

クエット乱流の大規模ストリークの空間構造の解明

Spatial structure of large scale streaks in turbulent Couette flow

梅木雅之 (Masayuki UMEKI) 鬼頭修己 (Osami KITOH)

1 緒論

平行平板間クエット乱流の流路中央部における主流方向に大きく伸びた大規模縦渦構造の存在が報告されている^{[2][3]}。大規模縦渦の対流運動により流路中央部には大規模ストリーク構造が生じる。近年、壁組織構造の解明のために Hamilton ら^[1]は、ミニマルクエット乱流の DNS を行いストリークの再生サイクルの存在を示した。このサイクルにおいて、ストリークはスパン方向に揺らいだ空間構造とまっすぐに伸びた構造を周期的に繰り返す。しかし、周期境界条件を課したミニマルクエット乱流の結果が実際のクエット乱流の流路中央部に現われる大規模ストリークにもあてはまるのか詳細は不明である。従って本研究では、平行平板クエット乱流に現れる大規模ストリークの空間構造に焦点を絞り解明を行う。

4 線式や 16 チャンネル I 型熱線プローブによる速度の空間分布測定、スモークワイヤ法による流れ場の空間構造の可視化を行い、得られた主流方向変動速度の相関係数や離散ウェーブレット変換を用いて大規模ストリークの空間構造について考察を行う。

2 実験装置

本研究に用いた実験装置を Fig.1 に示す。流路幅は 880mm、流路高さは $2h = 27\text{mm}$ である。クエット乱流は、下壁ベルトを速度 U_b で動かすことにより実現した。

Fig.2 と Fig.3 にそれぞれ今回用いた 4 線式熱線プローブと 16 チャンネル I 型熱線を示す。4 線式熱線プローブは、2つの異なる X 型熱線プローブを組み合わせたもので瞬時の速度 3 成分 (u_i' $i = 1, 2, 3$) を測定することができる。また、16 チャンネル I 型熱線は、I 型熱線プローブをスパン方向に 16 本並べたものである。それぞれの I 型熱線の間隔は 7mm、スパン方向の測定範囲は 105mm で流路高さの 4 倍程度である。双方の熱線プローブにおいて、測定は、 $x_1/(2h) = 120$, $x_2/(2h) = 0.5$ の位置に設置してサンプリング周波数 10kHz で行った。得られた時系列データをテイラーの凍結乱流の仮説を用いて時間軸から主流方向座標 x_1 に変換した。

3 実験結果と考察

3.1 ストリークの空間構造

流路中央部においてクエット乱流およびポアズイユ乱流の変動速度 u_i' ($i = 1, 2, 3$) を 4 線式熱線プローブを用いて測定した。測定した変動速度 $u_i'(x_1)$ から式 (1) で定義される相互相関係数 $R_{ij}(\Delta x_1/(2h))$ をそれぞれ Fig.4 と Fig.5 に示す。ポアズイユ乱流では $R_{11}(\Delta x_1/(2h))$ が $\Delta x_1/(2h) = 3$

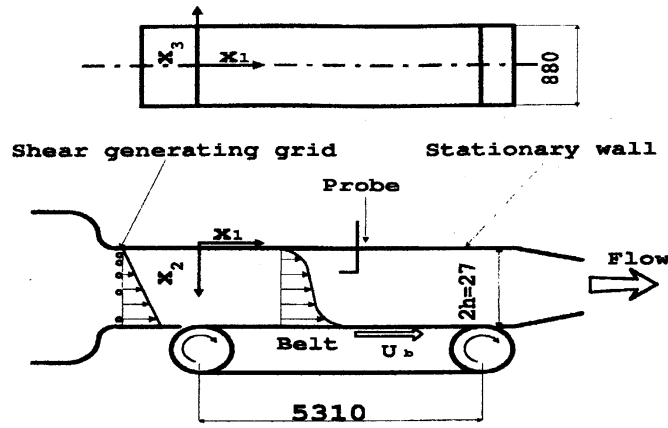


Fig. 1: Experimental apparatus.

