

乱流の中に隠されている構造の形

北大工学部 一條 真古人(Makoto Ichijo)

緒言

乱流のなかに隠されている構造を探すことは宝捜しのよう
なものである。宝探しでは、宝がどこにあるかわからない
し、探し出した人がそれを宝だ思わなければ意味がない。
探し出した人にとり価値あるものでなければならぬからそ
こに価値判断が入る。猫が小判を見つけても宝にならない。

では、乱流の研究で構造の価値とはなになのか？ 構造に
よって乱流を理解できて、またそれによって乱流を制御でき
たり、初期条件と境界条件が与えられたときにその後の運動
を予測できればその構造の知識は役にたち宝となる。

ところで、構造は形を持つ。形にはある程度の秩序があ
る。形が構造を持つとも言える。形ある構造はそのなか
にいくつかの要素を持つ。例えば家は土台、柱、壁、屋根
等から成り立っている。乱流の構造もいくつかの要素から成
り立つ。渦管、渦層、ヘアピン渦、螺旋渦、サドル点、結

節点（ノード）、焦点等。乱流の場合にはこれらの要素が相互に非線形的に関係しているから問題が複雑になる。

この論文では、構造を探すいくつかの方法を紹介してその特徴と見つけ出される構造とその特徴、また構造とは何かについての筆者の考えを述べる。

（１）いろいろな方法にによって取り出される乱流の構造の形とその特徴

構造をどのように定義するかにより、見つけだされる構造の形や大きさなどが異なる。ここでは、条件抽出法、POD、線型確立推定、パターン認識、トポロジーの方法によって見つけ出される構造の形とその特徴を述べる。

（１．１）条件による構造の抽出

条件に任意性が入るが、適切な条件を選ぶと、流れに固有な構造を捕らえる可能性がある。また構造の発生、成長、減衰、消滅の段階を見ることがもできる。抽出のための条件には、速度変動、圧力変動、渦度、局所トポロジー（クリティカルポイント）等いろいろある。ここでは、最近紹介されたDCS（delocalized conditional sampling）⁽¹⁾について述べる。

これは混合層のY方向に並べられた多点プローブ（12本のX型プローブ）のうち高速側と低速側の2本のプローブで得られた速度のそれぞれの極大値と極小値の二点情報で構造を取り出し、また極大値と極小値の時間差から、構造の発展の特定の段階を抽出する方法である。これによって、一つの渦、渦の合体などの様子を捕らえることが出来る。図1 aは条件の付け方、図1 bは極大値と極小値の時間差で一つの渦（a'）や二つの渦（b'）が捕らえられる（図中の線は等渦度線）。図の下にあるのは可視実験で得られた渦（a, b）であるが等渦度線で得られた渦の形とよく一致していてこの方法の妥当性を示している。図の中のD1, D2は極値を求める位置でありこの位置を選ぶことで渦の大きさも選ぶことができる。渦の大きさと上述の時間差の組み合わせで渦の移り変わりのいろいろの段階を抽出できる。

（1.2）POD(proper orthogonal decomposition)による 乱流の分解と再構成⁽²⁾

いくつかの点で測定された変動速度などの流れについての物理量（情報）の相互相関行列の固有値と固有ベクトルを使って流れを再構成する。相関行列を使うので人の任意性が入らず客観的である。流れ方向と直角方向（Y）に多点プ

ローブをならべて時間毎にプローブ間の変動速度などの相互相関を求めて固有ベクトルと固有値を計算して流れを固有ベクトルに分解しその和でもとの流れを再構成する。図2は混合層の流れを分解した固有ベクトル（ここでは、速度ベクトルのy方向分布）のそれぞれの大きさと初めの3個の固有ベクトルを加えた場合にもとの流れに近いもの（渦模様）が再現されていることを示している。PODでは、この固有ベクトルを乱流を構成する構造と呼ぶ。いくつかの少ない固有ベクトルで乱流（の構造）を再構成できることが特徴である。また、速度ベクトル図から流線を計算すれば流れの疑似可視化ができる。通常の可視化でトレーサーの線が積分効果で実際の流線と異なるようなことはこの場合にはない。

図の速度ベクトルの変動を時間平均すると変動強さを固有ベクトル分解することができる。

(1.3) 線形確率推定(linear stochastic estimation)

