

側岸侵食を伴う河道変動の数値解析

長田 信寿・細田 尚・村本 嘉雄・Md. M. Rahman

NUMERICAL ANALYSIS OF CHANNEL PROCESSES WITH BANK EROSION

By Nobuhisa NAGATA, Takashi HOSODA, Yoshio MURAMOTO and Md. M. RAHMAN

Synopsis

This paper deals with the numerical analysis of channel processes resulted from bank erosion. In order to analyze the channel processes, it is necessary to develop a numerical model which is available to calculate unsteady open channel flow in a changing boundary with time. Therefore, a moving boundary fitted coordinate system was introduced to analyze the channel processes. The model is applied to compute the channel processes for the experiments with straight, circular and meandering channels. In the case of straight channels, the computed results were in good agreement with the experiments. In the case of circular channel, the model is improved to simulate the experimental results by introducing secondary flow component. In the case of the meandering channel, the volume of the bank erosion computed by the model is much smaller, and the probable reason of this discrepancy has been discussed based on the detailed experimental results of channel profiles and flow properties.

1. はじめに

河岸侵食を伴う流路変動を的確に予測することは、洪水安全度の向上を図る上で重要な課題である。バングラデシュ国を流下するブラマプトラ川では、1987-1992年の5年間で、川幅が5 km増加している区間があり(村本・藤田¹⁾)、周辺住民の大きな脅威となっている。我が国においても、1974年9月、多摩川において、河岸侵食により19家屋を流出する被害があり、また、最近では平成7年7月の洪水時に、新潟県関川において、学校の校庭が大きく削り取られ、流水中に崩落するなどの被害が発生している。

以上のように、河岸侵食を伴う流路変動を予測することは、治水上重要な課題である。それにもかかわらず、このような現象を取り扱うモデルの開発は、未だ十分に整備されているとはいえないが、直線流路の拡幅現象に関しては、以下に述べるようにいくつかの解析モデルがある。芦田・村本・奈良井²⁾、村本・田中・藤田³⁾は、側岸侵食を伴う1次元河床変動式を誘導し、直線流路の拡幅過程の解析を行っている。側岸侵食土砂量は摩擦速度の関数として表示されており、その係数は実験より決定している。平野⁴⁾は、側岸斜面上の砂粒の流送機構の考察により、斜面上の限界掃流力、砂粒の移動方向と速度、流砂量式を導出し、それらを基に直線流路の1次元解析を行っている。ただし、流路断面を河床領域と斜面領域に分けて解析を行っており、断面形も仮定している。その後、側岸侵食現象における流砂の非平衡性を考慮した長谷川⁵⁾の解析、あるいは側岸斜面上のせん断応力分布算出法の重要性に着目した福岡ら⁶⁾の解析法などが提案されている。直線流路以外での解析例は少ないが、最近、関根⁷⁾が一樣湾曲流路、清水⁸⁾がsine-generated curveの蛇行流路を対象とした流路変動現象の数値解析を行っている。しかし、前者は基礎式において流下方向の

一様性を仮定しているので一般性に欠けており、後者については実測結果による検証が十分に行われていない。

本研究では、以上の点に鑑み、任意の平面形状を有する河道の 2 次元的な流路変動現象に対しても解析が可能な数値解析モデルを構築することを目的としている。そのため、解析モデルにおいては、側岸侵食による流路平面形状の時間的な変化にも対応できるよう、移動一般座標系を用いることとする。本モデルを、直線流路、一様湾曲流路、蛇行流路に適用し、実験結果と比較することによって、モデルの現象再現性について考察する。

2. 流路変動の基礎式と解析法

2.1 基礎式

(1) 流れの基礎式

流れの基礎式は、平面 2 次元流れの連続式および運動方程式で構成される。まず、直角座標系での表示を以下に示す。なお、ここでは鉛直加速度および 2 次流による応力項は考慮しないこととする。

[連続式]

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

[運動方程式]

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial uM}{\partial x} + \frac{\partial vM}{\partial y} = -gh \frac{\partial z_s}{\partial x} - \frac{\tau_{bx}}{\rho} + \frac{\partial}{\partial x} \left(-\overline{u'^2}h \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(-\overline{u'v'}h \right) \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial uN}{\partial x} + \frac{\partial vN}{\partial y} = -gh \frac{\partial z_s}{\partial y} - \frac{\tau_{by}}{\rho} + \frac{\partial}{\partial x} \left(-\overline{u'v'}h \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(-\overline{v'^2}h \right) \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 h : 水深、 (u, v) : x, y 方向の流速成分、 (M, N) : x, y 方向の流量フラックス、 g : 重力加速度、 ρ : 水の密度、 z_s : 基準面からの水位、 (τ_{bx}, τ_{by}) : x, y 座標系の底面せん断応力の成分、 $-\overline{u'^2}$ 、 $-\overline{u'v'}$ 、 $-\overline{v'^2}$: $x-y$ 座標系の水深平均レイノルズ応力の成分である。

(1)～(3)を、移動一般座標系 $\xi(x, y, t)$ 、 $\eta(x, y, t)$ を用いて表示すると、以下ようになる。なお、有限体積法においてスタッガードスキームが用いられる場合には、流速ベクトルおよび流量フラックスベクトルの反変成分を直接未知量として解く方法が解析法に適合する。そこで、運動方程式に関しては、スタッガードスキームの有限体積法に適合するように、以下のように反変成分で表示する⁹⁾。

[連続式]

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{h}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left((\xi_t + U) \frac{h}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left((\eta_t + V) \frac{h}{J} \right) = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

〈 ξ 方向〉

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{Q^\xi}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left((\xi_t + U) \frac{Q^\xi}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left((\eta_t + V) \frac{Q^\xi}{J} \right) \\ & - \frac{M}{J} \left(\frac{\partial \xi_x}{\partial t} + (\xi_t + U) \frac{\partial \xi_x}{\partial \xi} + (\eta_t + V) \frac{\partial \xi_x}{\partial \eta} \right) - \frac{N}{J} \left(\frac{\partial \xi_y}{\partial t} + (\xi_t + U) \frac{\partial \xi_y}{\partial \xi} + (\eta_t + V) \frac{\partial \xi_y}{\partial \eta} \right) \\ & = -gh \left(\frac{\xi_x^2 + \xi_y^2}{J} \frac{\partial z_s}{\partial \xi} + \frac{\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y}{J} \frac{\partial z_s}{\partial \eta} \right) - \frac{\tau_{b\xi}}{\rho J} \quad \dots\dots\dots (5) \\ & + \frac{\xi_x^2}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(-\overline{u'^2}h \right) + \frac{\xi_x \eta_x}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(-\overline{u'^2}h \right) + \frac{\xi_y^2}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(-\overline{v'^2}h \right) + \frac{\xi_y \eta_y}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(-\overline{v'^2}h \right) \\ & + \frac{\xi_x \eta_y + \xi_y \eta_x}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(-\overline{u'v'}h \right) + \frac{2\xi_x \xi_y}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(-\overline{u'v'}h \right) \end{aligned}$$

