

超流動ヘリウムにおける量子渦の運動

東北大流体研

坪田 誠

1. はじめに

本研究の主眼は線欠陥の相互作用運動を理解することにある。線欠陥は、超流動ヘリウムの量子渦の他、第2種超伝導体混合状態の磁束量子、結晶中の転位 (Dislocation)、液晶中の回位 (Disclination)、磁性体の Bloch 線、宇宙論の Cosmic string など、物理の様々な分野に登場し、その物性、臨界現象、パターン形成などに重要な役割をはたしている。そして、それらの中には、類似した現象、共通の問題意識も少なくない。ここでは、超流動ヘリウム（超流動 ^4He 、またはヘリウム II）中の量子渦をとりあげ、その様々な挙動を調べる。

言うまでもなく、超流動とは液体の粘性がなくなった状態である。この超流動の液体をある臨界流速を越えて流すと、乱流状態に遷移しエネルギー散逸を発生して、超流動性が破壊される。昔、Landau は有名な素励起の分散曲線からロトン励起に対応する臨界流速を導いた。しかし、実験で観測される臨界速度は、これよりもはるかに低く、Landau 理論のような internal mechanism ではなく、流体と管壁との相互作用という external mechanism で決まる事が現在ではわかっている。一方、通常の粘性流体の乱流遷移では粘性により生じる境界層が重要な役割をはたしている事が知られているが、では理想流体であるはずの超流動が乱流になるとはどう理解すればよいのだろうか。

超流動ヘリウムの乱流遷移の機構は未だによくわからない。しかし、この現象において量子渦という線欠陥が重要な役割を担っている事には疑問の余地がない。⁽¹⁾ ここでは筆者が最近行っている量子渦の相互作用運動の研究を紹介する。

2. 量子渦

液体ヘリウムの超流動転移は、本質的には、 ^4He 原子のボーズ-アインシュタイン凝縮である。そしてそれを流体力学的に現象論化したものが2流体モデルである。このモデルでは、超流動ヘリウムは、非粘性の超流体（密度 ρ_s 、速度場 $\mathbf{v}_s$ ）と、粘性を持つ常流体（密度 ρ_n 、速度場 $\mathbf{v}_n$ ）の混合物として記述される。この2流体モデルは超流動ヘリウムの特徴的現象をよく説明できるが、超流動乱流の記述には必ずしも有効ではない。超流動乱流状態は量子渦が密に絡まった状態である事がわかっている。量子渦は超流体 $\mathbf{v}_s$ の渦であり、その循環 κ は、ボーズ凝縮系を記述する巨視的波動関数が空間座標の一価関数であるという要請から、 $\kappa = nh/m_4$ (n は整数) と量子化される。この渦の性質は、実験により詳しく調べられており、循環は $n=1$ に対応する h/m_4 であり、渦芯の半径は $1\text{\AA}$ 程度である事がわかっている（とは言うものの、原子1個程度の渦芯を想像できますか？私は、できない）。

このような性質を持った量子渦を直接実験で観測する事は困難である。また、その運動を理論的

に解析するにしても、とんでもない非線形・非局所的方程式を扱わねばならない。両者のギャップを埋めたのは、「計算物理」である。計算機の発達により量子渦の3次元運動の直接計算が可能になり、その興味深い挙動が明らかにされるようになった。^{(2),(3)} 量子渦の運動方程式、および数値計算方法については文献(1)を参照していただきたい。本計算で強調しておきたいのは、扱う運動方程式は流体力学の枠内においては exact であるということである。すなわち、その相互作用も、次節で述べるピンニング力にしても、現象論的取扱いは行っていない。

3. 量子渦のピンニング^{(4),(5)}

先に述べたように、超流動乱流を理解する上で、量子渦の壁近傍での挙動を理解する事は重要である。原子サイズの芯を持った量子渦からみれば、いかなる平面も平滑ではありえない。そのため、壁近傍の運動を調べる事は、量子渦のピンニングを調べる事に直結する。

平面上に1個の半球上突起（ピンニング・サイト）があるとしよう。近傍の1本の渦は、渦と常流体（素励起）との相互摩擦力により突起に引き込まれ、その上を駆け登り、突起の頂上に直立して終わる（これが平衡状態）。ところが、現実の系では他の渦も存在し、渦間の相互作用+ピンニング力のため、非常におもしろいドラマが生まれる。渦は渦度（ $\text{rot } \mathbf{v}_s$ ）に対応する方向を持っていて、近接した2本の渦が平行であるか反平行であるかでその運命が分かれる。