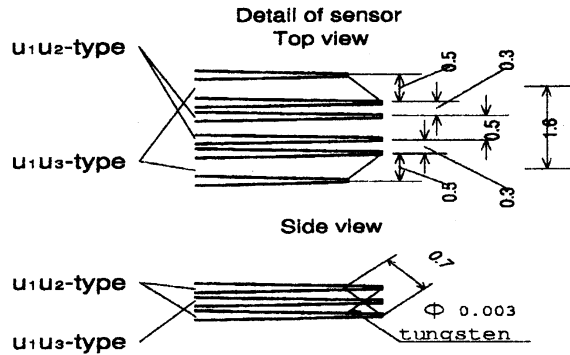


Fig. 2: 4-wire probe.

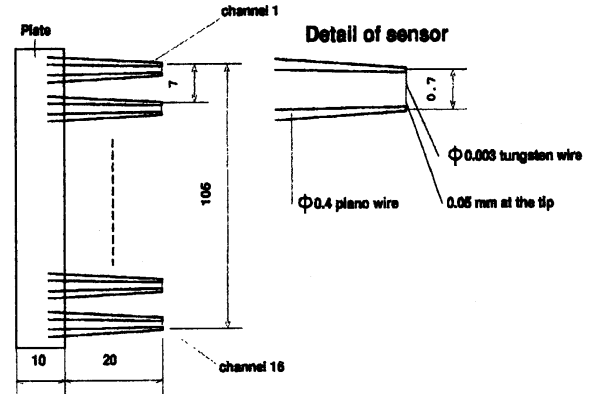


Fig. 3: 16 channel I-type hot-wire probe.

程度でゼロとなり流路高さの数倍程度主流方向に伸びた構造が流路中央部に存在していることがわかる。また、 $R_{ij}(\Delta x_1/(2h))$ ($i \neq j$) は、ゼロとなる。 $\Delta x_1/(2h) = 0$ においてもゼロとなるのはポアズイユ乱流では流路中央部において平均流のせん断が存在せずレイノルズ応力のせん断成分がゼロとなるためである。クエット乱流では、 $R_{11}(\Delta x_1/(2h))$ が $\Delta x_1/(2h) = 10$ 程度まで相関を持ちクエット乱流の流路中央部の大規模構造の存在を認めることができる。また $R_{12}(\Delta x_1/(2h))$ も $\Delta x_1/(2h) = 10$ 程度まで相関を持ちポアズイユ乱流と大きく異なっている。これは、クエット乱流の流路中央部にはせん断 $\partial u_1/\partial x_2$ があるためである。

$$R_{ij}(\Delta x_1/(2h)) = \frac{\int_{-L/2}^{L/2} u'_i(x_1) u'_j(x_1 + \Delta x_1) dx_1}{\sqrt{\int_{-L/2}^{L/2} u'_i(x_1, x_3)^2 dx_1} \sqrt{\int_{-L/2}^{L/2} u'_j(x_1, x_3)^2 dx_1}} \quad (1)$$

クエット乱流の流路中央部に現れる大規模ストリークの空間構造を調べるためにスモークワイヤ法による可視化を行った。可視化はニクロム線をスパン方向に平行に 20mm 間隔で 32 本並べて行った。可視化写真の一例を Fig.6 に、この可視化写真のタイムラインから求めた主流方向変動速度 $u'_1(x_1, x_3)$ の等値線を Fig.7 に示す。Fig.7 からクエット乱流の主流方向に長く伸びたストリーク構

