

$SU(2, 1)$ 上の実新谷関数

東大数理科学 都築 正男 (Masao Tazuki)

§0 序

G を連結半単純リー群, 中心が有限なものを, K をその極大コンパクト部分群とする。 G の閉部分群 R と, その Hilbert 表現 ρ に対して, C^∞ -写像 $F: G \rightarrow \mathcal{H}_\rho^\infty$ があり, $\forall r \in R$ $\forall g \in G$ に対して $F(rg) = \rho(r)F(g)$ とみたすものの全体の空間を $C_\rho^\infty(R \backslash G)$ とおく。 $C_\rho^\infty(R \backslash G)$ には G が右移動により作用し, その微分によって, リー環 $\mathfrak{g} = \text{Lie}(G)$ の自然な作用と存在する。以下, G の既約 $(\mathfrak{g}, K)$ -加群 π に対して,

intertwining operator の空間 $I_{\mathfrak{g}, K} \pi := \text{Hom}_{(\mathfrak{g}, K)}(\pi^*, C_\rho^\infty(R \backslash G))$ を問題にする。(但し, π^* は π の反順表現。)

π が, G の離散系列表現に付随する $(\mathfrak{g}, K)$ -加群の場合, 山下氏により, $I_{\mathfrak{g}, K} \pi$ の Schmidt 作用素を用いた特徴づけが得られている ([5])。ここでは, $G = SU(2, 1)$, R が, G の対合 $\sigma(g) = I_{1,2}^{-1} g I_{1,2}$ ($I_{1,2} = \begin{pmatrix} 1 & & \\ & -1 & \\ & & -1 \end{pmatrix}$) の固定点全体となる閉部分群 ($\cong U(1, 1)$) の場合に, G の離散系列表現 π に対して, 空間 $I_{\mathfrak{g}, K} \pi$ を山下氏の方法によって調べると同時に, $I_{\mathfrak{g}, K} \pi$ に属する intertwining operator の行列要素の

明示公式を与える。数論的な観点からみると、 $I_2 \pi$ に属する intertwining operator の行列要素は、村瀬-菅野両氏の保型 L -関数の積分表示の理論に現われる。「新谷関数」の実素点 upper 類似物と見做され、その適当な積分変換は、ある種の保型 L -関数の Γ -因子を与えると期待される。

§1. 記号

$$G = SU(2, 1) = \{ g \in SL_3(\mathbb{C}) \mid {}^t \bar{g} \begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & -1 \end{pmatrix} g = \begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & -1 \end{pmatrix} \}$$

$$K = \left\{ \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k' \end{pmatrix} \in G \mid k \in U(2), k' \in U(1) \right\} \cong U(2)$$

と置く。 K は G の極大コンパクト部分群となる。

$$\mathfrak{k} := \left\{ \begin{pmatrix} 0 & u \\ \bar{u} & 0 \end{pmatrix} \mid u \in M_{2,1}(\mathbb{C}) \right\} \subset \mathfrak{g}$$

と置く。 Cartan 分解 $\mathfrak{g} = \mathfrak{k} \oplus \mathfrak{a}$ を得る。

$$\mathfrak{a} := \mathbb{R} H_1, \text{ (但し } H_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in \mathfrak{a}) \text{ ぬ。 } \mathfrak{a} \text{ の}$$

極大可換部分空間と与える。 $A = \exp(\mathfrak{a})$ と置く。

$$a_r := \exp((\log r) H_1) \ (r > 0) \text{ と置く。}$$

$\sigma: G \rightarrow G$ と §0 に述べる K の対合的自己同型とし、

$$H = \{ g \in G \mid \sigma(g) = g \} \text{ と置く。}$$

$$H = \left\{ \begin{pmatrix} h' & 0 \\ 0 & h \end{pmatrix} \in G \mid h' \in U(1), h \in U(1, 1) \right\} \cong U(1, 1)$$

となる。 $(H \backslash G)$ はアファイン対称空間の簡単な例である。

(1-2) H の部分群.