による構造の推定⁽³⁾

注目点から離れた点の速度を注目点の変動速度に係数をかけて線形推定する。線形推定された速度と真の速度との差の自乗平均が最小になるよう係数を求める。この係数を求める方程式のなかに注目点と推定される点の間の空間相関が

含まれている。多点プローブで得られた時系列のデータから注目点のまわりの空間相関を求めて周りの流れを推定する。注目点を通過する流れの時間情報を使って流れの時間推移を推定することが出来る。図3はウエークの流れをy方向に並べられた3本のプローブで得られたデータを使って条件付線形推定された速度ベクトルを示している。相関を使っているために中心から離れた位置の速度の絶対値が小さくなるが流れの構造は示されている。例えば、最下図の右の端にウエークに特徴的な二重渦が見えている。相関を使うので研究者の主観が入らず流れの構造を見つけだせる。

(1.4) Pattern Recognitionによる構造の抽出⁽⁴⁾

多点プローブから得られる時空の二次元データからあるパターンを見付け出す方法。あらかじめありそうなパターンの2次元データ(テンプレート)を作りそれを元のデータのなかで二次元的に動かして元のデータとの相関を計算して相関値がある値よりおおきいときに元のデータのその部分を取出す。このようにして取出されたデータの集合平均のパターンを次の計算のテンプレートとして用いる。このような繰り返しを続けテンプレートと取出されたパターンとの違いが小さくなればそのパターンがその乱流の構造であ

るとみなされる。 3次元のデータであれば3次元のテンプレートを作ればよい。 図4は円柱後流の円柱に平行な断面のデータから図に示すようなテンプレートで乱流の中にある構造を捜すと図の下にあるような2重ロール渦構造が抽出されている。 この手法では離れた点の相関を使わないから構造の形の輪郭が不明確にならない平均のパターン（構造）を抽出することができる。 なを、相関を使う方法では構造以外の情報も含まれるが、 この方法ではそれがなく固有の構造を抽出できる⁽⁴⁾。

(1.5) トポロジーによる構造の分類⁽⁵⁾

三次元の速度勾配テンソルでできる行列の固有方程式の解より乱流を分類すると、非圧縮の場合に、解の特徴により4種類の局所トポロジーに分けられる。 それらは、安定と不安定な焦点（フォーカル構造、渦構造と関係する）、サドル点と結節点（ノード）によって乱流の構造が分類できる。 速度勾配テンソルを使うので観測者の主観あるいは移動速度に依存せず、フォーカル構造の領域を計算から求めることができる。 構造のどの部分で渦度の伸張があるかが分かり、渦度と乱れの関係からエネルギーカスケードやエネルギー生成、乱れの発生などの機構を説明できる。 図5は非圧縮流

れの局所トポロジーの分類である。不変量 R と Q によって 4 個の局所トポロジーに分けられる。テント型領域の上部は複素根に対応していて渦構造を表す。 $R > 0$ の部分は不安定、 $R < 0$ の部分は安定である。図 6 は混合層の数値計算で得られたデータを使って計算された局所トポロジーの分布を示したものであり、混合層のロール渦を輪切りして見たもので、不安定な渦の収縮がロールの中心とその周りに局在しておりそれらを繋ぐ部分には安定な渦伸張がある。トポロジーの分類を実験的に行うには多点プローブによるデータを使って上のような計算をするか、あるいは、局所トポロジーの条件で構造を抽出する方法⁽⁶⁾がある。

(2) 構造とは？

いままで、いろいろな条件や方法で得られた構造を見てきたが、ここで構造とは何かについて考えてみる。構造は空間的な広がりを持ち、その中で速度、渦度などの物理量が同じ方向を持つとか、相関をもつなど周りの部分と区別される形をもっている。これは平均構造としてあるいはスナップショットとしての構造が時間的、空間的に乱流の中に互いに何かの関係を持ちながら存在している。どちらの場合にも共通して見える構造の形は渦模様である。渦は渦度や循環

で表され、その運動は渦度方程式で記述される。また、渦の周りの流れの動きはビオ・サバールの式で表される。渦の相互作用でサドルやノードの局所トポロジーが現れる。平均として現れる構造は、スナップショット構造が限られた範囲内で揺らいでいるものの空間的あるいは時間的に平均された構造である。制御の観点からみれば、平均構造が制御し易いと思われる。スナップショットの構造は時空間の中で限られた範囲ないにしてもランダムに動くからその構造を制御することは難しい。