造を確認することができる。スモークワイヤ法による可視化は、瞬時の空間構造を捉えるには適しているが定量的な評価が困難である。そこで、テイラーの凍結乱流の仮説を用いることで16チャンネルI型熱線プローブでストリークの空間構造の測定を行った。測定により得られた $u_1(x_1, x_3)$ の分布を Fig.8 に示す。比較のため Fig.9 にポアズイユ乱流での測定結果も示す。図よりクエット乱流には主流方向に伸びたストリーク構造が存在していることがわかる。ポアズイユ乱流においてはそのような構造を明確に確認するとはできない。さらに、式(2)により相関 $R_{11}(\Delta x_1/(2h), \Delta x_3/(2h))$ をもとめその等値線図を Fig.10 に示した。

$$R_{11}(\Delta x_3/(2h)) = \frac{\int_{-L/2}^{L/2} \int_{-H/2}^{H/2} u'_1(x_1, x_3) u'_1(x_1, x_3 + \Delta x_3) dx_3 dx_1}{\int_{-L/2}^{L/2} \int_{-H/2}^{H/2} u'_1(x_1, x_3) u'_1(x_1, x_3) dx_3 dx_1} \quad (2)$$

図よりクエット乱流に現れるストリーク構造は、主流方向に $\Delta x_1/(2h) = 20$ 程度、スパン方向 $\Delta x_3/(2h) = 1$ 程度のスケールを持ちスパン方向に交互に並んでいることが分かる。

より詳しく調べるために、 $u'_1(x_1, x_3)$ の2次元離散ウェーブレット変換を行う(式(3))。

$$\tilde{u}_{1j_1, k_1j_3, k_3} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} u'_1(x_1, x_3) \Psi_{j_1, k_1j_3, k_3}(x_1, x_3) dx_1 dx_3 \quad (3)$$

ここに、 $\Psi_{j_1, k_1j_3, k_3}(x_1, x_3)$ は、ウェーブレット関数である。また j_1, j_3 及び k_1, k_3 は、それぞれ x_1 方向及び x_3 方向のスケールパラメータ及びトランスレートパラメータである。スケールパラメータは、正の整数の値をとる。本研究では、その値が大きいほど小さいスケールを表すこととする。ウェーブレット逆変換は次式(4)で表される。

$$u'_1(x_1, x_3) = \sum_{j_1} \sum_{k_1} \sum_{j_3} \sum_{k_3} \tilde{u}_{1j_1, k_1j_3, k_3} \Psi_{j_1, k_1j_3, k_3}(x_1, x_3) \quad (4)$$

ウェーブレット エネルギー スペクトルは、ウェーブレット係数の自乗を各方向のトランスレートパラメータに関して総和をとったもので定義される(式(5))。

$$E_{j_1j_3} = \sum_{k_1} \sum_{k_3} |\tilde{u}_{1j_1, k_1j_3, k_3}|^2 \quad (5)$$

$E_{j_1j_3}$ は、スケールパラメータ j_1 (主流方向)と j_3 (スパン方向)に関するエネルギースペクトルである。本報では、トータルのエネルギー $\sum_{j_1} \sum_{j_3} E_{j_1j_3}$ で規格化を行い、同じ $E_{j_1j_3}$ で表す。Fig.11 に2次元ウェーブレットエネルギースペクトルで $j_3 = 3$ だけを取り出した $E_{j_1j_3=3}$ を示す。スケール $j_3 = 3$ に相当するスパン方向のスケールは流路高さ程度に対応しており、スケールパラメータ j_1 に対応するスケールは図中に示してある。このスペクトルの特徴として $j_1 = 3$ と $j_1 = 11$ の2個所に盛り上がりが見られる。これは、図中の2点鎖線で示すように分割して考えるとそれぞれが大規模構造と小スケールの運動からの寄与と考えられる。

