すなわち、どの振動数成分がどの時間帯において高い相関性を有するのかという情報が含まれている。このような情報を踏まえたうえで定常コヒーレンスを用いて多次元地震動をモデル化することは有用であると考ええる。

4. 結 言

本研究では、従来より提案されている非定常パワースペクトル解析法¹⁾を相互スペクトルの問題に拡張して定式化し、それを実地震動記録に適用して本方法の妥当性を確かめた。とくに、非定常相互スペクトルから得られる2つの情報、すなわち位相差とコヒーレンスの物理的意味について考え、数値計算より若干の考察を加えた。得られた結果を要約すると以下ようになる。

- (1) 線形1自由度系をマルチフィルターとして用いる方法により、多次元・多地点地震動の非定常相互スペクトルを効率よく求めることができる。
- (2) 本方法による解析結果には、フィルターの減衰定数 h_0 と時間領域の平滑化パラメータ T_s が影響を及ぼす。これらパラメータの値としては、 $h_0=0.05\sim0.2$ 、 $T_s=0.5\sim2.0$ sec 程度が適当である。
- (3) 非定常相互スペクトルの位相差から各振動数の平均的な位相遅れ時間と群遅れ時間が得られる。これらの遅れ時間はコヒーレンスの算定から除外される。
- (4) 非定常コヒーレンスは、どの振動数成分がどの時間帯でどの程度の相関性を有するかを示すもので、非定常な相関性に関する有用な情報を与える。
- (5) 非定常コヒーレンスの代表値は定常理論によるコヒーレンスとほぼ一致する。

以上のことから、本研究で提示したマルチフィルターによる非定常相互スペクトル解析法が多次元・多地点地震動の相互相関性の解析に有用であることがわかった。しかし、本研究では、非定常相互スペクトルのモデル化については述べなかった。長大構造物の耐震設計の入力として多地点地震動を考える場合には、非定常相互スペクトルを何らかの形でモデル化することが必要である。この問題については現在検討中である。

謝 辞

本研究で使用した地震記録のうち八戸の記録は港湾技研より公表されたデータに文献15)の補正を施したものである。また、SMART-1 アレー記録は台湾・national central 大学の Dr Loh に提供していただいた。記して謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 亀田弘行：強震地震動の非定常パワースペクトル算出法に関する一考察，土木学会論文報告集，第235号，1975，pp. 55~62.
- 2) Loh, C-H.; Analysis of the Spatial Variation of Seismic Waves and Ground Movements from SMART-1 Array Data, Earthq. Engr. Struct. Dyn., Vol. 13, 1985, pp. 561-581.
- 3) Loh, C-H. and Y-L. Chan; Probabilistic Modeling of Spatial Variation of Seismic Waves with Application of Lifeline Earthquake Engineering, Proc. of CCNAA-AIT, Taiwan, 1984, pp. 164-181.
- 4) Harichandran, R. S. and E. H. Vanmarcke; Stochastic Variation of Earthquake Ground Motion in Space and Time, ASCE, Vol. 112, EM2, 1986, pp. 154-174.
- 5) 原田隆典・高本智博・堤 一・赤木正見：アレー観測記録による地震動の空間的変動特性の解析に

- ついて、土木学会第40回年次学術講演会講演概要集、第I部、1985、pp. 809-810.
- 6) Loh, C-H. and Kameda; Simulation of Spatial Variation of Nonstationary Seismic Waves, Proc. of CCNAA-AIT, Taiwan, 1984, pp. 321-336.
 - 7) Kameda, H., M. Sugito, and T. Asamura; Simulated Earthquake Motions Scaled for Magnitude, Distance and Local Soil Conditions, 7th WCEE, Vol. 2, 1980, pp. 295-302.
 - 8) 星谷勝：多次元非定常確率過程の相互スペクトルとシミュレーション理論，土木学会論文報告集，第253号，1976，pp. 29-35.
 - 9) 星谷勝・磯山龍二：多次元非定常確率過程による地震動シミュレーション，土木学会論文報告集，第269号，1978，pp. 41-52.
 - 10) Mark, W. D.; Spectral Analysis of the Convolution and Filtering of Nonstationary Stochastic Processes, Jour. of Sound and Vibr., Vol. 11, No. 1, 1970, pp. 19-63.
 - 11) ベンダット・ピアソル，得丸他訳；ランダムデータの統計的处理，培風館，1977，pp. 133-164.
 - 12) 日野幹雄：スペクトル解析，朝倉書店，1978，pp. 52-66.
 - 13) 大崎順彦：地震動のスペクトル解析入門，鹿島出版会，1977，pp. 138-169.
 - 14) 運輸省港湾技術研究所：港湾地域強震観測年報，港湾技研，1978.
 - 15) 後藤尚男・亀田弘行・杉戸真太・今西直人：ディジタルフィルタによる SMAC-B2 型加速度計記録の補正について，土木学会論文報告集，第277号，1978，pp. 57-70.
 - 16) パボリス，大槻喬他訳：応用フーリエ積分，オーム社，1977，pp. 146-175.
 - 17) Bolt, B. A., C-H. Loh, J. Penzien, Y. B. Tsai, and Y. T. Yeh; Preliminary Report on the SMART-1 Array in Taiwan, Report No. UCB/EERC-82/13, 1982, pp. 1-11.
 - 18) Abrahamson, N. A.; Estimation of Seismic Wave Coherency and Rupture Velocity Using the SMART-1 Strong-Motion Array Recordings, Report No. UCB/EERC-85/02, 1985, pp. 7-24.
 - 19) 土岐憲三：強震加速度記録による位相速度の検出，第4回日本地震工学シンポジウム講演集，1975，pp. 265-271.
 - 20) 嶋田剛・阿部健一・粕田金一・神山真・柳沢栄一：高密度アレー観測記録による位相速度の考察，第7回日本地震工学シンポジウム，1986，pp. 475-480.
 - 21) 川上英二・佐藤靖彦：コヒーレンスの性質および算定方法に関する一考察，構造工学論文集，Vol. 32A, 1986, pp. 749-762.
 - 22) Kameda, H. and T. Sawada; Nonstationary Cross Spectrum of Earthquake Motions by Multi-filter Technique, Proc. of 7th JEES, 1986, pp. 391-396.