そのようなランダムな構造の時間的空間的平均の位置や時刻あるいは平均周期が分かればそれらに何らかの働きかけを与えることで構造を制御できる可能性がある。また、何かの働きかけによってスナップショット構造のランダム性が減少すればその後の制御はより容易になる。

要はこのようなスナップショット構造と平均構造との関係がどのようなものであるかにある。構造の一生、発生、発達、減衰、消滅(?)のどの段階で制御するか。その段階を促進するのか抑制するのか。このような制御により抵抗や混合がどう変化するか。発生はその前の構造とどう関係するか。消滅は次の構造とどう関係するか。このようなことが乱流の構造の研究からわかるようになれば、乱流研究は

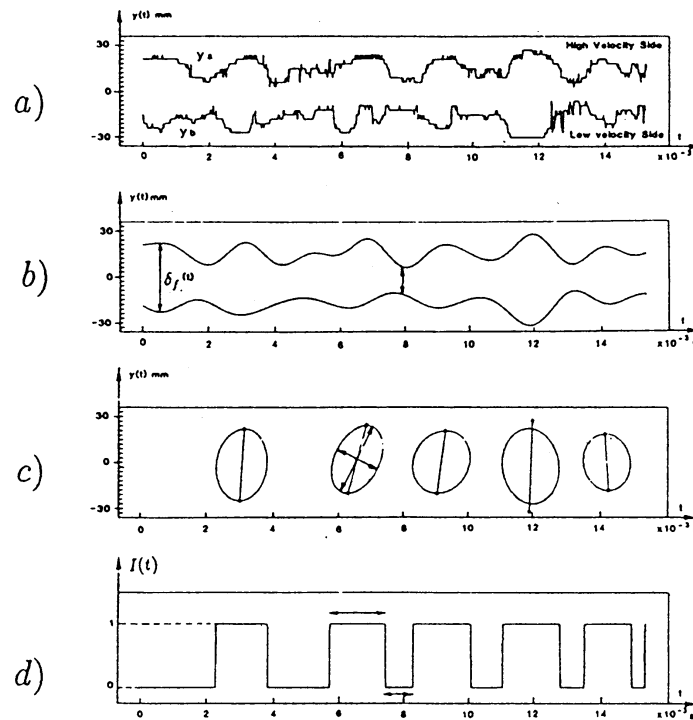
有用なものとなる。もちろん筆者はここですぐ実用になるような研究だけが有用であるとは考えてはいないことを付け加えておく。

結言

自由せん断流に隠されている構造を探す方法のうち5つの方法を紹介し、それによって見つけ出される構造とその特徴を記した。また、構造の共通の形は渦模様であることと、一方PODのように構造の形に拘らず平均量を固有ベクトルに分解して構造を表す方法も述べた。