〈 η 方向〉

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{Q^\eta}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left((\xi_t + U) \frac{Q^\eta}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left((\eta_t + V) \frac{Q^\eta}{J} \right) \\ & - \frac{M}{J} \left(\frac{\partial \eta_x}{\partial t} + (\xi_t + U) \frac{\partial \eta_x}{\partial \xi} + (\eta_t + V) \frac{\partial \eta_x}{\partial \eta} \right) - \frac{N}{J} \left(\frac{\partial \eta_y}{\partial t} + (\xi_t + U) \frac{\partial \eta_y}{\partial \xi} + (\eta_t + V) \frac{\partial \eta_y}{\partial \eta} \right) \\ & = -gh \left(\frac{\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y}{J} \frac{\partial z_s}{\partial \xi} + \frac{\eta_x^2 + \eta_y^2}{J} \frac{\partial z_s}{\partial \eta} \right) - \frac{\tau_b^\eta}{\rho J} \dots\dots\dots (6) \\ & + \frac{\xi_x \eta_x}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(-\overline{u'^2 h} \right) + \frac{\eta_x^2}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(-\overline{u'^2 h} \right) + \frac{\xi_y \eta_y}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(-\overline{v'^2 h} \right) + \frac{\eta_y^2}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(-\overline{v'^2 h} \right) \\ & + \frac{\xi_x \eta_y + \xi_y \eta_x}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(-\overline{u'v' h} \right) + \frac{2\eta_x \eta_y}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(-\overline{u'v' h} \right) \end{aligned}$$

ここに、 (Q^ξ, Q^η) ：流量フラックスの反変成分、 (U, V) ：流速ベクトルの反変成分、 J ：座標変換のヤコビアン、 $(\xi_x, \eta_x, \eta_y, \xi_y)$ ：メトリックス、 (ξ_t, η_t) ：座標の時間微分、 $(\tau_b^\xi, \tau_b^\eta)$ ：底面せん断応力の反変成分であり、以下のように定義される。

$$\begin{aligned} J &= 1/(x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi), \quad \xi_t = -x_t \xi_x - y_t \xi_y, \quad \eta_t = -x_t \eta_x - y_t \eta_y \\ U &= \xi_x u + \xi_y v, \quad V = \eta_x u + \eta_y v, \quad Q^\xi = \xi_x M + \xi_y N, \quad Q^\eta = \eta_x M + \eta_y N \dots\dots\dots (7) \\ \tau_b^\xi &= \xi_x \tau_{bx} + \xi_y \tau_{by}, \quad \tau_b^\eta = \eta_x \tau_{bx} + \eta_y \tau_{by} \end{aligned}$$

(2) 流砂の基礎式

まず、直角座標系で表示された流砂の連続式を以下に示す。

$$\frac{\partial z_b}{\partial t} + \frac{1}{1-\lambda} \left(\frac{\partial q_{Bx}}{\partial x} + \frac{\partial q_{By}}{\partial y} \right) = 0 \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 z_b ：河床高、 λ ：河床材料の空隙率、 (q_{Bx}, q_{By}) ： x - y 座標系の流砂量の成分である。

これを、前節と同様に移動一般座標系で表示すれば、以下のようになる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{z_b}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\xi_t}{J} z_b + \frac{1}{1-\lambda} \frac{q_B^\xi}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\eta_t}{J} z_b + \frac{1}{1-\lambda} \frac{q_B^\eta}{J} \right) = 0 \dots\dots\dots (9)$$

ここに、 (q_B^ξ, q_B^η) ：流砂量の反変成分であり、以下に示す手順に従って評価する。

まず、流線とその直角方向すなわち (s, n) 方向の流砂量 (q_{Bs}, q_{Bn}) を、それぞれ次式に表される Brown 式、長谷川式で算出する。

$$\text{Brown 式: } q_{Bs} = 10 \left(\frac{u_*^2}{(\sigma/\rho - 1)gd} \right)^2 u_* d \dots\dots\dots (10)$$

$$\text{長谷川式: } q_{Bn} = q_{Bs} \left(\frac{u_{nb}}{u_{sb}} - \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\mu_s \mu_b \tau_*}} \frac{\partial z_b}{\partial n} \right) \dots\dots\dots (11)$$

ここに、 d ：河床材料の粒径、 u_* ：摩擦速度、 σ ：河床材料の密度、 (u_{sb}, u_{nb}) ：河床における流速の (s, n) 方向成分、 τ_{*c} ：無次元限界掃流力、 μ_s, μ_b ：河床材料の静止および動摩擦係数である。なお、 τ_{*c} は、岩垣式より算出する。

次に、 (q_{Bs}, q_{Bn}) から、流線と x 軸の角度 γ を用いて、(12) 式より、直角座標系における流砂量の (x, y) 方向成分 (q_{Bx}, q_{By}) を求める。

$$q_{Bx} = q_{Bs} \cos \gamma - q_{Bn} \sin \gamma, \quad q_{By} = q_{Bs} \sin \gamma + q_{Bn} \cos \gamma \dots\dots\dots (12)$$

さらに、次式より直角座標系の流砂量成分 (q_{Bx}, q_{By}) を、反変成分 (q_B^ξ, q_B^η) に変換する。

$$q_B^\xi = \xi_x q_{Bx} + \xi_y q_{By}, \quad q_B^\eta = \eta_x q_{Bx} + \eta_y q_{By} \dots\dots\dots (13)$$

また、長谷川式における 2 次流による河床での流速 u_{nb} は、曲率に比例する次式を用いて算出する。

$$u_{nb} = -N_* \frac{h}{r} u_{sb} \quad \dots\dots\dots (14)$$

なお、曲率半径 r は、流路曲率半径を用いるよりも流線曲率半径を用いる方が、特に洗掘部において良好な結果を与える¹⁰⁾ ため、本計算においても流線曲率半径を用いて u_{nb} を算出することとする。なお、 N_* は、洗掘の進行とともに時間的に変化するという指摘もある¹¹⁾ が、ここでは一定値 ($N_*=11.5$) を与える。

2.2 数値解析法

数値解析法として、有限体積法を用いる。また、移流項の離散化には、最も簡単かつ安定性の高い一次精度の上流差分を、時間積分には、Adams-Bashforth 法を用いると、前節で述べた基礎方程式は以下のように離散化される。ここでは、連続式のみを示す。また、変数の定義点を Fig. 1 に示す。

[連続式]

$$\frac{h_{i+1/2,j+1/2}^{n+1}/J_{i+1/2,j+1/2}^{n+1} - h_{i+1/2,j+1/2}^n/J_{i+1/2,j+1/2}^n}{\Delta t} + \frac{3}{2} H_s^n - \frac{1}{2} H_s^{n-1} = 0 \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$H_s^n = \frac{\left(U_{i+1,j+1/2}^n h_{i+1+ID,j+1/2}^n + h_{i+1,j+1/2}^n \xi_{i+1,j+1/2}^n \right) / J_{i+1,j+1/2}^n}{\Delta \xi_{i,j+1/2}^n} - \frac{\left(U_{i,j+1/2}^n h_{i-ID,j+1/2}^n + h_{i,j+1/2}^n \xi_{i,j+1/2}^n \right) / J_{i,j+1/2}^n}{\Delta \xi_{i,j+1/2}^n} + \frac{\left(V_{i+1/2,j+1}^n h_{i+1/2,j+1+IL}^n + h_{i+1/2,j+1}^n \eta_{i+1/2,j+1}^n \right) / J_{i+1/2,j+1}^n}{\Delta \eta_{i+1/2,j}^n} - \frac{\left(V_{i+1/2,j}^n h_{i+1/2,j+IR}^n + h_{i+1/2,j}^n \eta_{i+1/2,j}^n \right) / J_{i+1/2,j}^n}{\Delta \eta_{i+1/2,j}^n} \quad \dots\dots\dots (16)$$

2.3 河岸の崩落・堆積のモデル化

長谷川¹²⁾ は、実際の現象における河岸の崩落・堆積は連続的に生じず、側岸の洗掘がある程度進行した後、間欠的に生じることに着目し、1 サイクルの側岸侵食過程を Fig. 2 に示すようにモデル化した。すなわち、Fig. 2 における (1) を前ステップの河岸崩落直後の横断形状とする。時間の経過とともに河岸近傍河床の洗掘が発生し、(2) へと変化する。そして、図中の A と B の部分の面積が等しくなったところで A の部分が崩落し、その崩落土砂は流路内に (3) のように水中安息角で堆積するとした。以上の崩落発生条件を式で示すと以下ようになる。

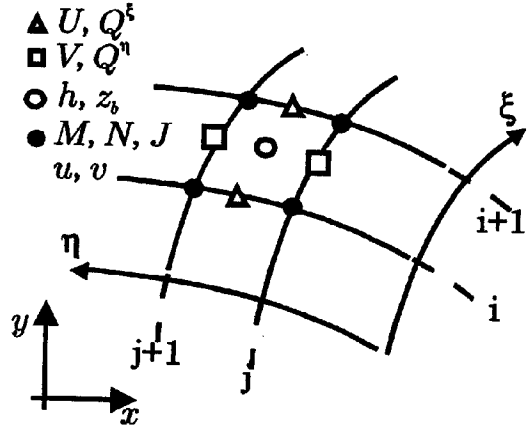


Fig. 1 Definition points of variables.