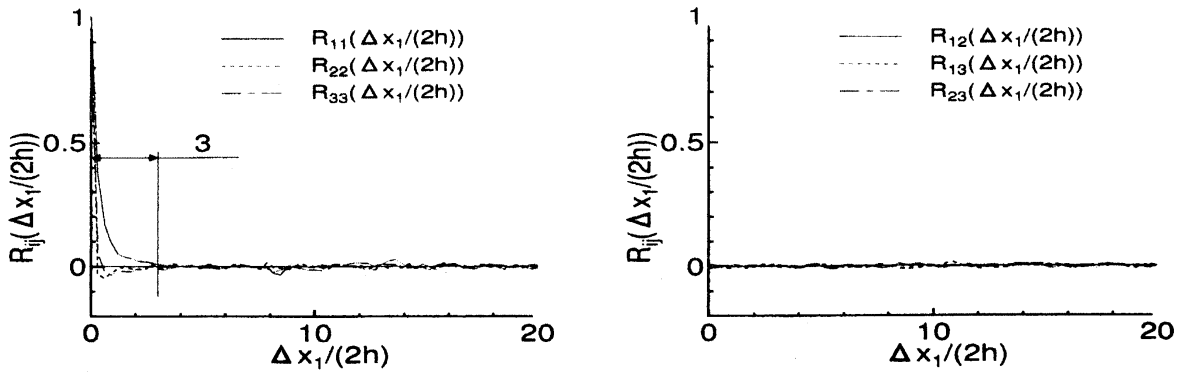


Fig. 4: Cross-correlation of Poiseuille flow

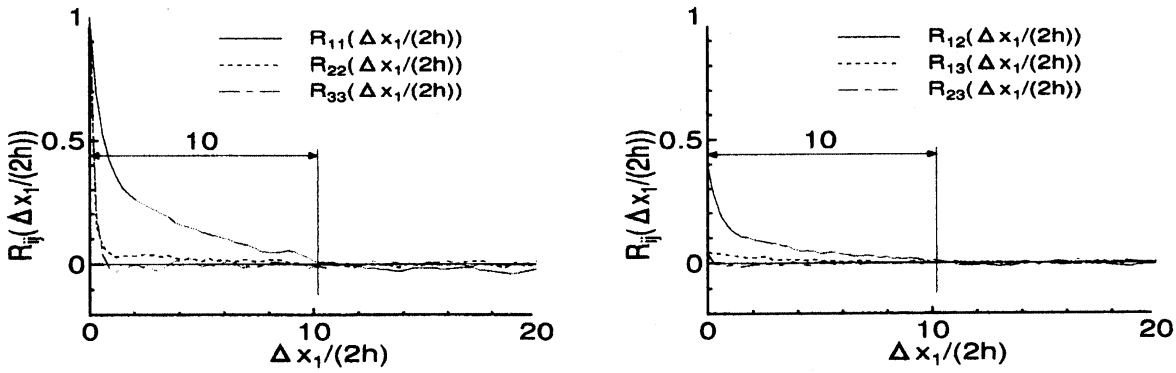
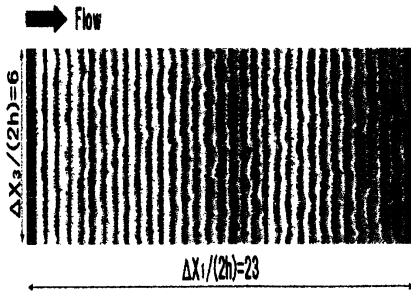
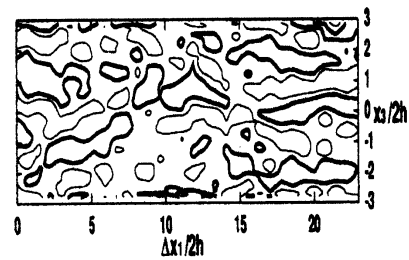


Fig. 5: Cross-correlation of Couette flow

Fig. 6: Flow visualization on $x_1 - x_3$ plane at $x_2/(2h) = 0.5$.Fig. 7: Equi-velocity contours of $u'_1(x_1, x_3)$ at center plane: thick lines depict $u'_1/U_c = -0.05$ and thin lines $u'_1/U_c = 0.05$.

