

K_ETpic による 3D モデル教材の作成および プリント教材との併用による教育効果について

長野工業高等専門学校・一般科 濱口 直樹 (Naoki Hamaguchi)

Faculty of General Education,
National Institute of Technology, Nagano College

東邦大学・理学部 高遠 節夫 (Setsuo Takato)

Faculty of Science,
Toho University

1 はじめに

高専および大学初年級における数学教育においては、関数のグラフや図形の理解が必要不可欠であるが、特に、曲面や立体図形について戸惑う学生の姿を見ることは少ない。

これに対して、多くの数学教員が紙媒体の教材作成に用いる L^AT_EX には、挿図が困難であるという欠点があったが、我々の開発した K_ETpic により、Scilab や R および数式処理システムによって裏付けされた正確さと、単純な線画であるという見やすさを兼ね備えた挿図が可能となった。

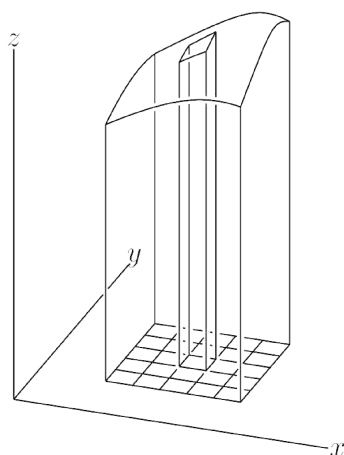


図 1

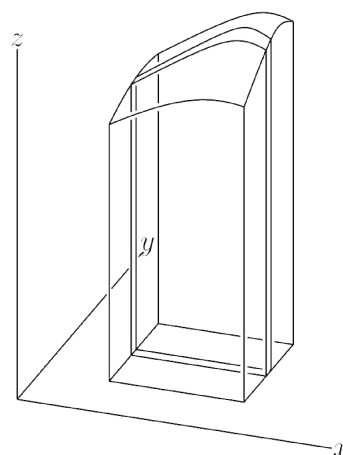


図 2

微分積分の授業においては、2重積分や累次積分の意味を説明するために、図1および図2を提示し、また、線形代数やベクトル解析では、図3の平面あるいは図4の曲面が用いられる。

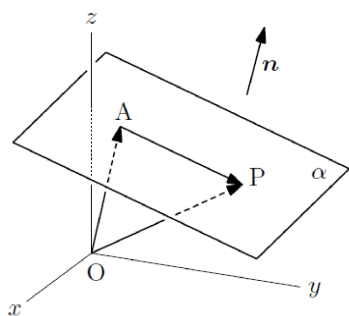


図 3

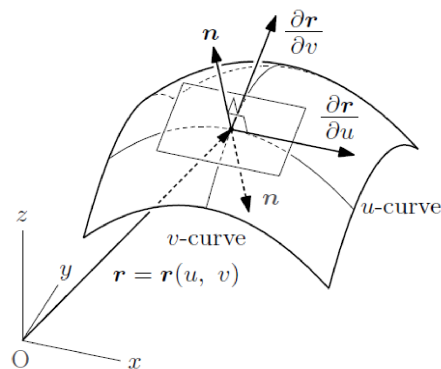


図 4

これらの図を黒板に描いて説明を行うことも多いが、正確に描くことは難しい。さらに、これらをノートに取ろうとする学生の感じる困難は、おそらくそれ以上のものである。これらの問題を解決するために K_ETpic は開発され、紙媒体の配付教材やスクリーンへの提示教材の作成支援ツールとなっている。

一方で、K_ETpic の長所として、その出力形式の多様性もあげられる。図の T_EX ファイルを出力するために用いたデータは、obj 形式での出力にも利用でき、さらにこのデータは 3D プリンタによる立体モデルの作成のための stl 形式に容易に変換される。これにより、1 つの図形に対する様々な形式のファイルがほぼ同時に生成されることになる。

現在では、曲面や立体図形の教材の提示方法が多様化されており、K_ETpic を用いて作成される様々な形の教材について、その教育効果を検証することが可能になる。本稿では、多様な形式で出力される K_ETpic の機能を紹介するとともに、作成される教材の効果について考察する。

2 3D データのコマンド

例として、関数 $z = \cos \sqrt{x^2 + y^2}$ のグラフを考える。この曲面は、Scilab 版 K_ETpic を用いて、以下のステップにより描かれる。

(1) 関数の定義:

```
Fd=list("p","x=V*cos(U)","y=V*sin(U)","z=cos(V)",
        "U=[0,2*%\pi]","V=[0,4*%\pi]","n");
```

(2) 境界線や輪郭線の処理:

```
G1=Sfbdparadata(Fd);
```

(3) 図ファイルの生成:

```
Openfile(Filename.tex);
Drwline(Projpara(G1));
Closefile();
```