以下, $H \ni \begin{pmatrix} r & 0 \\ 0 & r \end{pmatrix} \mapsto r \in U(1,1)$ により, $H \cong U(1,1)$

と同一視する. H の部分群 K', A', M', N' を次のように

定める. $K' := K \cap H$ (H の極大コンパクト部分群).

$$A' := \left\{ a_r = \begin{pmatrix} \frac{r+r^{-1}}{2} & \frac{r-r^{-1}}{2} \\ \frac{r-r^{-1}}{2} & \frac{r+r^{-1}}{2} \end{pmatrix} \mid r > 0 \right\}$$

$$M' := \left\{ m_\theta := \begin{pmatrix} e^{i\theta} & 0 \\ 0 & e^{i\theta} \end{pmatrix} \mid \theta \in \mathbb{R} \right\}$$

$$N' := \left\{ \begin{pmatrix} 1+x\mathbf{i} & -\mathbf{i}x \\ \mathbf{i}x & 1-\mathbf{i}x \end{pmatrix} \mid x \in \mathbb{R} \right\} \quad (\mathbf{i} = \sqrt{-1})$$

§ 2. 表現の parametrization.

(2-1). ルート分解

T を G の対角行列全体のなる部分群とすると, T は, K に含まれる G のカルタン部分群となる. T のコ=タリー指標群 $\hat{T}$ は, 単位元の微分に対応させることにより, $\sqrt{-1}\mathfrak{t}^*$ のある

lattice L_T と同一視される. $\lambda = (\ell_1, \ell_2) \in \mathbb{Z}^{\oplus 2}$ により,

$\chi_\lambda \begin{pmatrix} t_1 & t_2 & t_3 \end{pmatrix} = t_1^{\ell_1} t_2^{\ell_2}$ といふ, $\chi_\lambda \in \hat{T} \cong L_T$ と定めると,

$\mathbb{Z}^{\oplus 2} \cong L_T$. $\alpha_{ij} \ (1 \leq i, j \leq 3, i \neq j) \in L_T$ と,

$\alpha_{ij} \begin{pmatrix} t_1 & t_2 & t_3 \end{pmatrix} = t_i t_j^{-1}$ により定めると,

$$\bar{\Sigma} := \bar{\Sigma}(t_c, t_c) = \{ \alpha_{ij} \mid 1 \leq i, j \leq 3, i \neq j \}$$

$$\bar{\Sigma}_c := \{ \bar{\Sigma} \text{ の compact roots } \} = \{ \pm \alpha_{12} \}$$

$$\bar{\Sigma}_n := \{ \bar{\Sigma} \text{ の non compact roots } \} = \{ \pm \alpha_{13}, \pm \alpha_{23} \}$$

$X_{\alpha_{ij}} := \begin{cases} E_{ij} & ((i, j) \neq (2, 1)) \\ -E_{ij} & ((i, j) = (2, 1)) \end{cases} \quad (E \in \mathfrak{sl}_3(\mathbb{C}))$ とおく
 と、 $X_{\alpha_{ij}}$ は root α_{ij} に属する root vector である。

$$\begin{cases} \mathfrak{g}_{\mathbb{C}} = \mathfrak{t}_{\mathbb{C}} \oplus \left(\sum_{i \neq j} \mathbb{C} X_{\alpha_{ij}} \right) \\ \mathfrak{k}_{\mathbb{C}} = \mathfrak{t}_{\mathbb{C}} \oplus \mathbb{C} X_{\alpha_{21}} \oplus \mathbb{C} X_{\alpha_{12}} \\ \mathfrak{h}_{\mathbb{C}} = \mathfrak{t}_{\mathbb{C}} \oplus \mathbb{C} X_{\alpha_{23}} \oplus \mathbb{C} X_{\alpha_{32}} \end{cases}$$

$$\mathfrak{t}_{\mathbb{C}} = \mathbb{C} H'_{12} \oplus \mathbb{C} H'_{13} \quad (\text{但し、} H'_{ij} = E_{ii} - E_{jj})$$