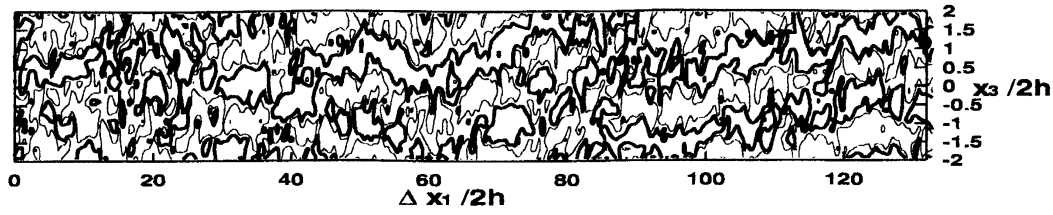


Fig. 8: Contours of $u'_1(x_1, x_3)$ for Couette flow at center plane: a bold line depicts $u'_1/U_c = -0.05$ and a thin line $u'_1/U_c = 0.05$.

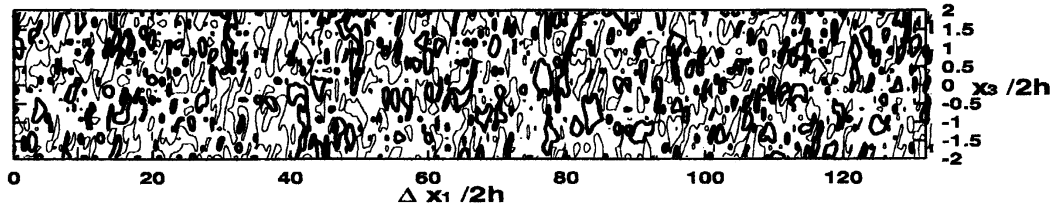


Fig. 9: Contours of $u'_1(x_1, x_3)$ for Poiseuille flow at center plane: a bold line depicts $u'_1/U_c = -0.03$ and a thin line $u'_1/U_c = 0.03$.

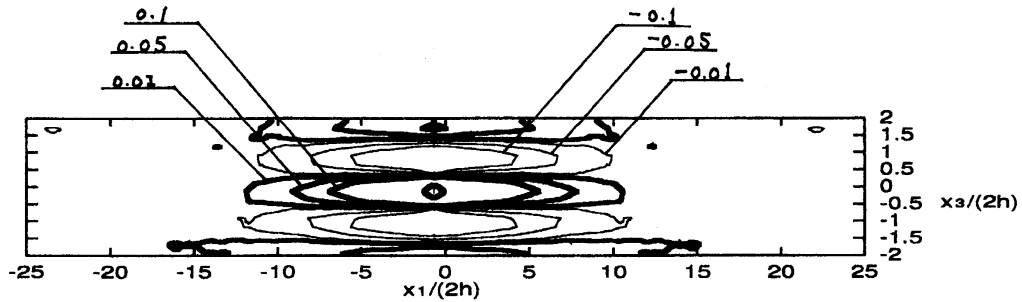


Fig. 10: Spanwise-streamwise correlation of the streamwise velocity of Couette flow.

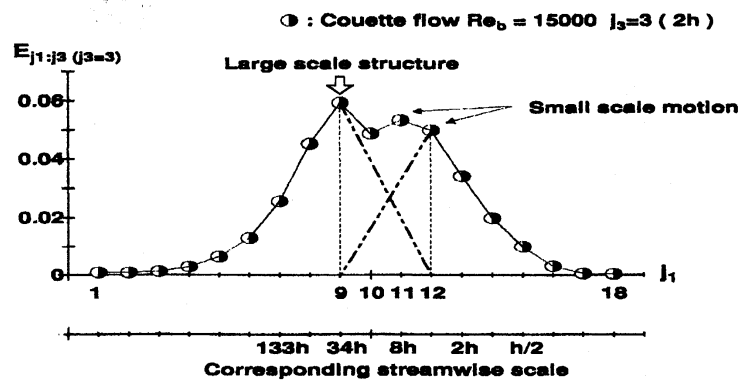


Fig. 11: Wavelet energy spectrum of $u'_1(x_1, x_3)$ at $j_3 = 3$ of Couette flow.