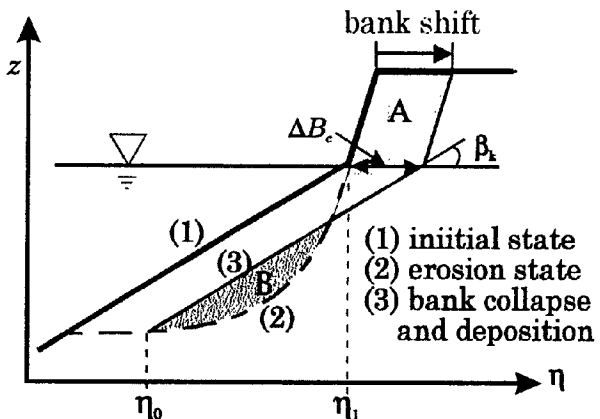


Fig. 2 Definition sketch of bank erosion.

$$\int_{\eta_0}^{\eta_1} ((\tan\beta_s(\eta - \eta_1 - \Delta B_c) + z_b(\eta_1)) - z_b(\eta)) d\eta = \frac{1}{2} \Delta B_c^2 \tan\beta_s + \Delta B_c h_f \quad \dots\dots\dots (17)$$

なお、上式および Fig 2 において、 β_s ：水中安息角、 h_f ：側岸の水上部分の高さである。

また、本方法では、崩落発生の限界幅 ΔB_c を事前に与える必要がある。 ΔB_c については、側岸の水上部分の高さ h_f の関数として算出する方法が、従来の研究によりいくつか提案されている^{5), 13), 14)}。しかし、ここでは簡単のため ΔB_c を一定値(4 mm)として扱う。

2.4 境界移動に伴う計算格子の形成法

本計算では、計算領域の境界は流路の兩岸の天端と一致するようにし、内部格子は兩岸の境界格子点を結んだ直線上に等間隔に配置するものとする。したがって、2.3 で示した側岸侵食モデルによって、側岸が時間的に移動した場合には、側岸移動後の新しい境界に適合するよう計算領域を設定し直す必要がある。ここでは、内部格子の位置は、Fig 3 に示すように、ある時間ステップから次の時間ステップの間に移動した境界の移動量を各格子点に比例配分して定めることとした。

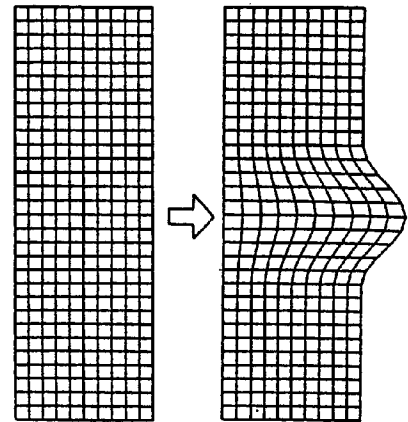


Fig. 3 Reproduction of grid.

3. モデルの適用

3.1 計算ケース

ここでは、2. で示した解析モデルを、流路変動現象に対して適用する。計算の対象とする流路は、

- ① 直線流路：Run 1 (福岡・山坂⁶⁾による実験)，Run 2 (池田¹⁵⁾による実験)
- ② 湾曲流路：Run 3 (福岡・山坂・竹内・古屋¹⁶⁾による実験)
- ③ 蛇行流路：Run 4 (Rahman・長田・細田・村本¹⁷⁾による実験)である。

まず、各ケースの流路の平面形状について述べる。Run 1, Run 2 は、それぞれ 800 cm × 25.8 cm, 1500 cm × 47 cm の直線流路である。Run 3 は曲率半径が 435 cm の一定で、湾曲角 306° の一様湾曲流路である。Run 4 は波長 200 cm, 流路幅 30 cm, 振幅 34.8 cm の sine-generated curve の蛇行流路である。いずれのケースも横断形状は台形断面となっている。Table 1 にそれぞれのケースの水理条件および断面形状の諸元を示す。

Table 1 Hydraulic and geometric conditions.

Run No.	slope	discharge (cm ³ /s)	sediment size (cm)	porosity	Manning's <i>n</i>	bank height (cm)	bottom width (cm)	top width (cm)
Run 1	1/400	2,000	0.067	0.35	0.014	6	5.0	25.8
Run 2	1/466	8,260	0.130	0.35	0.015	7	22.8	47.0
Run 3	1/400	2,000	0.072	0.40	0.014	6	5.0	25.8
Run 4	1/100	620	0.140	0.42	0.016	4	14.0	30.0

3.2 計算条件

初期条件は、流量に対応した水深を、横断方向に水位が一定になるように与える。また、全定義点で流速および流量フラックスを 0 とする。

境界条件は、水際については水深の基準値を設定し、あるメッシュの水深がその基準値以下の場合、そのメッシュの流速および流量フラックスの計算を行わないこととする。また、上下流端については周期境界条件とする。なお、本計算では水深の基準値を 1 mm とした。

3. 3 計算結果および考察

(1) 直線流路

Fig. 4 に Run 1 の流路横断形状の時間変化についての実験および計算結果を示す。拡幅初期において、流路中央での堆積は、実験結果と比較して計算結果の方がやや遅く進行する傾向にあるが、側岸の侵食量ならびにその形状は良好に再現されている。Fig. 5 に同じく Run 1 の水位の時間変化を示す。実験結果、計算結果ともに、時間の経過に従って水位が上昇しており、両者の適合性は良い。この水位の上昇は、側岸侵食に伴う土砂の供給による河床の上昇に起因するものであり、Fig. 5 の結果は、側岸侵食土砂量および河床への堆積量が本モデルで精度よく見積られていることを表していると考えられる。

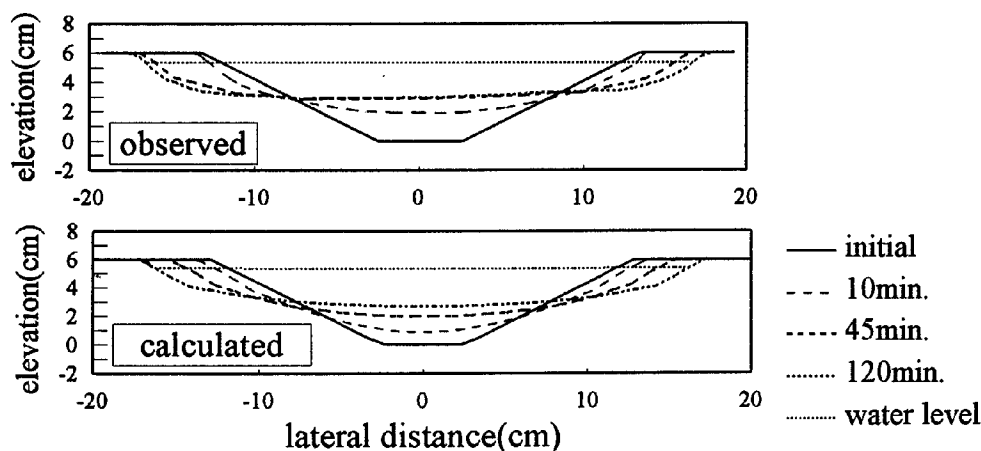


Fig. 4 The time changes in cross sectional profile (Run 1).