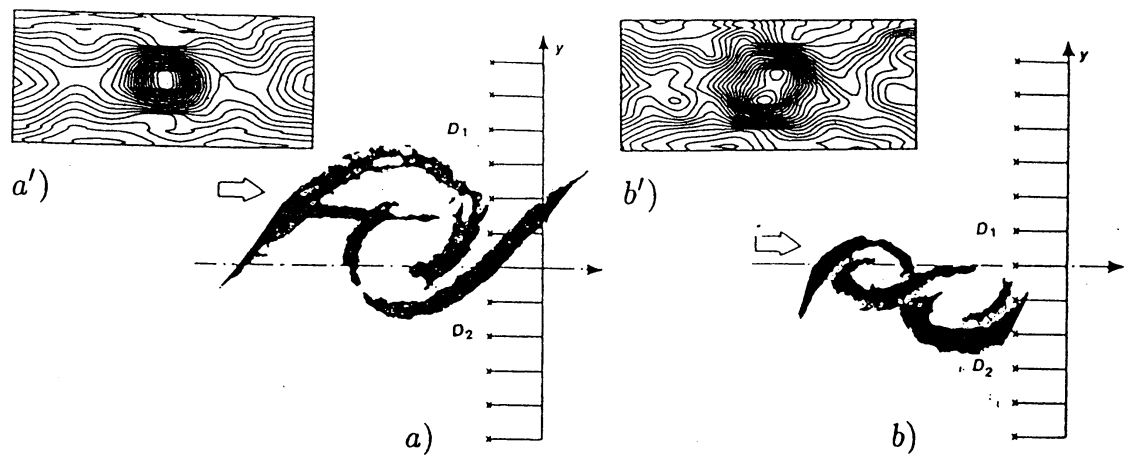
参考文献

- (1) S. Belin, J. Delville, E. Vincendeau, J. H. Garem and J. P. Bonnet. Eddy Structure Identification in Free Turbulent Shear Flows. p.91. ed. J. P. Bonnet and M. N. Glauser. Kluwer Academic Publishers(1993.)
- (2) J. Delville. 同上 p.225.
- (3) T. J. Gjeeseke and Y. G. Guezennec. 同上 p.281.
- (4) J. A. Savill H. Klein and R. Friedrich. 同上 p.179.
- (5) J. Soria and B. J. Cantwell. 同上 p.379.
- (6) Y. Zhou and A. Antonia. 同上 p.137



☒ 1 a Events partition.

- a) Edges extraction c) Extrema linking and quadratic fitting of the edges
b) Low pass filtering d) Introduction of a function of detection $I(t)$



☒ 1 b Delocalized Conditional Sampling. Schematic representation of “typical events” and corresponding coherent vorticity: a) Single core, b) Two cores. Corresponding measured typical iso-vorticity: a') zero time shift, b') non-zero time shift.