(2-2) $\widehat{K}$ の parametrization

$\Sigma_{\mathbb{C}}^{+} := \{\alpha_{12}\}$ ($\Sigma_{\mathbb{C}}$ の正のルート系) とおくと、 T の $\Sigma_{\mathbb{C}}^{+}$ -dominant weight 全体の集合 L_T^{+} は、

$$L_T^{+} = \{\lambda = (l_1, l_2) \in \mathbb{Z}^{\oplus 2} \mid l_1 \geq l_2\} \quad \text{となる。}$$

各 $\lambda \in L_T^{+}$ に対し、 $(\tau_{\lambda}, \mathcal{W}_{\lambda}) \in K$ の既約表現で、

highest weight λ を持つものとする。 $\mathcal{W}_{\lambda}$ の $\mathbb{C}$ -basis

$\{\vec{w}_i\}_{i=0}^{d_{\lambda}}$ (但し、 $d_{\lambda} = \dim_{\mathbb{C}} \mathcal{W}_{\lambda} = l_1 - l_2$) で、次の性質を持つものを選定する。(定数倍 ($\neq 0$)) を除いて $\{\vec{w}_i\}$ は唯一である。

$$\begin{cases} \tau_{\lambda}(H'_{12})\vec{w}_k = (2k - d_{\lambda})\vec{w}_k \\ \tau_{\lambda}(H'_{13})\vec{w}_k = (k + l_2)\vec{w}_k \\ \tau_{\lambda}(X_{\alpha_{12}})\vec{w}_k = (k+1)\vec{w}_{k+1} \quad (0 \leq k \leq d_{\lambda}) \\ \tau_{\lambda}(X_{\alpha_{21}})\vec{w}_k = (k - d_{\lambda} - 1)\vec{w}_{k-1} \end{cases}$$

(但し、 $\vec{w}_k = 0$ ($k = -1, d_{\lambda} + 1$)) とおく。

(highest weight 理論より) $\widehat{K} = \{\tau_{\lambda} \mid \lambda \in L_T^{+}\}$ 。

(2-3) G の離散系列表現

G の離散系列表現のハリシュ-チャンドラ parametrization を復習しておく。 Σ を L_T^+ の regular element 全体の集合とする。 (i.e. $\Sigma = \{\lambda \in L_T^+ \mid \langle \lambda, \alpha \rangle \neq 0 \ (\forall \alpha \in \Sigma)\}$)

$\hat{G}_{ds}$ を G の離散系列表現の同値類の集合とすると、各 $\Lambda \in \Sigma$ について、" Λ をハリシュ-チャンドラ parameter" により $\omega_\Lambda \in \hat{G}_{ds}$ が決まり、 $\Lambda \rightarrow \omega_\Lambda$ により、bijection $\Sigma \cong \hat{G}_{ds}$ が得られる。 Σ は、

$$\Sigma_I = \{(\ell_1, \ell_2) \in \mathbb{Z}^{\oplus 2} \mid \ell_1 > \ell_2 > 0\}$$

$$\Sigma_{II} = \{(\ell_1, \ell_2) \in \mathbb{Z}^{\oplus 2} \mid \ell_1 > 0 > \ell_2\}$$

$$\Sigma_{III} = \{(\ell_1, \ell_2) \in \mathbb{Z}^{\oplus 2} \mid 0 > \ell_1 > \ell_2\}$$

の disjoint union となる。 $\Lambda \in \Sigma_I$ (resp. Σ_{III}) の時、対応する ω_Λ は正則 (resp. 反正則) である。
 $\Lambda \in \Sigma_{II}$ の時、対応する ω_Λ は、Vogan の意味で large な表現である。 各 $\Lambda \in \Sigma$ について、ユニタリ-表現 $(\pi_\Lambda, H_\Lambda) \in \omega_\Lambda$ を固定する。