3.2 ストリークの周期的変動

クエット乱流のストリークは、Fig.8 に示したように途中で途切れたりしてその空間構造を調べることは困難である。そこで本研究においては、流路途中 ($x_1/(2h) = 72$) に渦発生器を取りつけベアの縦渦を生成して Fig.12 に示すように途中で途切れることのない低速ストリークを導入し、そのストリークの空間構造を調べた。ストリークの主流方向の構造を定量的に調べるため Fig.13 のように低速ストリークの中心位置を x_1 の関数として $q(x_1)$ で示す。この $q(x_1)$ の自己相関係数 ($R_{qq}(\Delta x_1/(2h))$) を Fig.14 に示す。Fig.14 より、低速ストリークは、波長 $\Delta x_1/(2h) = 20$ 程度で揺らいでいることが分かる。次に、式 (6) で定義される $q(x_1)$ の離散ウェーブレット変換を行いそのスペクトル $E(j) = \sum_k |\tilde{q}_{j,k}|^2$ を求めた (Fig.15)。ここに、 j と k は、それぞれ x_1 方向のトランスレートパラメータとスケールパラメータである。また、 $\Psi(x_1)$ は、ウェーブレット関数であり本研究では Daubechies のウェーブレット関数を用いた。Fig.15 から分かるようにスペクトルは $j = 9$ のスケールでピークを持つ。 $j = 9$ で表されるスケールは、 $q(x_1)$ の自己相関係数 R_{qq} で示した揺らぎ $\Delta x_1/(2h) = 20$ に対応している。このストリークの揺らぎの特徴を調べるために $j = 9$ のエネルギー $E_9 = |\tilde{q}_{j=9,k}|^2$ の分布を Fig.16 に示す。エネルギースペクトル E_9 が $x_1/(2h) = 200$ 程度の間隔で大きく盛り上がっている。そこで、Fig.16 の一部を取り出したもの (Fig.15) と式 (7) で求めた $j = 9$ での $q(x_1)$ の再構成 $q^L(x_1)$ を Fig.17 に示す。エネルギーが盛り上がっている部分はストリーク ($q^L(x_1)$) がスパン方向に大きく揺らいでおりその波長は、 $\Delta x_1/(2h) = 20$ 程度である。また、ストリークは、スパン方向に揺らぐ部分とフラットな部分が現われていることが分かる。これは、Hmailton らの示したストリークの再生サイクルに対応していると推測される。

$$\tilde{q}_{j,k} = \int_{-\infty}^{+\infty} q(x_1) \Psi_{j,k}(x_1) dx_1 \quad (6)$$