(4) L^AT_EX ドキュメントへの挿図:

```
\input{filename.tex};
```

以上により、図5の曲面が描かれる。さらに、Wireparadata コマンドにより、図6を得る。

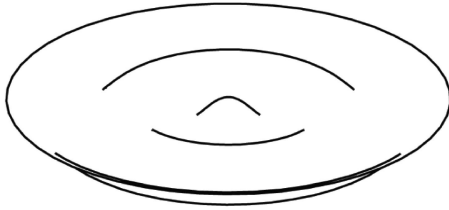


図 5

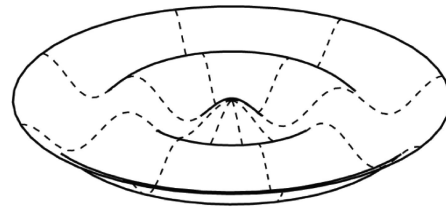


図 6

一方、obj 形式での出力のための操作は、以下の通りである。

- (1) 関数を定義する。コマンドは前述の通り。
- (2) obj 形式では、このステップは不要となる。
- (3) obj 形式の図ファイルの生成:

```
Openobj(Filename.obj);
  Objsurf(Fd,1);
Closeobj();
```

Objsurf 内のパラメータ (1 または -1) によって、曲面の表側を指定する。

- (4) Meshlab 等タブレット上でも 3D 画像を表示できるソフトウェアを用いて、図7を得る。

3D プリンタで立体モデルを作成するには、厚みを持ったデータの作成が必要である。この場合は、ステップ (3) において、コマンド “Objthicksurf” を用いる。

```
Openobj(Filename.obj);
  Objthicksurf(Fd,0.02,-0.02,1,"n+");
Closeobj();
```

生成された obj 形式のファイルを stl 形式に変換すると、3D プリンタによって図8の立体モデルを得る。

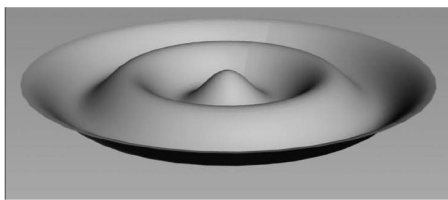


図 7

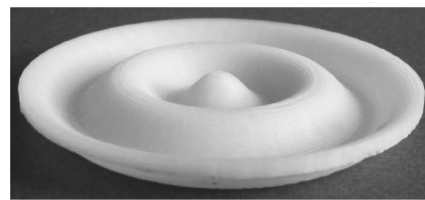


図 8

空間曲線についても同様である。

(1) 曲線を定義し，そのデータを作成する：

```
Sc=Spacecurve("[cos(t),sin(t),0.1*t]","t=[0,4*pi]");
```

(2) “Drwline” によって L^AT_EX の図ファイルを生成する：

```
Drwline(Sc);
```

“Objcurve” によって obj 形式のファイルを生成する：

```
Objcurve(Sc);
```

また，さらにコマンドを追加することにより，図 10 のように座標軸名を入れることもできる．この図の大きな長所は，軸，曲線，文字という数学的情報が得られやすい要素によって表現されている点である．これらの 1 次元的要素の利用は，数学教材においては欠かすことのできないものであり，次節においても考察することとする．

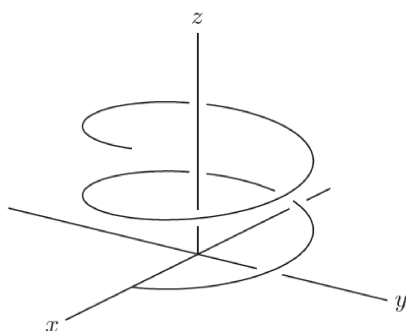


図 9

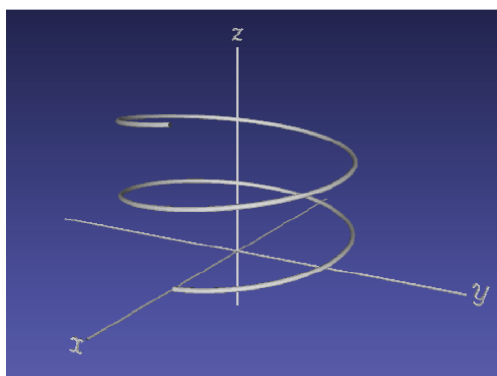


図 10

3 教育効果の比較

前節までに述べたとおり，現在，K_εTpic は紙媒体の配付教材，学生がタブレット上で扱える教材，および 3D 立体モデルとして手に取れる教材を作成するための総合支援ツールとなっている．様々な形で提示することが可能となったことを踏まえ，今後は学習内容による 3D モデル，タブレット，紙媒体の教材それぞれの教育効果を検討していく必要がある．本節では，これらの教材の効果について，いくつかの例を通して比較する．