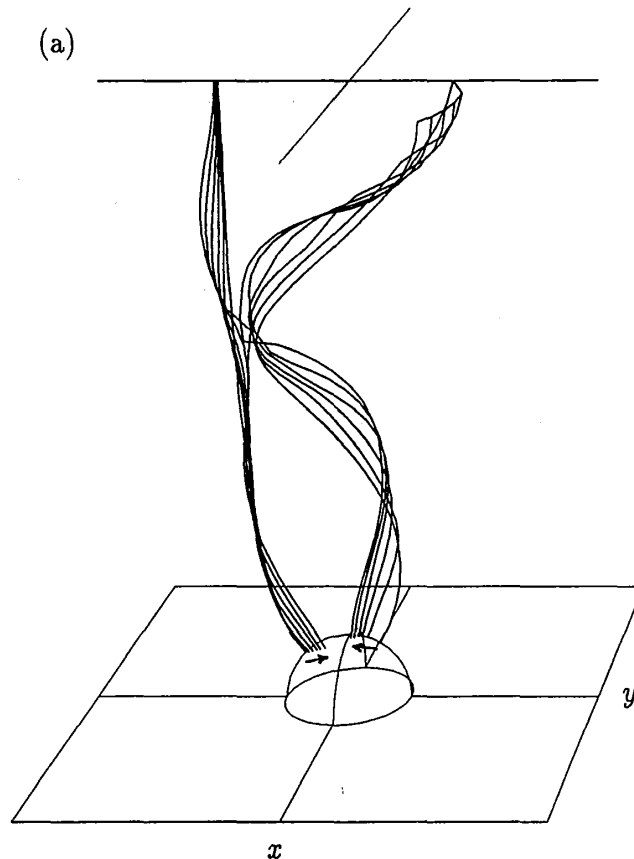


図 1

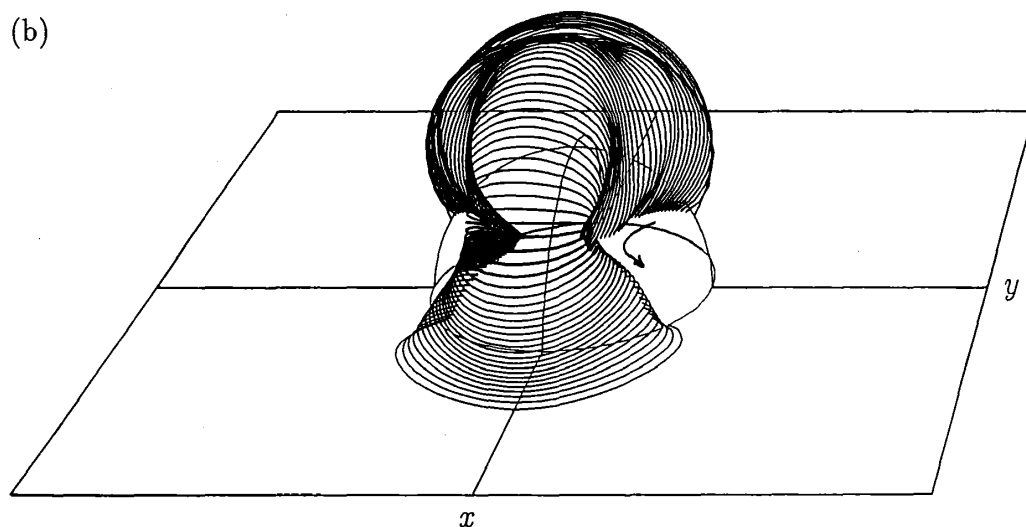


図1

1本の渦Aをpinした突起に、反平行の渦Bが接近してきたとする。少々条件付きだが、渦Bは突起に引き込まれ、突起上で reconnection (再結合、つなぎかえ) を起こす (図1 (a))。その後、上の渦は自己誘導速度のためどこかに飛んで行ってしまう。一方、下の渦はやはり突起から離脱する (図1 (b))。反平行の渦の、トポロジカルに異なる種々のプロセスを調べたが (図2)、いずれにしろ2本の渦は突起から離脱し、「そして誰もいなくなった」となる。