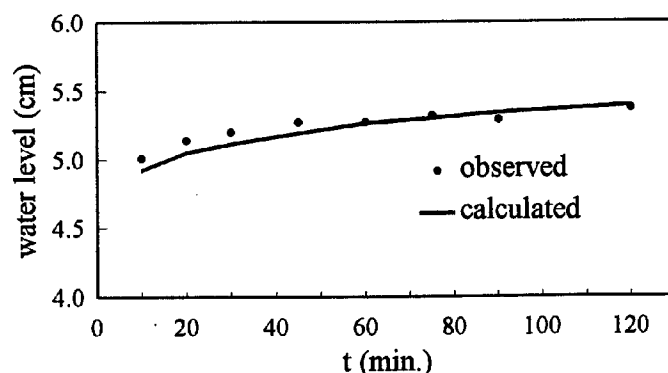


Fig. 5 The time changes in water level (Run 1).

次に、水理条件の異なる Run 2 の計算結果について述べる。Fig. 6 は横断形状の時間変化を示したものである。なお、同図では横断面の右岸側半分についてのみ示している。側岸侵食形状、および侵食から堆積への変化点等の計算結果は、実験結果と良く合致している。また、拡幅過程にある流路の横断形状は相似性を保つことが、これまで多くの研究により報告されている^{13), 15)}。そこで、本計算結果においても、池田¹⁵⁾と同様の表示を用いて、横断形状の無次元表示を行うと Fig. 7 のようになる。図の縦軸は各地点の水深を流路中央水深 H で無次元化しており、横軸は次式で表される Δ で無次元化している。

$$\Delta = \frac{1}{H} \int_0^b (H - h) dn \quad \dots\dots\dots (18)$$

ここに、 n は流路の中央を原点とする横断方向の座標軸で、 b は流路中央から水際までの距離である。また、図中の実線は池田による拡幅過程における流路横断形状の近似曲線であり、指数型の関数で表示されてい

る。Fig. 7 より、計算結果においても、拡幅過程での断面形状の相似性が示されており、その形状は池田による指数関数型の横断形状に近い分布形となっている。

以上より、直線流路の拡幅現象に対しては、本モデルを用いて十分な精度で再現が可能であると言える。

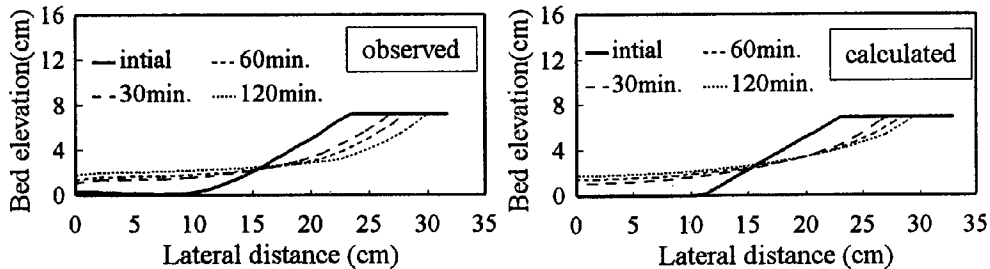


Fig. 6 The time changes in cross sectional profile (Run 2).

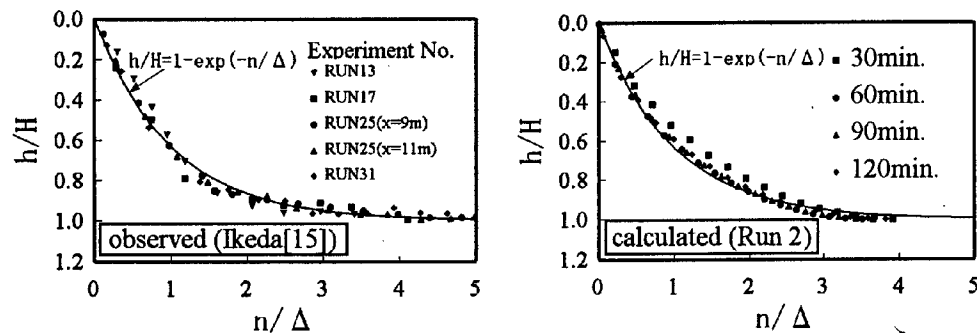


Fig. 7 Dimensionless side bank profiles.

(2) 湾曲流路

次に、一樣湾曲流路における流路変動の計算結果 (Run 3) について述べる。Fig. 8 に湾曲角 210° の位置での横断形状の時間変化を示す。実験結果では湾曲内岸は侵食されず外岸のみ侵食が生じているのに対して、計算結果では内岸においても侵食が生じており、外岸の侵食量も実験結果と比較して少ない。また、流速分布の計算結果は、後出の Fig. 9 に示すように流路中央付近で流速が最大となっており、これは福岡ら¹⁶⁾の実験において流路外岸側に最大流速が現れたという結果と異なっている。従って、Fig. 8 に示したような実験結果と計算結果の横断形状の相違は、湾曲流路での流れ自体が正確に計算されていないことに原因があると考えられる。この点を改善するため、以下に 2. で示した運動方程式 (5), (6) に 2 次流による応力項の導入を図る。

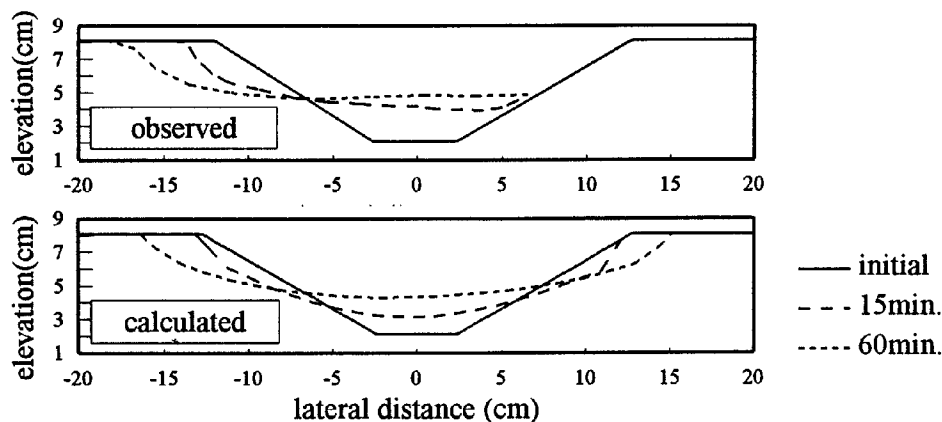


Fig. 8 The time changes in cross sectional profile (Run 3).