図 11 の曲面は原点で不連続である関数

$$z = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$$

のグラフである．教材にはよく取り上げられながらもその曲面の形状を理解することは困難であった．「 x 軸に沿って原点に近づくときは $z = 1$ であり， y 軸に沿って原点に近づくときは $z = -1$ である．したがって，原点で連続ではない．」そのような説明を受け，図 11 のグラフを見たとしても，学生にとってはその存在でさえ確認しがたい曲面である．

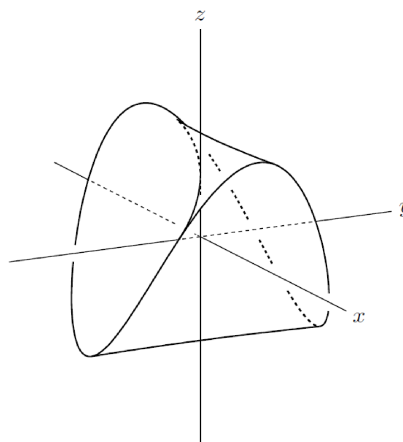


図 11

しかしながら、この曲面を3D立体モデルとして手に取り、あるいはタブレット上で扱うことで、紙媒体の教材による数学的な情報と併せて、まさに腑に落ちる教材となる。

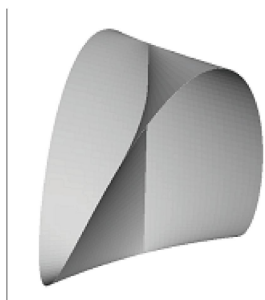


図 12



図 13

学生がその立体を理解する上では、言うまでもなく、3Dモデルの持つ力は大きい。その反面、対象となる図形の数学的な本質を見誤る可能性も考えられる。

例えば、同じ半径の直円柱が直交するときの共通部分の体積を求める問題では、学生がその意味を理解することは困難ではない。

しかしながら、図14のような立体を実際に見ても、その共通部分がどのような形なのか理解することは容易ではない。形を理解するステップとしては、図15のようなタブレット教材の使用が考えられる。



図 14

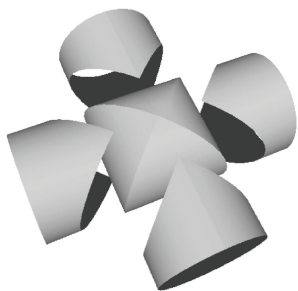


図 15

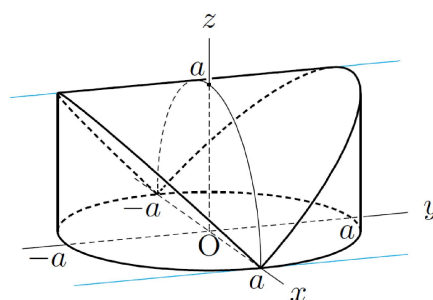


図 16

ただし、この教材により形に関する情報を得ることはできるとしても、体積を求めるための数学的情報が得られたとは言えない。この場合は、併せて与えられる図16のような紙媒体の教材により、必要な数学的情報を得ることになる。また、その情報は、補助線や記号、文字といった1次元の要素によってもたらされており、したがって、立体モデルだけでは、教材として不十分であることに注意が必要である。

4 まとめと今後の課題

新たな機能を追加した $\text{KE}Tpic$ を用いて、教員は次のような様々な形で図形教材を提示できるようになった：

- (1) 紙媒体の配付教材
- (2) スクリーンへの提示教材
- (3) タブレット上で扱える教材
- (4) 3Dプリンタによる立体モデル教材
- (5) 上記を組み合わせた教材

さらに、 $\text{KE}Tpic$ の利点は、数学的で複雑な図形を扱えること、および、数学的情報を与えるために必要となる紙媒体の教材と併せて作成することが可能であるという点にある。

立体モデルは多くの情報を有しており、数学の授業における効果も大きい。しかしながら、学生が理解すべき数学的本質が隠れた状態であることも多い。さらに、立体モデルには、次のような問題点も挙げられる：

- (1) 費用が高く、配付教材としては不向きである。
- (2) 教室で提示するには小さい。
- (3) 内部が見える透明なモデルは、光の屈折があり問題がある。
- (4) 空間曲線は、その重さや強度不足のため、作成が困難である。

今後は、どのような学習内容に対して立体モデルを使用していくのか、あるいは、どのように効果的に組み合わせていくのかを検討し、興味や想像力を高める授業のための教材として、活用していく必要がある。

5 謝辞

本研究は、長岡技術科学大学、豊橋技術科学大学および国立高等専門学校機構による三機関連携事業の助成を受けています。

参考文献

- [1] Sekiguchi, M., Yamashita, S., Takato, S., Development of a Maple Macro Package Suitable for Drawing Fine $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ -Pictures, LNCS 4151, pp.24–34, 2006
- [2] Takato, S., Galvez, A., Iglesias A., Use of ImplicitPlot in Drawing Surfaces Embedded into $\text{La}T_{\text{E}}\text{X}$ Document, Proceedings of ICCSA2009, pp.115–122, 2009