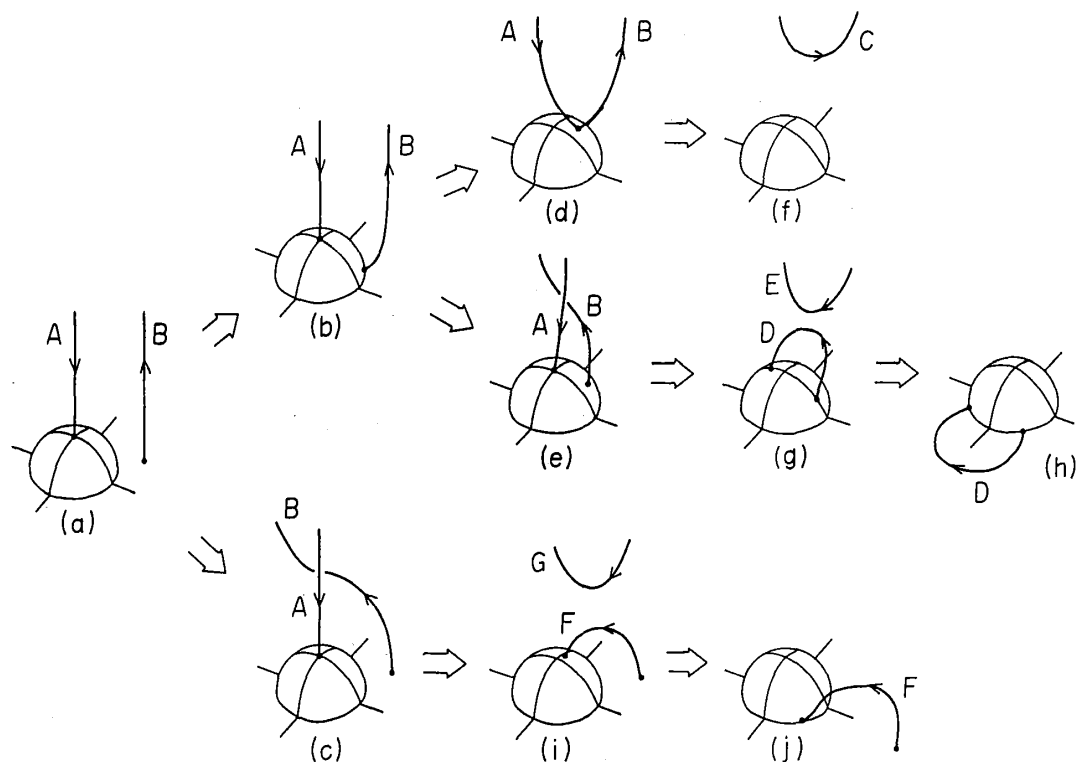


図2

2本の渦が平行の場合には、両者はreconnectionを起こさないで、突起上にたまる(図3)。即ち、両者は突起上で相互作用による回転運動を行いつつも、相互摩擦力のため減衰し、やがては両者向かい合って角を突き合わせた状態で静止する。では、突起は何本まで渦をpinできるのだろうか。3本、4本、5本の渦は2本の場合と定性的に同じ挙動を示すが、6本になるとその内の1本は突起から押し出されてしまう(図4)。結局、管径を D 、突起の半径を b とすると、 $D \gg b \gg a_0$ という条件の下で(この条件は通常の実験では満たされている)、突起の最大容量は5本であり、それは突起の半径 b にほとんど依存しない。