まず、Kalkwijk¹⁸⁾と同様に、流線および流線と直角方向の流速($\bar{u}_s$, $\bar{u}_n$)を、次式のように仮定する。

$$\bar{u}_s = u_s f_s\left(\frac{z}{h}\right), \quad \bar{u}_n = A_n f_n\left(\frac{z}{h}\right), \quad A_n = \frac{u_s h}{r} \quad \dots\dots\dots (19)$$

ここに、 u_s は、 s 方向の平均流速、 $f_s(z/h)$ 、 $f_n(z/h)$ は、それぞれ (s, n) 方向流速の水深方向の分布を表す関数である¹⁹⁾。 (s, n) 座標系で表示された運動方程式の移流項において現れる $\bar{u}_s^2$ 、 $\bar{u}_s \bar{u}_n$ に上式を代入し、河床から水表面まで水深方向に積分すると、これらの項は平均流速を用いて次式のように表される。なお、 $\bar{u}_n^2$ に関しては微少項と考えて無視する。

$$\overline{\bar{u}_s^2} = u_s^2 \overline{f_s^2}, \quad \overline{\bar{u}_s \bar{u}_n} = A_n u_s \overline{f_s f_n} \quad \dots\dots\dots (20)$$

上式において、 $\overline{f_s^2}$ 、 $\overline{f_s f_n}$ は、次式のように近似される¹⁸⁾。

$$\overline{f_s^2} = 1, \quad \overline{f_s f_n} = k_{sn} = 5 \frac{\sqrt{g}}{\kappa C} - 15.6 \left(\frac{\sqrt{g}}{\kappa C} \right)^2 + 37.5 \left(\frac{\sqrt{g}}{\kappa C} \right)^3 \quad \dots\dots\dots (21)$$

ここに、 κ :カルマン定数、 C :シェジ-の係数($C = h^{1/6}/n$)である。

一般座標系への変換に際しては、上式を取り入れた (s, n) 座標系の平面2次元の基礎式を、直角座標系に変換したのち、一般座標系へ変換するという手順をとる。最終的に2次流を考慮した平面2次元移動一般座標系の運動方程式は、(5)式、(6)式の左辺にそれぞれ次式を付加したものとなる。

(5) 式左辺への付加項

$$\begin{aligned} & -k_{sn} \xi_x \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{1}{J} \left\{ \xi_x (u_s A_n h \sin 2\gamma) - \xi_y (u_s A_n h \cos 2\gamma) \right\} \right] \\ & -k_{sn} \xi_x \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{1}{J} \left\{ \eta_x (u_s A_n h \sin 2\gamma) - \eta_y (u_s A_n h \cos 2\gamma) \right\} \right] \\ & +k_{sn} \xi_y \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{1}{J} \left\{ \xi_x (u_s A_n h \cos 2\gamma) + \xi_y (u_s A_n h \sin 2\gamma) \right\} \right] \\ & +k_{sn} \xi_y \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{1}{J} \left\{ \eta_x (u_s A_n h \cos 2\gamma) + \eta_y (u_s A_n h \sin 2\gamma) \right\} \right] \quad \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

(6) 式左辺への付加項

$$\begin{aligned} & -k_{sn} \eta_x \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{1}{J} \left\{ \xi_x (u_s A_n h \sin 2\gamma) - \xi_y (u_s A_n h \cos 2\gamma) \right\} \right] \\ & -k_{sn} \eta_x \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{1}{J} \left\{ \eta_x (u_s A_n h \sin 2\gamma) - \eta_y (u_s A_n h \cos 2\gamma) \right\} \right] \\ & +k_{sn} \eta_y \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{1}{J} \left\{ \xi_x (u_s A_n h \cos 2\gamma) + \xi_y (u_s A_n h \sin 2\gamma) \right\} \right] \\ & +k_{sn} \eta_y \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{1}{J} \left\{ \eta_x (u_s A_n h \cos 2\gamma) + \eta_y (u_s A_n h \sin 2\gamma) \right\} \right] \quad \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

Fig. 9 に2次流による応力項を導入した場合と導入しない場合の流速分布図を示す。2次流の項の導入により、最大流速位置が外岸側にシフトしており、前述の問題点を改善する方向となっている。Fig. 10 に2次流による応力項を導入した場合の横断形状の時間変化を示す。外岸の侵食量は実験結果とほぼ合致し、内岸についてはやや侵食が生じてはいるが、その侵食量は大きく減少している。その点をより明確にするため、Fig. 11 に内岸と外岸の侵食幅の時間変化について

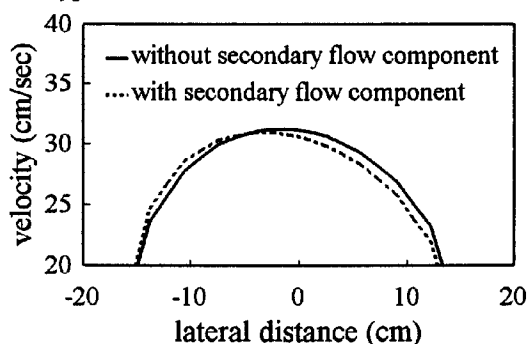


Fig. 9 The calculated velocity profiles.

て示す。2次流を考慮していないケースでは、内岸と外岸の侵食速度の差は小さく、実験結果と大きく異なる結果となっている。これに対して2次流を考慮したケースでは、内岸と外岸の侵食速度の差が顕著となり、内岸では侵食が減少し、外岸では侵食の増大が見られ、60分後の外岸の侵食量は実験結果とほぼ合致している。なお、福岡らの実験では内岸において小規模河床波が発生しているということであり、一方、本計算ではこのような小規模河床波による掃流力の減少を考慮していないため、2次流による応力項の導入後においても内岸が侵食される結果となったと考えられる。

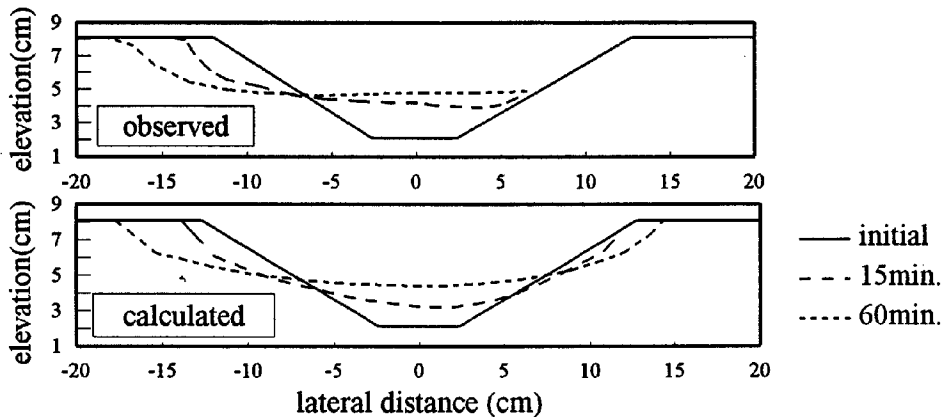


Fig. 10 The time changes in cross sectional profile (Run 3): the modified calculation.

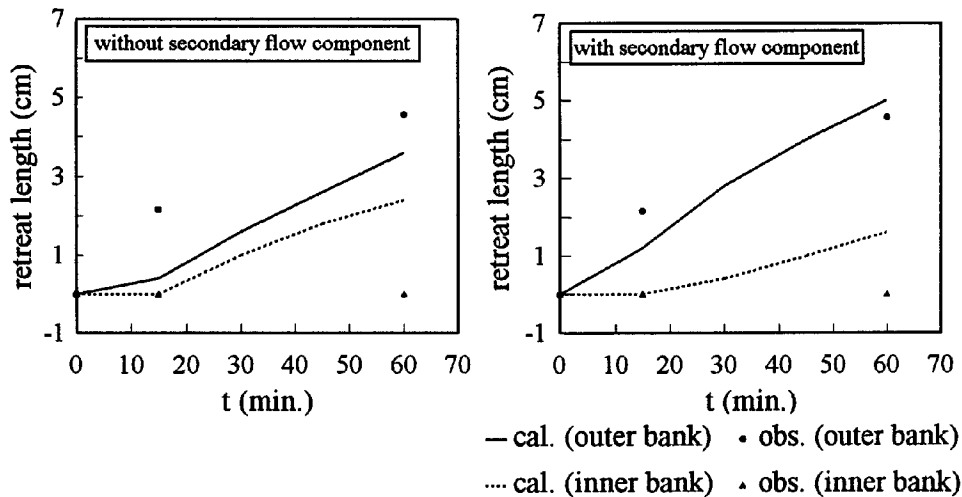


Fig. 11 Retreat length (Run 3).