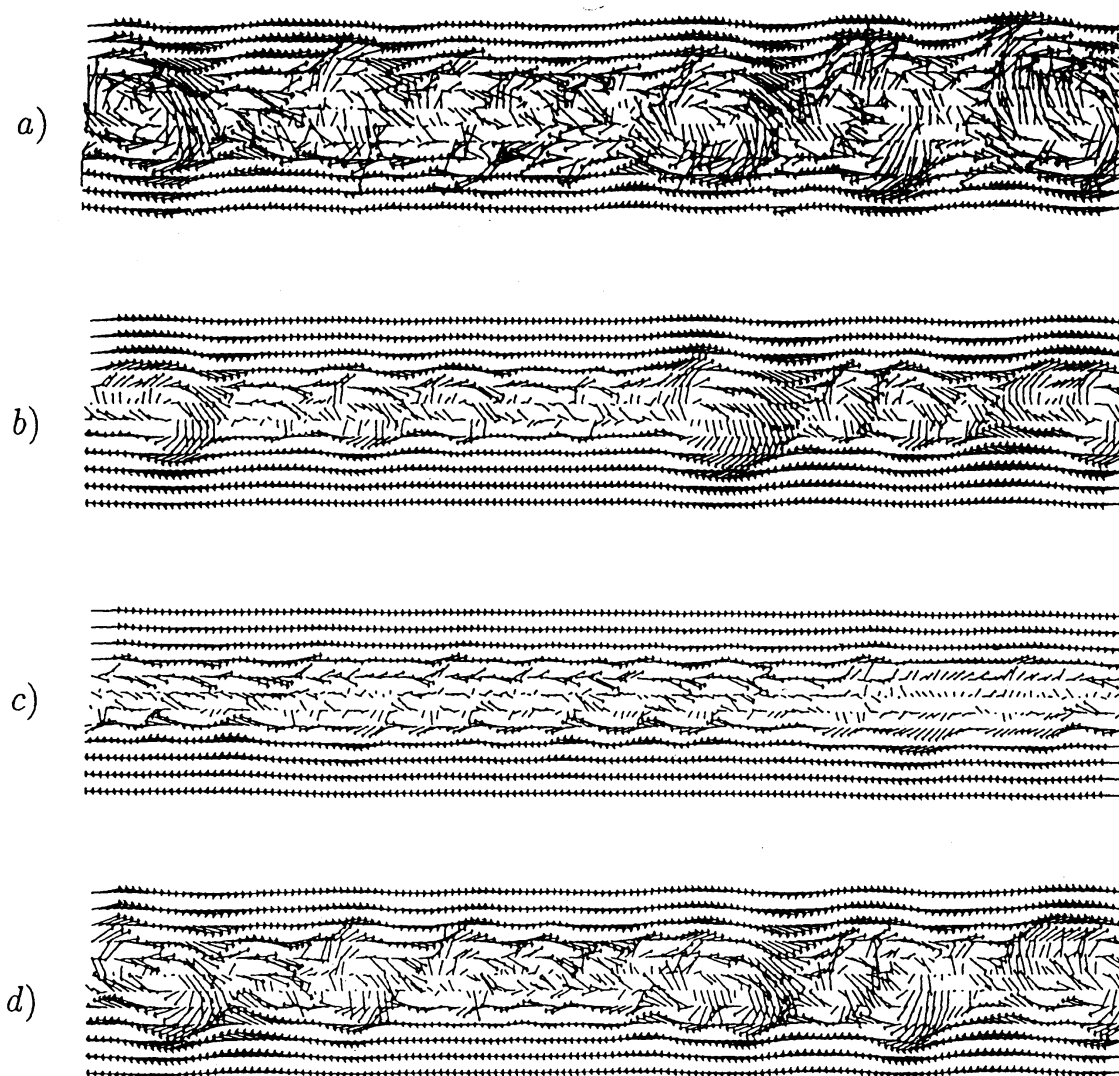
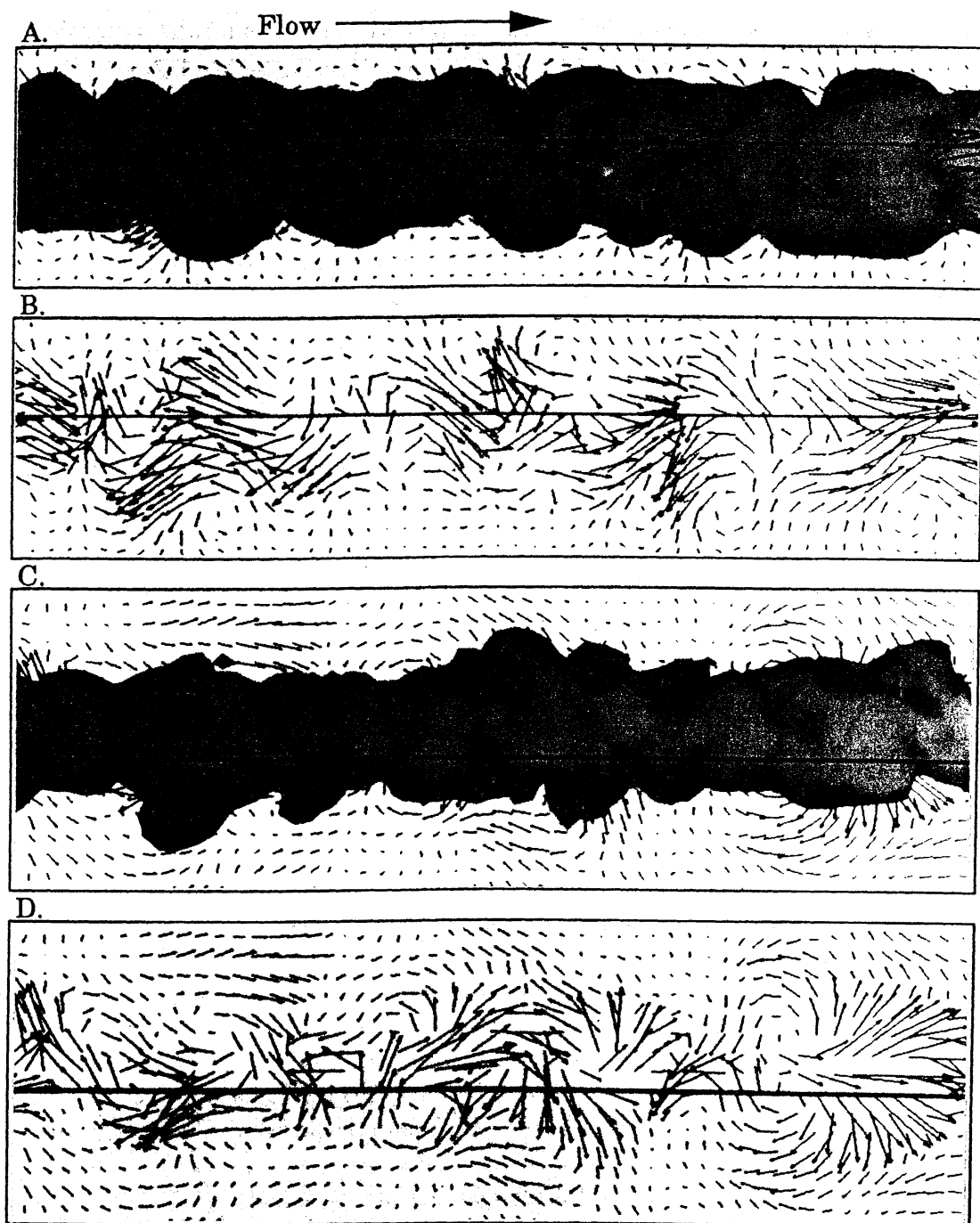