(2-4) H の表現

まず、H の主系列表現を定義しよう。

$n \in \mathbb{Z}$, $v \in \mathbb{C}$ に対して、 $\mathcal{V}_{n,v}$ を H 上の $\mathbb{C}$ -値可測関数 $\varphi: H \rightarrow \mathbb{C}$ として $\varphi|_{K'} \in L^2(K')$ なる、

$$\varphi(ar m a n' n) = r^{v+1} e^{in\theta} \varphi(n)$$

$(\forall a' \in A', \forall m' \in M', \forall n' \in N')$ を満たす ε の全体の空間とする。 $\varphi_1, \varphi_2 \in V_{n, \nu}$ に対して

$$\langle \varphi_1, \varphi_2 \rangle = \int_{K'} \varphi_1(k') \overline{\varphi_2(k')} dk'$$

(dk' : normalized Haar 測度) として、内積を定める。 $V_{n, \nu}$ は Hilbert 空間となり、 H は $V_{n, \nu}$ に右移動作用、 H の Hilbert 表現 $(\gamma_{n, \nu}, V_{n, \nu})$ を得る。 $\varepsilon \in \{0, 1\}$ に対して $\mathbb{D}_\varepsilon = \{n \in \mathbb{Z} \mid n \equiv \varepsilon(2)\}$ とおく。 $\gamma_{n, \nu}$ は $(n, \nu) \in \mathbb{D}_\varepsilon \times (\mathbb{Z} - \mathbb{D}_{\varepsilon'})$ に対しては既約。(但し $\{\varepsilon, \varepsilon'\} = \{0, 1\}$)

④ $\gamma_{n, \nu}$ の infinitesimal structure.

$(n, \nu) \in \mathbb{D}_\varepsilon \times \mathbb{Z}$ に対して $\gamma_{n, \nu}$ に付随する (φ, K') -加群の構造を適当な basis $\{\nu_m\}$ を用いて記述する。各 $m \in \mathbb{D}_\varepsilon$ に対して $\nu_m \begin{pmatrix} e^{i\theta} & \\ & e^{-i\theta} \end{pmatrix} = e^{im\theta} \quad (\theta \in \mathbb{R})$ を満たす C^∞ -ft $\nu_m \in V_{n, \nu}$ が唯一存在する。

<補題> $(\gamma_{n, \nu}^0, V_{n, \nu}^0)$ を $\gamma_{n, \nu}$ に付随する (φ, K') -加群とすると $V_{n, \nu}^0 = \bigoplus_{m \in \mathbb{D}_\varepsilon} \mathbb{C} \nu_m$ であり

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma_{n, \nu}^0(H'_{12})\nu_m = -\frac{m+n}{2}\nu_m \\ \gamma_{n, \nu}^0(H'_{13})\nu_m = -\frac{n-m}{2}\nu_m \\ \gamma_{n, \nu}^0(X_{\alpha_{23}})\nu_m = \frac{\nu-m+1}{2}\nu_{m-2} \\ \gamma_{n, \nu}^0(X_{\alpha_{32}})\nu_m = \frac{\nu+m+1}{2}\nu_{m+2} \end{array} \right. \quad (\nu \in \mathbb{D}_\varepsilon)$$

次に, H の離散系列表現全体 Σ . (主系列 $\chi_{n,0}$ の分解を用いて) parametrize する.