以上より、湾曲流路の流路変動を扱う上で2次流は重要な要素であり、それを導入することで本計算手法が湾曲流路に対しても適用可能であることが示された。

(3) 蛇行流路

ここでは、蛇行流路の流路変動 (Run 4) の計算結果と実験結果の比較を行う。まず、Fig. 12 に蛇行頂部の横断形状の時間変化を、Fig. 13 に平面形状の時間変化を示す。なお、ここでの計算結果は、前節の結果を踏まえ、2次流による応力項を導入した場合のものである。Fig. 12 より、蛇行頂部での横断形状に関しては、洗掘部付近での横断形状に若干の相違が見られるが、外岸の侵食は再現されており、2時間後の侵食量については実験結果とほぼ一致している。また、平面形状の時間変化 (Fig. 13) については、実験結果、計算結果ともに湾曲部外岸側で侵食が生じているが、実験結果では、蛇行頂部よりかなり下流まで大きく侵食が生じているのに対して、計算結果では蛇行頂部付近でのみ侵食が生じており、全体的な侵食量も小さい。これらの相違が生じた原因については、次章で考察を行う。

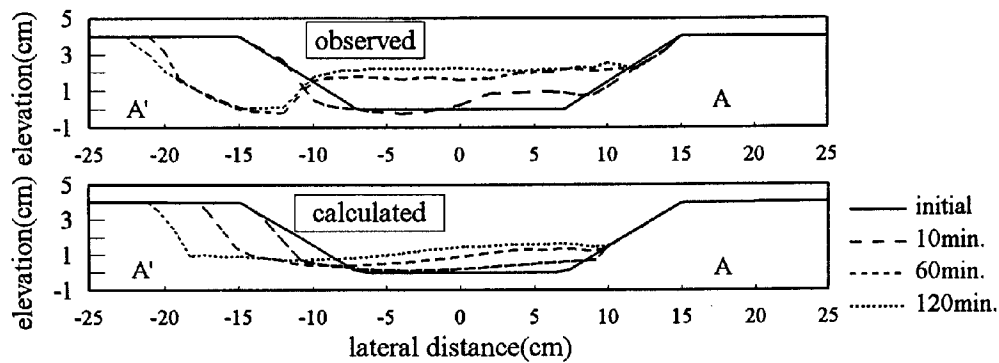


Fig. 12 The time changes in cross sectional profile (Run 4).

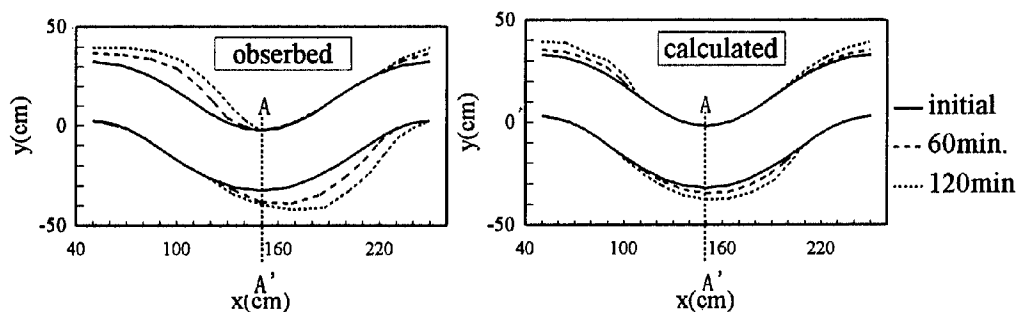


Fig. 13 Changes in plane form (Run 4).

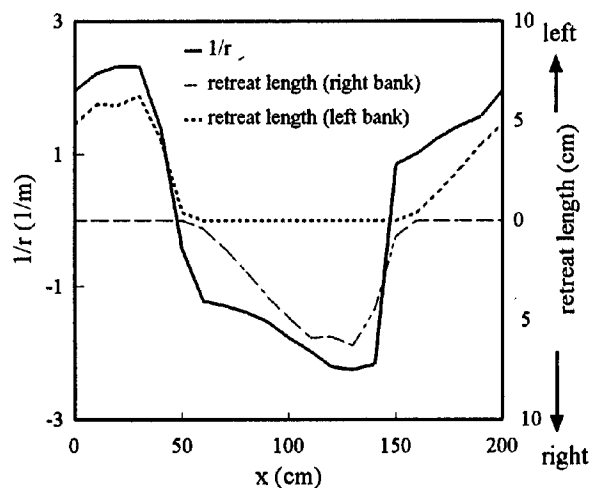
4. 蛇行流路の側岸侵食現象に関する考察

蛇行流路の側岸侵食現象において、前述したような実験結果と計算結果に相違が生じた理由を考察するために追加実験を行った。実験は Run 4 と同じ平面形状、横断形状からなる蛇行流路である。ここでは、実験の観察あるいは測定結果を踏まえ、蛇行流路側岸侵食現象に関して考察を行い、今後のモデルの改良にあたって留意すべき事項を整理する。

4.1 蛇行流路における側岸侵食位置

Fig. 13 に示したように、計算結果では蛇行頂部付近でのみ側岸侵食が生じているのに対して、実験結果では、蛇行頂部から次の蛇行に向かう変曲点付近まで側岸の侵食が生じている。

まず、3.3(3)の計算結果 (120 min.) における側岸侵食幅と流路中央における流線の曲率 ($1/r$) の関係を示すと Fig. 14 のようになり、側岸侵食の位置は 2 次流強度と密接な関係があることが分かる。これは、長谷川の側岸侵食モデル (Fig. 2) において、側岸侵食が生じる条件である側岸斜面上での洗掘が、蛇行流路では、式(11), (14) で計算される 2 次流による外岸から内岸への土砂輸送が原因となるためである。なお、側岸が固定

Fig. 14 The comparison between $1/r$ and the calculated retreat length (120 min.).

されている通常の蛇行流路の河床変動計算では、2次流強度と湾曲部外岸側に生じる河床洗掘は密接な関係があり、このような現象に対しては本モデルで現象を良好に再現できることが確かめられている²⁰⁾。

これに対して側岸に侵食材料を用いた蛇行流路では、以下に述べる実験事実により、側岸固定の蛇行流路の湾曲部外岸洗掘現象と比較して2次流強度が側岸侵食位置に及ぼす影響が小さいと考えられる。

Fig. 15 は、通水開始から 105 ～ 125 分後の河床における砂粒の移動方向と水表面における浮子の流向を

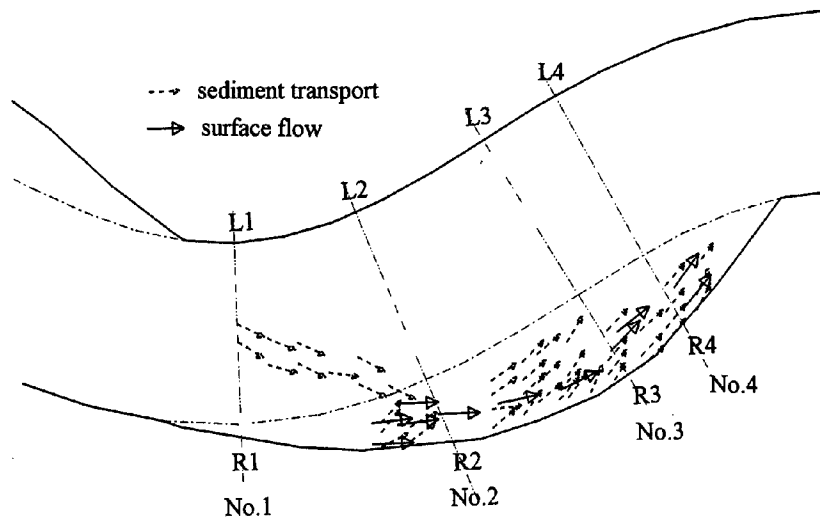


Fig. 15 The direction of surface flow and sediment transport.