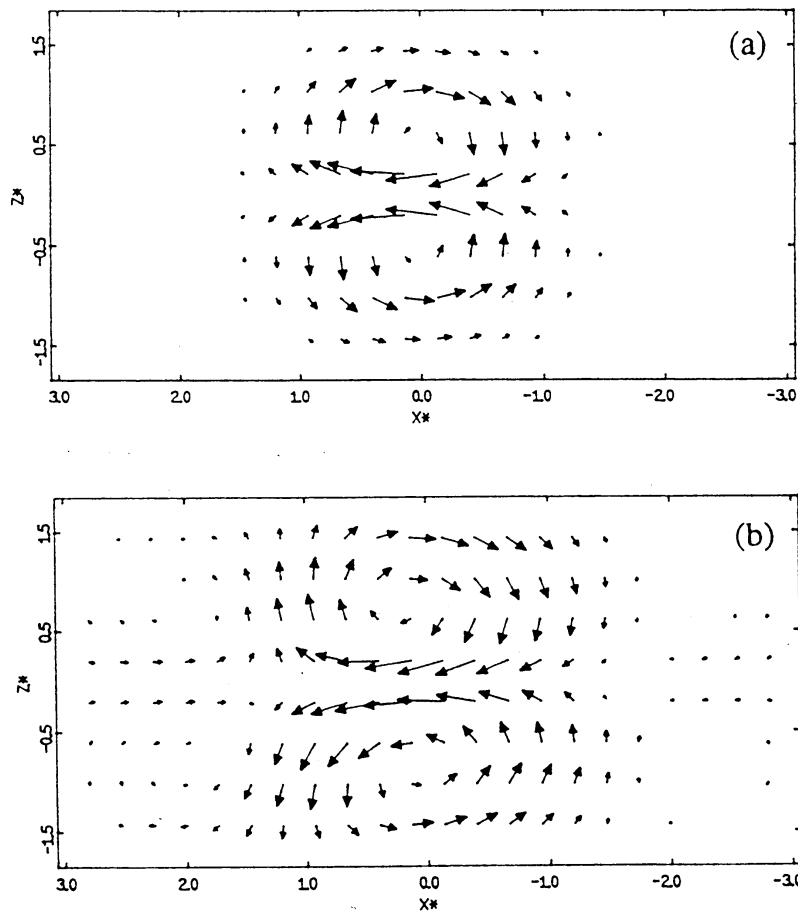
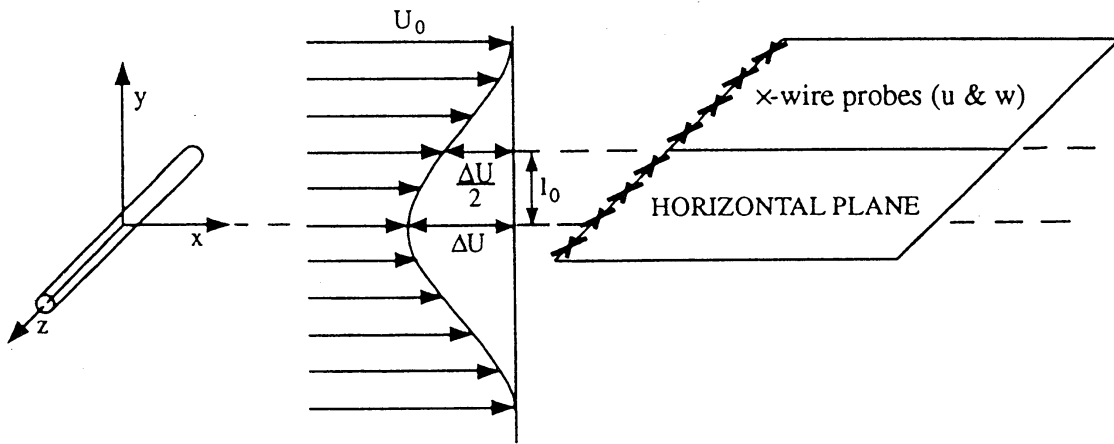