ここで得られた運動を直接実験で観測することは勿論不可能だが、いくつかの表面粗さに関する実験と定性的には符合する。

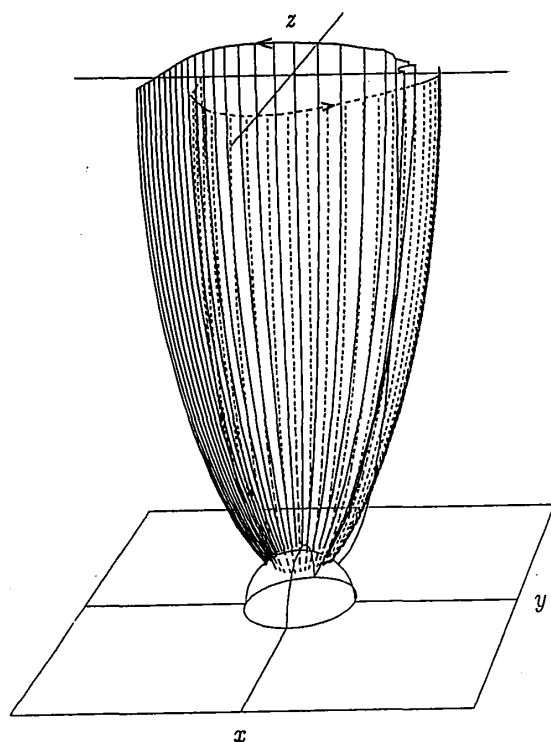


図3

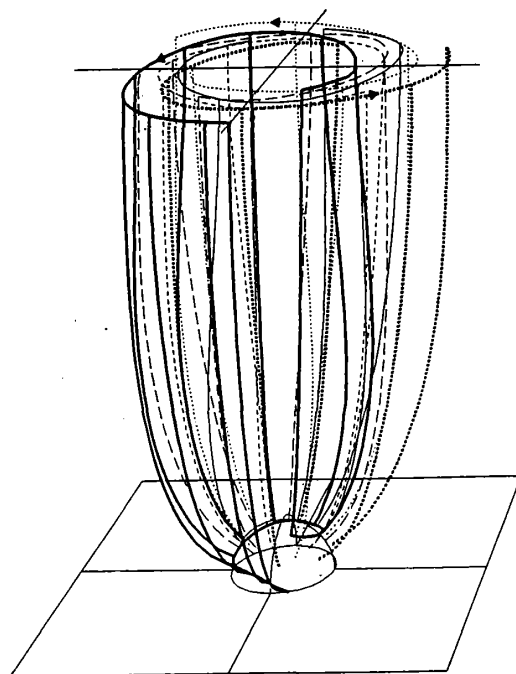


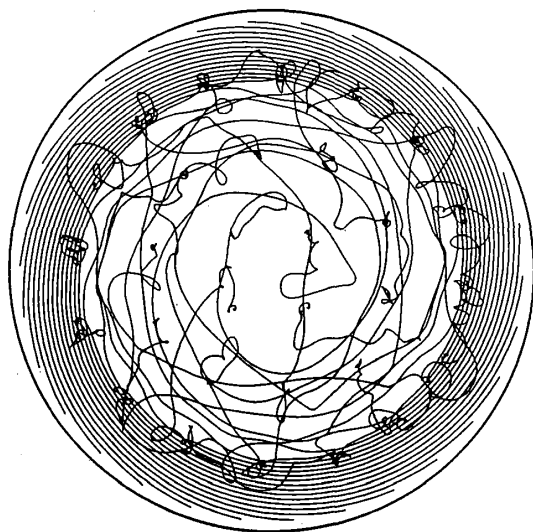
図4

4. 回転超流動における量子渦格子の形成⁽⁶⁾

超流動速度場 $\mathbf{v}_s$ は非粘性のポテンシャル流 ($\text{rot} \mathbf{v}_s = 0$) である。このような超流動ヘリウムを入れた容器を回転させると何が起こるかという問題は、超流動ヘリウムの発見当初から興味深い流体力学の問題とされてきた。その平衡状態に関しては、現在ではわかっており、容器の回転角速度に応じた密度の量子渦が回転軸に平行に立ち、格子を形成する(これは、第2種超伝導体に磁場をかけた混合状態での Abrikosov 格子の形成に対応する現象である)。しかし、その Dynamics の研究は皆無であり、筆者が最近始めた。現在、まず2次元の計算を行っている(3次元の計算コードも開発中だが、これは数値計算上大きな困難を抱えている)。図4に格子

形成過程の一例を示す。円筒容器の壁付近に配置した30本の渦は（何故最初壁近傍から出発するかと言うと、渦は必ず壁から nucleate するから）、回転しながら内に侵入してきて、ある臨界半径に達すると一見 random motion を行いつつも（図5 (a)）、最終的には格子形成の平衡状態に達して終わる（図5 (b)）。この状態は完全な三角格子ではなく、円筒容器の持つ Circular Symmetry のため変形している。現在、格子形成の Dynamics のより詳しい研究を行っている。

(a)



(b)

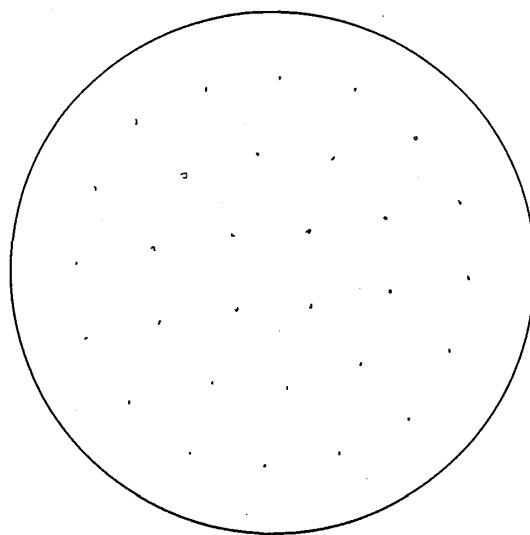


図 5

参考文献

- (1) 坪田誠, 日本物理学会誌, **48** (1993) 198.
- (2) Schwarz, Phys. Rev. B, **31** (1985) 5782; *ibid* **38** (1988) 2398.
- (3) Tsubota and Maekawa, J. Phys. Soc. Jpn., **61** (1992) 2007.
- (4) Tsubota and Maekawa, Phys. Rev. B, **47** (1993) 12040.
- (5) Tsubota, Phys. Rev. B, **50** (1994) 579.
- (6) Tsubota and Yoneda, to be published.