ビデオ撮影により測定した結果である。No.1～No.2断面付近では、水表面における流向に比して、砂粒の移動方向が流路中央側に寄る傾向があるが、No.3～No.4断面付近では水表面の流向と砂粒の移動方向はほぼ同じである。一方、河床での砂粒の移動方向は、河床における流速から算出される砂粒に働く流体力と、河床勾配がある場合には砂粒に作用する重力の、砂粒位置での河床に接する面におけるベクトルの和から決定される。ここで Fig. 16 に示した河床横断形状をみると、No.3～No.4断面の外岸から流路中央に

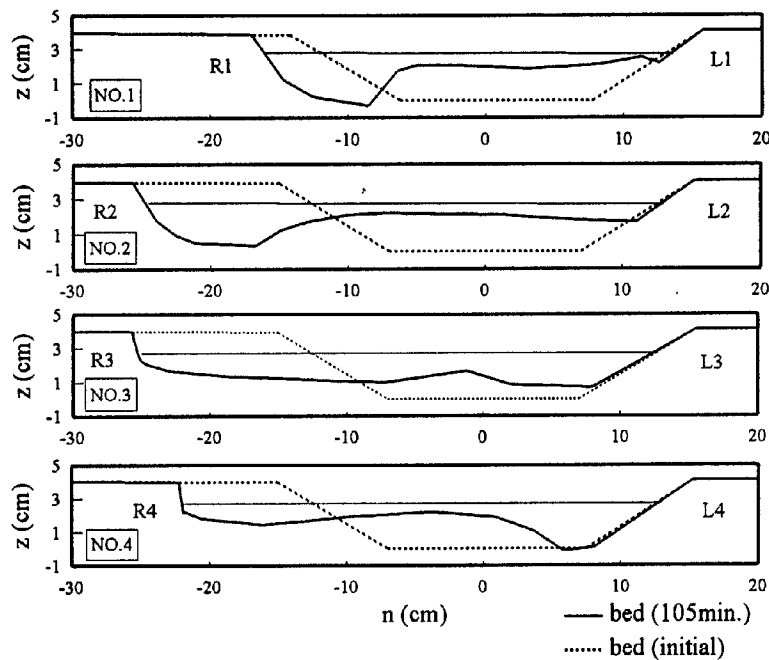


Fig. 16 Cross sectional profiles (105 min.).

かけての河床形状は、側岸侵食に伴う上流外岸からの供給土砂の堆積により、洗掘傾向にある No.1 ~ No.2 断面外岸の側岸形状と異なり、横断勾配の非常に緩やかな河床が形成されている。よって、No.3 ~ No.4 断面外岸付近では、重力が砂粒の移動方向に与える影響は十分小さく、砂粒の移動方向と河床での流向はほぼ一致していると考えることができる。前述のように、No.3 ~ No.4 断面の水表面における流向と砂粒の移動方向はほぼ一致しているので、同断面付近で水表面における流向と河床での流向はほぼ同じとみなせる。以上より、この付近で 2 次流はほとんど生じていないと考えられるが、それにもかかわらず、側岸侵食が生じているということは、No.3 ~ No.4 断面付近での側岸侵食現象は 2 次流が直接的な要因ではないことを意味している。

一方、前述のように本計算モデルでは、2 次流による側岸近傍土砂の内岸方向への輸送が、側岸侵食の主要因となっている。したがって実現象と計算を合致させるためには、側岸侵食機構あるいはその誘因となる側岸近傍の洗掘機構のモデル化を改良する必要があると考えられる。

4.2 側岸崩落のモデル化に関する考察

蛇行流路における側岸付近の横断形状は、Fig. 16 に示したように、その位置によって異なる。ここでは、侵食速度が最も大きく、また計算で侵食現象が再現されていない No.3, No.4 断面付近の側岸侵食について考察する。Fig. 17 に示した模式図のように、側岸付近の横断形状は、鉛直に近い側岸 A-C 区間からほぼフラットな河床 C-D 区間に接続されている。側岸の洗掘は側壁の水面下 (B-C 区間) において生じ、ある程度洗掘が進行したところで、上部土塊が重力の作用により不安定となり崩落が生じる。この上部土塊の崩落過程およびその力学的機構の考察には、テンション・クラック下部点に関するモーメントの釣り合いを考えた藤田¹³⁾の研究、破壊面上端の引っ張り応力と側岸構成材料の引っ張り強度とを関係づけた福岡ら¹⁴⁾の研究などがある。

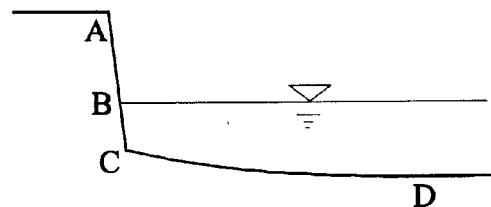


Fig. 17 A sketch of outer bank.

蛇行流路において実験結果と計算結果に相違が生じた理由は、本モデルがこのような崩落の力学的機構を取り入れていないことも原因の一つと考えられる。しかし、3.3 で述べたように直線流路、湾曲流路では、簡便な長谷川のモデルによっても、定量的な側岸侵食計算が可能であった。そこで、次に、このような簡易な手法でも側岸侵食量が定量的に計算できるのはどのような場合かを考える。

長谷川のモデルは、崩落とそれによって生じた堆積土砂の volume が等しいという条件を与えるのみであり、側岸崩落の力学的機構は崩落限界幅 ΔB_c の設定に集約されていると考えることができる。しかし、感度分析的に ΔB_c を変化させて計算した結果、 ΔB_c は主に側岸崩落の時間間隔に関与し、側岸侵食量に与える影響は小さいと考えられた。側岸侵食は、崩落土砂がすべて流送され、側岸の上部土塊が不安定となる形状まで河床変動が生じた結果、発生するのであるから、崩落限界幅の設定精度にかかわらず、崩落土砂の埋め戻し領域 (Fig. 2 に示す $\eta_0 \sim \eta_1$) の河床変動量が精度良く計算されており、かつ、ある崩落から次の崩落が生じる側岸侵食の 1 サイクルの時間が計算対象時間に比して十分小さい場合には、長谷川のモデルによっても、側岸侵食量を予測することが可能となると考えられる。

側岸侵食の 1 サイクルの所要時間は、実験の観察より、数十秒から数分程度であり、計算対象時間が 2 時間であることを考えると、後者の条件は満たしていると言える。そこで、以下に、前者の条件である崩落土砂の埋め戻し領域における河床変動計算の精度について考察を行う。

4.3 側岸斜面における流砂の非平衡性および本モデルの問題点

側岸斜面の水際近傍では、長谷川¹²⁾が指摘するように、上流からの砂粒の通過量 (供給量) が少ないため斜面上の砂粒の大部分が流れにさらされる場合には、砂粒の通過量が平衡に達している河床部分と比べて

