

非線型ランジュバン方程式

阪大・教養 植山 宏

最近の非線型ランジュバン方程式に関する研究^{1)~3)}をまとめて話したいのですが、時間がないので、ごく新しい所だけ簡単にお話します。

Van Kampen の現象式

$$\frac{d}{dt} a_j = \alpha_{1j}(a) \quad (1)$$

に随伴するランジュバン方程式¹⁾

$$\frac{d}{dt} a_j = \alpha_{1j}(a) + R_j(t) \quad (2)$$

について数学的には確率微分 (Doob の意味で) 方程式であり、物理的には Onsager と Machlup の式の非線形系への一般化である事が分っています。²⁾ 残る問題は、① (1) 式が線型の場合の Onsager の現象論の如く、適当なポテンシャルを使って

$$\frac{d}{dt} a_j = \sum_k A_{jk} \frac{\partial}{\partial a_k} S(a) \quad (3)$$

という形になるかどうかという事と、② 伝統的な Boltzmann 方程式、密度行列の方法等と密接な関係にある Master 方程式の立場より導かれた (1), (2) 式が、これらとは多少異質な線型応答理論とどんな関係になるかという事です。

この点に就き興味があるのは Green⁴⁾ と Zwanzig⁵⁾ の理論です。(1) 式と対応させてみますと、この理論は古典力学的系について

$$\alpha_{1j}(a) = \sum_k \left\{ \xi_{jk} \frac{\partial}{\partial a_k} S(a) + \frac{\partial}{\partial a_k} \xi_{jk} \right\} \quad (4)$$

但し、
$$\xi_{jk}(a) = \int_0^\infty d\sigma \left[\langle v_j v_k(\sigma) \rangle - \langle v_j \rangle \langle v_k \rangle \right] \quad (5)$$

なる等式が成立する事を主張している事になります。もしこれが一般的であれば、(4) 式は Onsager 理論との関係を与え、(5) 式は「久保の公式」⁶⁾との関係を与えます。

所が、よく調べてみますと(4)式には一つ重要な項が抜けて居り、こう旨く行かない事が分りました。詳しくは、物性研究に投稿中の論文⁷⁾を見て下さい。

この結果は非線型系では(3)の型の方程式は期待出来ない事を示している様です。

参 考 文 献

- 1) Prog. Theor. Phys. 48 (1972), 1090 : 50 (1973), 713 (E).
- 2) 物性研究 20 (1973), 275.
- 3) 物性研究 19 (1972), 131・153 & 269 : 20 (1973), 423.
- 4) M.S.Green, J.Chem. Phys. 20 (1952), 1281.
- 5) R.Zwanzig, Phys. Rev. 124 (1961), 983 :
See also, Phys. Rev. A5 (1972), 2680.
- 6) 岩波講座 「統計力学」
- 7) 物性研究 21 No.2 「Green の公式に就いて」

スピン系，レーザー系での緩和過程

東大・理 柴 田 文 明

スピン(又は原子)系での緩和・吸収過程をスピンのブラウン運動という立場から考察する。古典論での議論は多くなされているが、特にレーザー系等を考える場合には量子論的取り扱いが不可避である。しかし量子論での Langevin 方程式の取り扱いには Kubo¹⁾ によって指摘された如くかなりの注意を要する。そこで Lax²⁾ によって導入された ordering の手法を用いて系の変数を q 数から c 数の空間に投影する。その結果得られた quasi-distribution function に対する master eq. は

$$\frac{\partial}{\partial t} P(M, m, M^*, t) = \mathcal{L} P(M, m, M^*, t), \quad (1)$$