$$q^L(x_1) = \sum_k \tilde{q}_{j=9,k} \Psi_{j=9,k}(x_1) \quad (7)$$

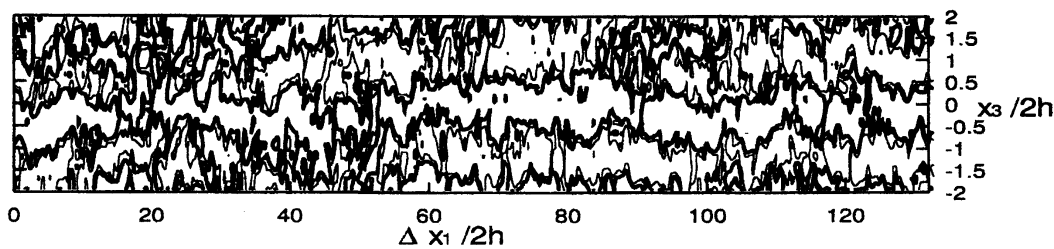
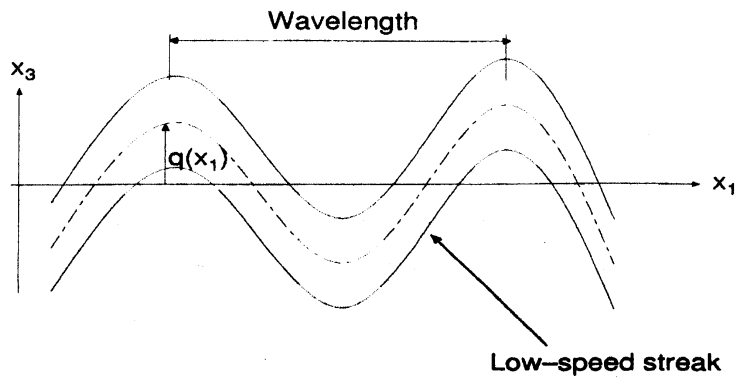
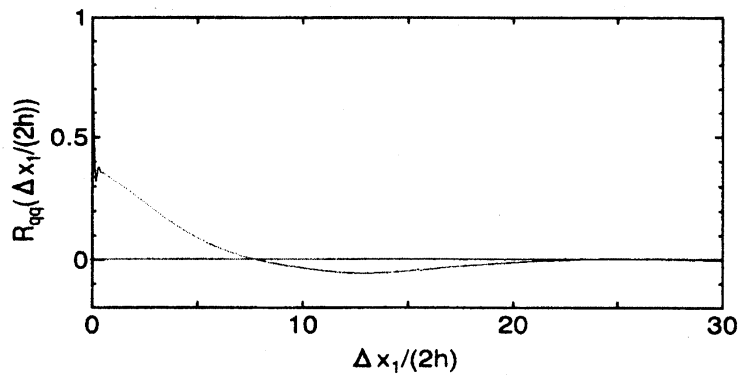
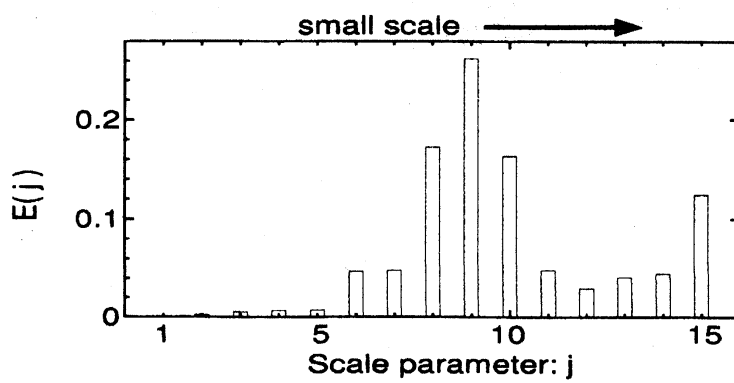


Fig. 12: Contours of $u'_1(x_1, x_3)$ for Couette flow at center plane: a bold line depicts $u'_1/U_c = -0.05$ and a thin line $u'_1/U_c = 0.05$.

Fig. 13: Definition of $q(x_1)$ Fig. 14: Autocorrelation of $q(x_1)$ Fig. 15: Wavelet energy spectrum of $q(x_1)$.