Fig. 2 Instantaneous flow patterns in the mixing layer, experiment I: a) Original directly measured velocity field. b) Contribution of first mode of the POD_{uv}. c) Contribution of the second mode. d) Contribution of the first three modes.



☒ 3 A short time history of a reconstructed field: A. side view of an iso-surface of constant vorticity magnitude with velocity vectors. B. side view of the velocity vectors only. C. top view of the same reconstructed field, iso-surface and velocities. D. top view with only the velocities shown.



4 PR analysis of the u and w data in the horizontal plane. (a) initial template. (b) ensemble average after three iterations.

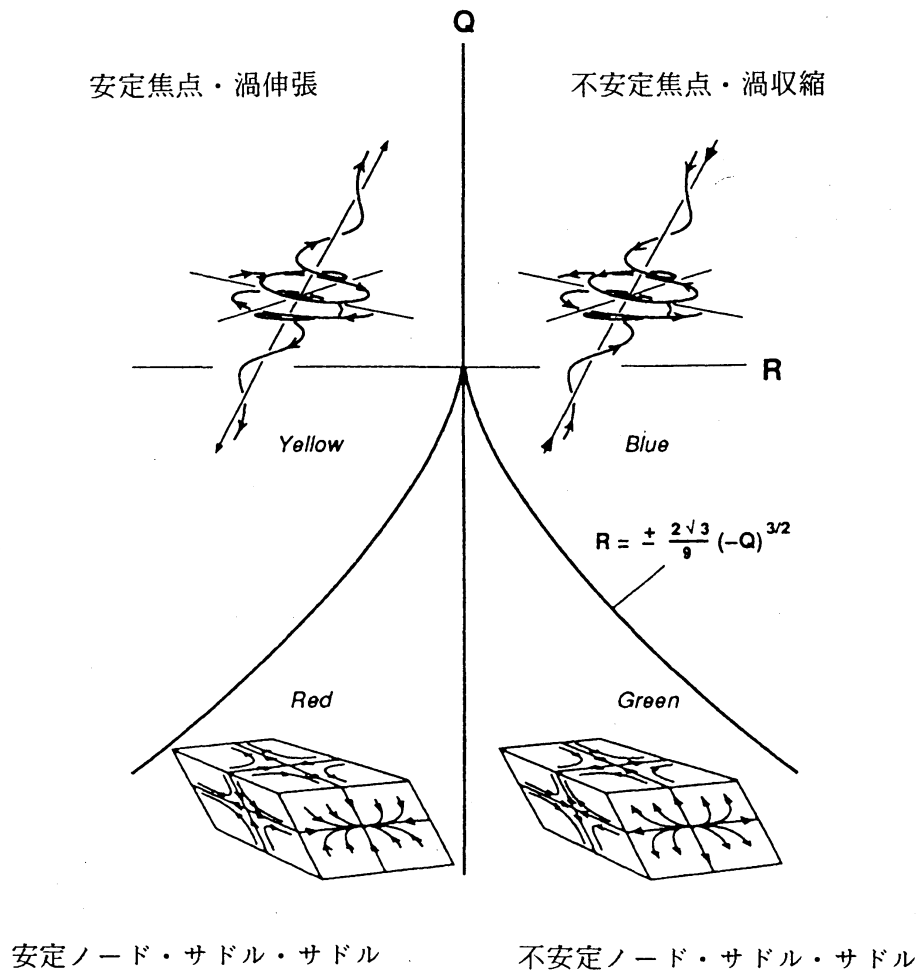


図 5 Identification of local non-degenerate flow topologies in the plane $P = 0$.

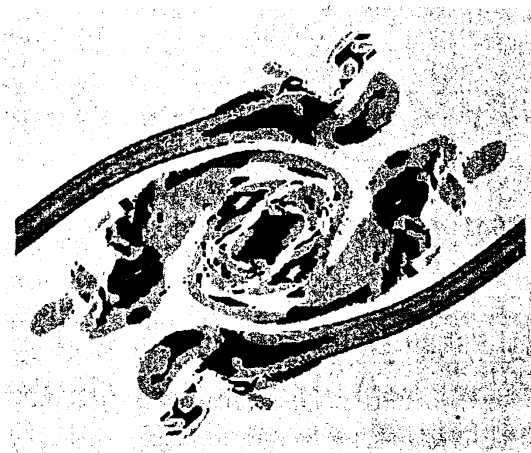


図 6 混合層の局所トポロジー分布
 黒い部分；不安定焦点・渦収縮、 灰色部分（背景を除く）；安定焦点・渦伸張。
 原図はカラーであり赤と緑の部分があるがごく少ない空間を占めている。