洗掘量が大きくなる。また、実験の観察においても、Fig. 17における側壁のB-C区間の土砂は、次の崩落が生じるまでは、土砂の流出のみであり、上流からの供給土砂がB-C区間に堆積し側岸構成材料となることはない。このように側岸斜面において水際のごく近傍では流砂の非平衡性が卓越する。

本モデルでは、このような流砂の非平衡性は考慮されておらず、従って、水際近傍の流砂の非平衡性が卓越する領域が、4.2で述べた崩落土砂の埋め戻し領域に占める割合が大きい場合は、河床変動計算の精度は低くなる。本解析モデルでは、崩落土砂の堆積形状を、Fig. 2に示すように水中安息角の一定勾配で堆積するとしているため、水深が小さいほど埋め戻し領域の横断方向長さは短くなり、相対的に非平衡流砂が卓越する領域が増大する。

一方、No.3～No.4断面付近では、側岸からの崩落土砂の供給およびFig. 15に示したような砂粒の流送により大きく堆積する。このため、Fig. 16のNo.3, No.4に示すように、両断面間で侵食が生じている外岸の水深はかなり小さくなる。したがって、前述した理由により崩落土砂埋め戻し領域に非平衡流砂の領域が卓越し、側岸侵食量が正確に見積もられない原因となったと考えられる。

これに対してRun 1, Run 2のような直線流路、あるいはRun 3のような一様湾曲流路では、側岸土砂の供給による非一様な堆積は生じず、水深が部分的に小さくなる区間はない。そのため、Run 1～Run 3では、崩落土砂埋め戻し領域に非平衡流砂の領域が卓越しない程度に、十分水深が大きく、側岸侵食量が定量的に見積もることができたと考えられる。

以上より、蛇行流路の側岸侵食現象を解析する際に、側岸斜面における水際近傍の流砂量計算に流砂の非平衡性を考慮することは、側岸侵食量の算出精度を向上させるための有効なモデル改良の手段の一つと考えられる。

5. おわりに

本研究では、2次元的な流路変動を取り扱いうる数値解析モデルを、移動一般座標系を用いることによって構築し、初期形状の異なる直線、湾曲および蛇行流路の変動過程の実験結果に適用した。本研究で得られた主要な成果を以下に示す。

- (1) 直線流路の拡幅現象に関しては、長谷川による簡易な側岸侵食モデルを用いても、側岸侵食速度およびその形状等の計算結果は、実験結果とほぼ一致しており、また、拡幅過程における横断形状の相似性についても示された。よって、本モデルによって、直線流路の拡幅現象が十分な精度で再現できることが示された。
- (2) 湾曲流路のように、曲率を有する場合の流れを解析する場合には、遠心力による2次流の項の導入が不可欠であり、ここではKalkwijkらと同様に、主流および横断方向流速の鉛直分布を仮定し、それを水深積分することによって、2次流による応力項を移動一般座標系で表示された運動方程式に導入した。その結果、湾曲流路において主流の位置が外岸側にシフトし、流速分布は実験結果と適合する方向に改善された。それに合わせて、内岸と外岸の侵食量の差が顕著に現れることとなり、外岸の側岸侵食量は実験結果とほぼ適合した。
- (3) 蛇行流路の変動過程の計算については、蛇行の発達を定性的には再現できるが、蛇行頂部より下流における侵食量が過小に評価される結果となった。実験結果の考察により、この相違が生じた主要因は、側岸斜面の水際近傍において卓越する流砂の非平衡性を、本モデルに考慮していないことであると考え、今後このような点を踏まえてモデルの改良を行う必要があることを示した。

以上は、掃流砂の卓越する緩慢な流路変動過程の実験に対する検証結果であるが、さらに本解析モデルの適用性を掃流力の大きい急激な流路変動や浮遊砂の卓越する実際河川の河道変動についても検討したいと考えている。

最後に、本研究を行うにあたって、実験・計算等でご助力いただいた、京都大学大学院の内倉嘉彦氏、村田浩隆氏に感謝致します。

参考文献

- 1) 村本嘉雄・藤田裕一郎：バングラデシュ主要河川の近年における河道変動—メグナ河の河岸侵食を中心として—, 京都大学防災研究所年報, 第 35 号, B-2, 1992, pp.89-114.
- 2) 芦田和男・村本嘉雄・奈良井修二：河動変動に関する研究(2), 京都大学防災研究所年報, 第 14 号, B, 1971, pp.275-297.
- 3) 村本嘉雄・田中修市・藤田裕一郎：河道の変動に関する研究(3), 京都大学防災研究所年報, 第 15 号, B, 1972, pp.385-404.
- 4) 平野宗夫：拡幅を伴う流路変動について, 土木学会論文報告集, 第 210 号, 1973, pp.13-20.
- 5) 長谷川和義：非平衡性を考慮した側岸侵食量式に関する研究, 土木学会論文報告集, 第 316 号, 1981, pp.37-50.
- 6) 福岡捷二・山坂昌成：なめらかな横断面形状をもつ直線流路のせん断力分布と拡幅過程の解析, 土木学会論文集, No.351/II-2, 1984, pp.87-96.
- 7) 関根正人：側岸侵食を考慮した河川の流路変動に関する基礎的研究, 土木学会論文集, No.553/(3)-34, 1996, pp.51-59.
- 8) 清水康行・平野道夫・渡辺康玄：河岸侵食と自由蛇行の数値計算, 水工学論文集, 第 40 巻, 1996, pp.921-926.
- 9) 細田 尚・長田信寿・村本嘉雄：移動一般座標系による開水路非定常流の数値解析, 土木学会論文集, No.553/(3)-34, 1996, pp.267-272.
- 10) 西本直史・清水康行・青木敬三：流線の曲率を考慮した蛇行水路の河床変動計算, 土木学会論文集, No.456/II-21, 1992, pp.11-20.
- 11) 芦田和男・江頭進治・足立幸郎：蛇行水路における河床変動に関する研究, 京都大学防災研究所年報, 第 31 号, B-2, 1988, pp.443-459.
- 12) 長谷川和義：沖積蛇行の平面および河床形状と流れに関する水理学的研究, 北海道大学学位論文, 1983.
- 13) 藤田裕一郎：直線流路の側岸侵食機構, 京都大学防災研究所年報, 第 22 号, B-2, 1979, pp.537-552.
- 14) 福岡捷二・小暮陽一・佐藤健二・大東道郎：自然堆積河岸の侵食過程, 水工学論文集, 第 37 巻, 1993, pp.643-648.
- 15) Ikeda, S: Self-Formed Straight Channels in Sandy Beds, Proc. ASCE, Vol 07, HY, Part 1, 1981, pp.389-406.
- 16) 福岡捷二・山坂昌成・竹内 聡・古屋 晃・永納栄一：湾曲流路の側岸侵食, 第 27 回水理講演会論文集, 1983, pp.721-732.
- 17) M. Rahman, N. Nagata, T. Hosoda, Y. Muramoto: Experimental study on morphological process of meandering channels with bank erosion, 水工学論文集, 第 40 巻, 1996, pp.947-952.
- 18) Kalkwijk, J. P. Th.・de Vriend, H. J. : Computation of the Flow in Shallow River Bends, J. Hydraulic Research 18 No.4, 1980, pp.327-342.
- 19) de Vriend, H. J. : A Mathematical Model of Steady Flow in Curved Shallow Channels, J. Hydraulic Research 15 No.1, 1977, pp.37-54.
- 20) 内倉嘉彦：移動一般座標系を用いた平面 2 次元モデルによる流路変動の数値解析, 京都大学卒業論文, 1996.