<補題> $n, k \in \mathbb{Z}$, $n \equiv k+1 \pmod{2}$, $k > 0$

とする. $\chi_{n,k}$ の両部分空間 $\psi_{n,\pm k}$ を.

$$\psi_{n,k} := \bigoplus_{\substack{m \in \mathbb{Z} \\ m \geq k+1}} \mathbb{C} \psi_m, \quad \psi_{n,-k} := \bigoplus_{\substack{m \in \mathbb{Z} \\ m \leq -k-1}} \mathbb{C} \psi_m$$

とあり, 定めると, これは H の作用で不変で, $\psi_{n,\pm k} := \chi_{n,k} | \psi_{n,\pm k}$ とおくと, $\psi_{n,\pm k}$ は H の離散系列に属する表現を与え $\widehat{H}_{ds} = \{ \psi_{n,k} \mid n, k \in \mathbb{Z}, n \equiv k+1 \pmod{2}, k \neq 0 \}$

§3 結果

$\pi = \pi_\Lambda$ ($\Lambda \in \widehat{G}$) を G の離散系列表現とする.

$\lambda \in \pi$ の Blattner parameter (i.e. π の minimal K -type の Σ_c^+ -highest weight) とし, K -embedding

$i_0: \mathcal{W}_\lambda \hookrightarrow H_\Lambda | K$ を固定する.

$$\begin{array}{ccc} I_{\eta,\pi} = \text{Hom}_{\widehat{G},K}(\pi^*, C_\eta^\infty(H \backslash G)) & \xrightarrow{i_0^*} & \text{Hom}_K(\tau_\lambda^*, C_\eta^\infty(H \backslash G)) \\ & \searrow \widehat{g}_{\eta,\lambda} & \downarrow \parallel \\ & & C_{\eta,\tau_\lambda}^\infty(H \backslash G / K) \end{array}$$

と $\widehat{g}_{\eta,\lambda}$ injective linear map $\widehat{g}_{\eta,\lambda}$ を決める.

但し, $C_{\eta,\lambda}^\infty(H \backslash G / K)$ は C^∞ -写像 $F: G \rightarrow H_\eta^\infty \otimes \mathcal{W}_\lambda$

2°. $F(h, k) = (\gamma^\infty(h) \otimes \tau_\lambda(k)) F(g) \quad (\forall h \in H, \forall k \in K)$

をみたすもの全体とする。次に、1階の微分作用素

$$D_{\gamma, \lambda}^- : C_{\gamma, \lambda}^\infty(H \backslash G / K) \longrightarrow C_{\gamma, \lambda}^\infty \tau_\lambda^-(H \backslash G / K).$$

(但し、 τ_λ^- は、 $\mathbb{C} \otimes \mathbb{C}$ の既約成分のうち、 Σ_c^+ -highest weight が $\lambda - \beta$ ($\beta \in \Sigma_n \cap \Sigma_\Lambda^+$) という形をとるものの和。 $\Sigma_\Lambda^+ = \{ \beta \in \Sigma \mid \langle \beta, \Lambda \rangle > 0 \}$)

と、 $D_{\gamma, \lambda}^- F(g) := (\sum_{i=1}^4 R_{X_i} F(g) \otimes X_i$ の τ_λ^- 成分。)

と定める。山下氏により、次の定理が得られている。

(<定理 [Y]>) γ が、 H の主系列表現又は、離散系列表現とすると、 $\bigcap_{\gamma, \lambda} I_{\gamma, \lambda} \pi \cong \ker(D_{\gamma, \lambda}^-)$ 。

(Note $G = SU(2, 1)$ の時、 $\forall \Lambda \in \mathcal{C}$ について、Blattner parameter λ は "壁から遠い")

更に、アファイン対称空間 $H \backslash G$ の構造論から

(<補題 [R]>) $\Gamma^* = N_K(A)$ とおくと、写像

$H \times A \times K \rightarrow G$ は、 C^∞ 級全射で、各 $g \in G$ について

その " A -成分" は、 $\text{Ad}(\Gamma^*)$ の作用を除き一意。

上の定理と、この補題を組み合わせることから、 $I_{\gamma, \lambda} \pi$ を記述するには、微分方程式 $D_{\gamma, \lambda}^- F = 0$ の解 F の "動径成分" $F|_A$ を決定すればよい。計算結果をまとめると次のようになる。

