

13' フラクタルのインピーダンス

東北大・工 早 川 美 徳

東北大・通研 沢田康次, 松下 貢

2液相界面で ZnSO_4 の電気分解によって陰極側に2次元的に成長させたいわゆる金属葉は、実験室で作る事が出来る唯一つの巨視的フラクタルである⁽¹⁾。このフラクタルは液体と固体の界面が非常に複雑に入り組んでいるので、成長を止めた状態で両電極間のインピーダンスを測定する事によりその複雑さが反映している量を測ることが出来るかも知れない。過去において Mehaute⁽²⁾ は電池の電極間のインピーダンスを測定して、異常な振まいを発見し、その原因を電極のフラクタル構造におしつけたが、電極の構造を別の実験できめることも出来なかったもので、推測の域を出なかった。これに反して、金属葉は、その構造をあらかじめ測定する事が出来る⁽¹⁾ ので、インピーダンスと構造の対応関係は疑う余地を残さない。

インピーダンスメーターによって、電極間のインピーダンスを測定する。バイアス電圧は数100 mV, 測定電流は数 mA 程度。得られたインピーダンスを Cole-Cole プロットした例を1図に示す。横軸はその実数部で、縦軸はその虚数部である。この様に中心が実軸からずれた半円上を測定周波数と共に移動する

場合インピーダンスは

$$Z(\omega) = Z_{\infty} + \frac{Z_0 - Z_{\infty}}{1 + (i\omega\tau)^{1-\alpha}}$$

と書ける。 $\alpha = 0$ のときに半円を中心は実軸上に来る。実測の α は、フラクタルを特徴づけるパラメーターと共に変わる。フラクタルを特徴づけ

るパラメーターは、一番普通に用いられているのは、密度相関の指数である。金属葉を含む2次元空間を小さい要素に区切って、金属葉の mass が存在する要素から距離 r のところにある要素が mass を持つ平均確率を $C(r)$ とすると $C(r)$ は r^{-D} のように変化することが実験から知られている⁽¹⁾。 $D \equiv d - A$ はフラクタル次元として知られている。 D と α と関係が一義

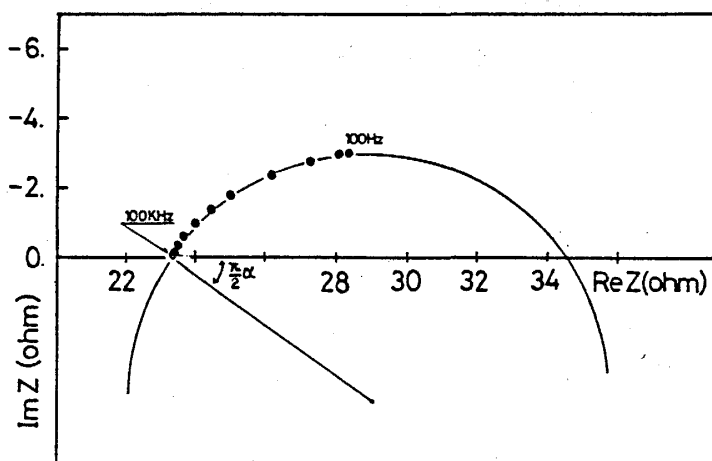


図1 金属葉のインピーダンス

的であるかをしらべた結果必ずしもそうではないことが判った。このインピーダンスを特徴づけるのは界面の性質がきくとすると、表面を特徴づける表面次元 D_s の方が適当かも知れないと考えた。 D_s は界面を含む要素を 1, 他を 0 としたとき, 1 の要素だけで密度相関を考え, $C_s(r) \propto r^{-A_s}$ のように変化することから $D_s \equiv d - A_s$ として求めたものである。図 2 には D_s と α の相関を示す。この場合にはかなり強い相関があると見て良いのではないだろうか。

次に, この様な非整数のインピーダンスがフラクタル構造とどの様な関係があるのか考えて見よう。現在のところ, まだ私達はこれに対して明確な答えがある訳ではないが, 溶液は C と R の並列回路からなる局所インピーダンスを持ち, 全インピーダンスはフラクタルの形で決る直並列回路からなっていると。並列の部分は重み $f(\tau)$ で表わすとする, 全インピーダンスは

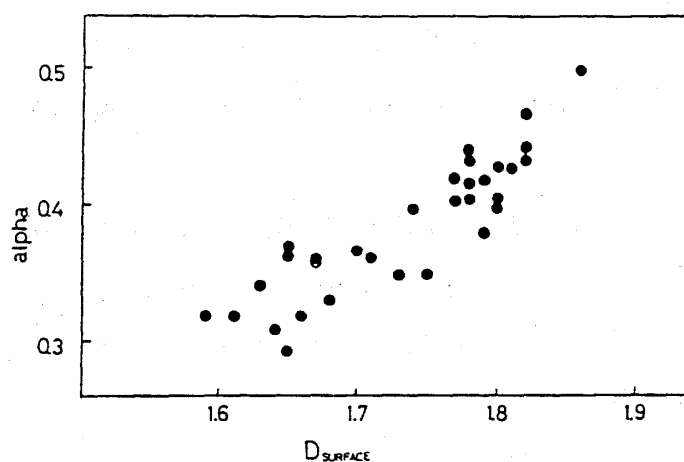


図 2 表面次元 D_s と α の関係

$$Z(\omega) \sim \int \frac{f(\tau)}{1 + i\omega\tau} d\tau$$

で与えられる。但し $\tau = RC$ である。この $f(\tau) = \tau^{-\alpha}$ と選んでみると, ω の大きい値に対して

$$\frac{\text{Im } Z(\omega)}{\text{Re } Z(\omega)} = -\tan \frac{\pi}{2} (1 - \alpha)$$

となり, 1 図の結果と一致することが判る。

この様なモデルにおける α と D_s の関係は今後の研究課題である。

参 考 文 献

- 1) M. Matsushita, M. Sano, Y. Hayakawa, H. Honjo, Y. Sawada; Phys. Rev. Lett. **53** (1984) 286
- 2) A. Mehauté, G. Crepy; C. R. Acad. Sci. Paris, **294** (1982) 685