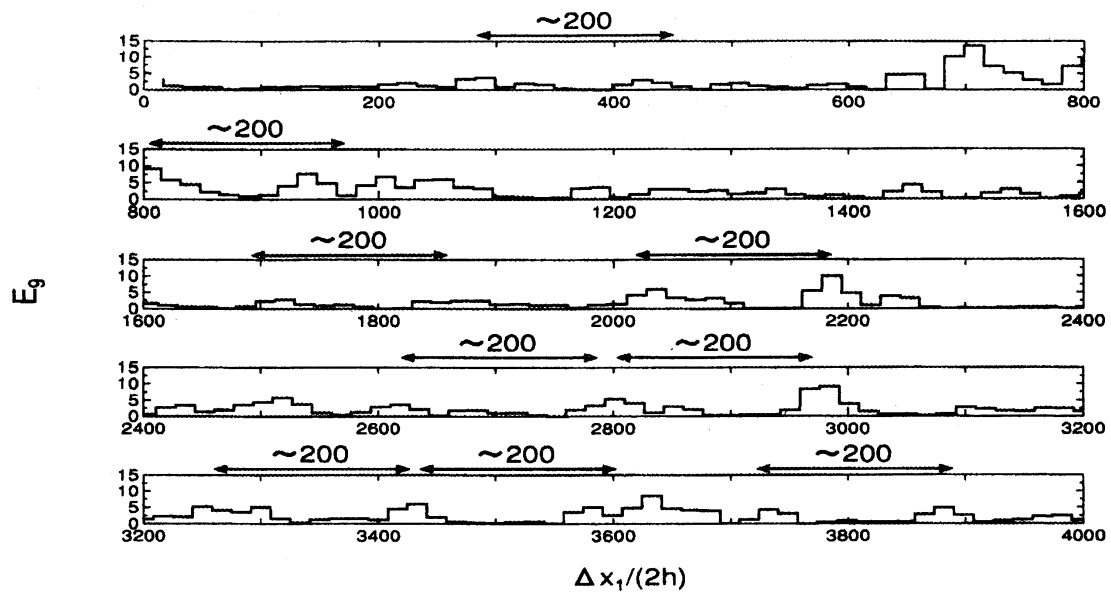
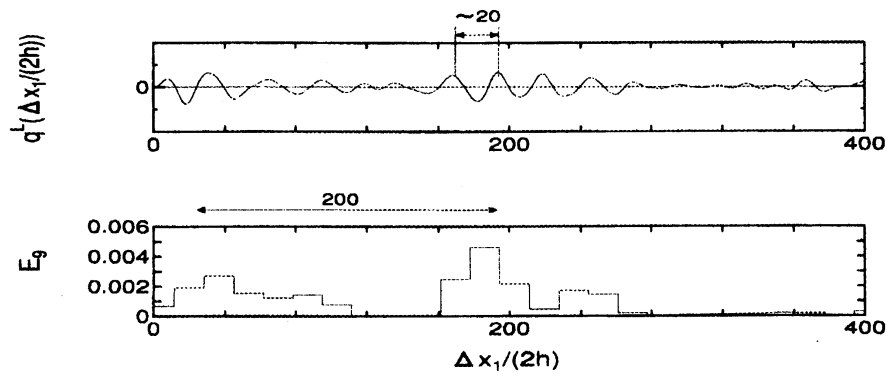


Fig. 16: spectrum-8-2

Fig. 17: Distribution of $E(j=9)$ and $q^L(x_1)$

4 結論

本研究は実験的にクエット乱流の流路中央部に現われる大規模ストリークの空間構造の解明を行ったものである。本研究により以下のことが分かった。

1. クエット乱流の流路中央部には、主流方向に $\Delta x_1/(2h) = 20$ 、スパン方向に $\Delta x_3/(2h) = 1$ 程度のスケールを持った大規模ストリークがスパン方向に交互に並んだような構造が存在する。
2. 渦発生器を取り付けてストリークの構造を調べた結果ストリークは波長 $\Delta x_1/(2h) = 20$ 程度で揺らぐ部分が $\Delta x_1/(2h) = 200$ 程度の間隔で現われる。これは、Hamilton らが示したストリークの再生サイクルに対応しているものと推測される。

5 文献

- [1] J. Hamilton et al., *J. Fluid Mech.*, 1995, 317-348
- [2] J. Komminaho et al., *J. Fluid Mech.*, 1996, 259-285
- [3] M. J. Lee & J. Kim, *Proc. of 8th Symposium on Turbulent Shear Flow*, 1991, 5-3-1
- 5-3-6