《定理A》 $\gamma = \gamma_{n,\nu} ((n,\nu) \in \mathbb{D}_\varepsilon \times (\mathbb{C} - \mathbb{D}_\varepsilon)) \in H$ の既約な主系
 列表現とする。 $\pi = \pi_\Lambda (\Lambda \in \mathbb{Z})$ の Blattner parameter ε
 $\lambda = (\ell_1, \ell_2)$ とする。 $\mu_{n,\lambda} := \frac{\ell_1 + \ell_2 + n}{3}$ とおく。この時、
 $\mu_{n,\lambda} \in \mathbb{D}$ がある。 $I_\gamma \pi = \{0\}$ とする。以下、 $\mu_{n,\lambda} \in \mathbb{D}$
 とする。

i) $\Lambda \in \mathbb{Z}_I \cup \mathbb{Z}_{III}$ ならば、 $I_\gamma \pi = \{0\}$

ii) $\Lambda \in \mathbb{Z}_{II}$ ならば、 $\dim_{\mathbb{C}} I_\gamma \pi = 1$ である。 $I_\gamma \pi$ の base
 T である。 $\gamma_T := \partial_{\gamma,\lambda}(T) | A$ の次のように与えられることが、唯一
 である。 $\gamma_T(a_r) = \sum_{i=0}^{d_\lambda} r_i(u;r) (v_{m_i} \otimes v_i^\gamma) \quad (r > 0)$

但し、 $m_i := -2i + d_\lambda + \mu_{n,\lambda}$

$$r_i(u;r) = \left(\prod_{j=i}^{\delta-1} \frac{u+m_j-1}{2\beta_j} \right) \left(\frac{r+r^{-1}}{2} \right)^{\alpha_i-2d_\lambda-4} \left(\frac{r-r^{-1}}{2} \right)^{\beta_i} \\
\times F\left(\frac{m_i+1+u}{2}, \frac{m_i+1-u}{2}; 1+\beta_i; \left(\frac{r-r^{-1}}{r+r^{-1}} \right)^2 \right) \\
(i=0, \dots, \delta-1) \quad \text{--- ①}$$

$$r_i(u;r) = \left(\prod_{j=\delta+1}^i \frac{u-m_j-1}{2\beta_j} \right) \left(\frac{r+r^{-1}}{2} \right)^{-\alpha_i} \left(\frac{r-r^{-1}}{2} \right)^{-\beta_i} \\
\times F\left(\frac{-m_i+1-u}{2}, \frac{-m_i+1+u}{2}; 1-\beta_i; \left(\frac{r-r^{-1}}{r+r^{-1}} \right)^2 \right) \\
(i=\delta+1, \dots, d_\lambda) \quad \text{--- ②}$$

$r_\delta(u;r)$ は、 $\delta=0$ の時は、 ② である。 $i=0$ とした式、
 $\delta \neq 0$ の時は、 ① である。 $i=\delta$ とした式である。

但し、 $\delta := \inf (d_\lambda, \sup (0, \mu_{n,\lambda} - \ell_2))$

$$\beta_i := -i - \ell_2 + \mu_{n,\lambda}, \quad \alpha_i = 2i - \mu_{n,\lambda} + 2$$

$F(a, u; c; z)$ は ガウスの 超幾何関数 である。

《定理B》 $\gamma = \alpha_k (n, k \in \mathbb{Z}, n \equiv k+1 (2), k \neq 0)$ と $\mathcal{H}$ の
離散系列の表現とする。 $\pi = \pi_\Lambda (\Lambda \in \Xi)$ の Blattner
parameter $\Sigma \lambda = (l_1, l_2)$ とおく。

$$\mu_{n,\lambda} := \frac{l_1 + l_2 + n}{3} \in \mathbb{Q} \text{ なるは } I_\gamma \pi = \{0\}.$$

$\mu_{n,\lambda} \in \mathbb{Z}$ の時.

i) $\Lambda \in \Xi_I$ の場合, $I_\gamma \pi \neq \{0\}$ となる条件は.

$$\left(\begin{array}{l} k > 0, \quad \frac{3(k+1)+n}{2} > l_1 + l_2 \\ 2l_2 - l_1 \leq \frac{3(k+1)-n}{2} \leq 2l_1 - l_2 \end{array} \right. \text{ なるは } \text{この}$$

条件のとき $\dim_{\mathbb{C}} I_\gamma \pi = 1$ なる。

$$\hat{\partial}_\gamma \pi(T)(a_r) = \sum_{i=0}^{p-1} \left(\prod_{j=i+1}^{p-1} \frac{2(j-d_\lambda-1)}{m_p - m_j} \right) \left(\frac{r-r'}{2} \right)^{\beta_i} \left(\frac{r+r'}{2} \right)^{-\mu_{n,\lambda}} \times (\nu_{m_i} \otimes \nu_i^\lambda)$$

を満つる基底 $T \in I_\gamma \pi$ が唯一である。

(但し, p は $k-1 = m_p$ なる決まる整数で, 上の条件)
の下なる, $1 \leq p \leq d_\lambda$ 。

ii) $\Lambda \in \Xi_{II}$ の場合, $I_\gamma \pi \neq \{0\}$ となる条件は.

$$0 < k < m_\gamma + 1 \quad \text{又} \quad m_\gamma - 1 < k < 0$$

なるは。この

条件のとき $\dim_{\mathbb{C}} I_\gamma \pi = 1$ なる。

$$\hat{\partial}_\gamma \pi(T)(a_r) = \sum_{i=0}^{d_\lambda} r_i(k; r) (\nu_{m_i} \otimes \nu_i^\lambda)$$

を満つる基底 $T \in I_\gamma \pi$ が唯一である。但し,

$$\delta = \inf(d_\lambda, \sup(0, \mu_{n,\lambda} - l_2))$$

なる $r_i(k; r)$ は, 定理 A の中で定められた関数。

iii) $\Lambda \in \Xi_{III}$ の場合. $I_{\gamma} \pi \neq \{0\}$ とする条件は.

$$\left(\begin{array}{l} k < 0, \quad \frac{\beta(k-1)+\gamma}{2} \leq l_1 + l_2 \\ 2l_2 - l_1 \leq \frac{\beta(k-1)-\gamma}{2} \leq 2l_1 - l_2 \end{array} \right. \quad \text{2-ある.} \quad \therefore$$

条件が 0 と 2-ある. $\dim_{\mathbb{C}} I_{\gamma} \pi = 1$ 2-.

$$\hat{j}_{\gamma, \lambda}(T)(a_n) = \sum_{i=p+1}^{a_n} \left(\prod_{j=p+1}^{i-1} \frac{2(j+1)}{m_j - m_p} \right) \left(\frac{v-v^{-1} - \beta_i}{2} \right) \left(\frac{v+v^{-1}}{2} \right)^{m_{n, \lambda}}$$

を満する基底 $T \in I_{\gamma} \pi$ $\times (v_{m_i} \otimes v_i^{\rightarrow})$
が唯一である。但し. p は. $-k+1 = m_p$ により決ま

る整数である。

[文献表]

[R] V. Rossmann: The structure of semisimple symmetric spaces Can. J. Math. 31 (1979) (157~180)

[K-O] H. Koseki T. Oda: Whittaker functions for the large discrete series representations of $SU(2,2)$ and related zeta integral.

(保型形式シンポジウム報告書 (1993))

[M-S] A. Murase - T. Sugano: Shimura function and its application to automorphic

L-functions for classical groups.
(I. The case of orthogonal groups)

(Math. Ann. 299. (17~56) (1994))

[Y] H. Yamashita: Embedding of discrete series into induced representations of semisimple Lie groups I, Japan. J. Math. 16. (31~95) (1990).