

2次元 $N=1$ SupersymmetryにおけるSolitonの質量の関係

茨城大学 大学院 理工学研究科 鬼沢 重行¹

ここで扱うソリトン解とはtopologicalなソリトンの事で、それは非線形場の運動方程式の解のうちscalar場が $z \rightarrow +\infty$ と $z \rightarrow -\infty$ で異なる真空期待値をとるもののことである。

場の理論におけるソリトン解の研究は1970年代に始まる。 $N=1$ の超対称模型(実scalar場)におけるソリトン解の研究はWitten, Oliveなどによって研究された[2]。また、 $N=2$ の超対称模型(複素scalar場)においても多くの研究者によって盛んに行われている。一方で超対称性を持たない実scalar場が2種以上ある模型におけるソリトンはRajaramanなどによって調べられている[3]。ここでは $N=1$ の超対称模型で実scalar場を2種持つ場合を考える[1]。

超対称模型におけるソリトンを考えると、無限遠での場の真空期待値の候補になる点はsuperpotentialの停留点である。またBPS方程式の解曲線はsuperpotentialの勾配曲線と一致することからソリトン解の解曲線は2つの停留点を結ぶ勾配曲線で表されることになる。 $N=2$ の超対称模型ではsuperpotentialは解析関数になるためにその停留点は全て鞍点である。鞍点では入って来る勾配曲線が2本と出て行く勾配曲線が2本だけなので $N=2$ の超対称模型ではソリトン解は有限個しか持つことができない。ここでsuperpotentialが3次関数のときの勾配曲線の例を[図1]に示す。ここで S_1, S_2 はsuperpotentialの停留点である。この場合ソリトン解は S_1 と S_2 を結ぶソリトンが1つあるだけである。

一方今回議論する $N=1$ の超対称模型で実scalar場を2種持つ場合、superpotentialは一般の2変数関数なのでその停留点は頂上と底と鞍点の3種に分類することができる。底からは勾配曲線が湧き出し、頂上でそれが吸い込まれる。つまり、底や頂上を始点または終点とする勾配曲線は連続無限個存在することになる。勾配曲線はソリトン解になり得るので、底になっている点や頂上になっている点を含むソリトン解は連続無限個存在することを意味する。この特徴は $N=2$ の

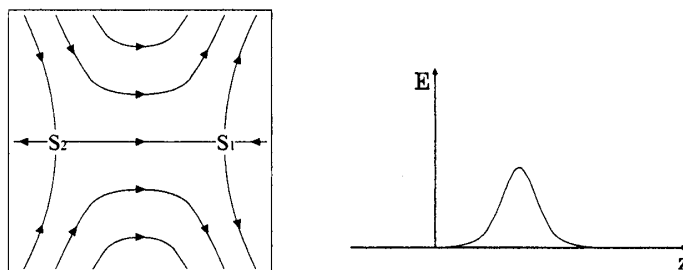


図1: $N=2$ 超対称模型におけるsuperpotentialの勾配曲線とソリトンのエネルギー分布

¹ E-mail: onizawa@serra.sci.ibaraki.ac.jp

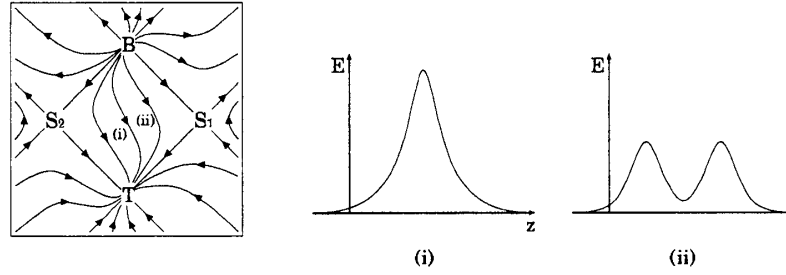


図 2: $N = 1$ の超対称模型で実 scalar 場を 2 種持つ場合の superpotential の勾配曲線とソリトンのエネルギー分布

模型にはなかったものである。ここで superpotential が 3 次関数のときの勾配曲線の例を [図 2] に示す。これを見ると (B,S)-ソリトン解と (S,T)-ソリトン解が 2 つずつと (B,T)-ソリトン解が連続無限個ある一方で、(S,S)-ソリトン解は存在しないことになる。

またこの模型におけるソリトンの質量は Hamiltonian を解析することで得られる。超対称模型の場合これは解曲線が結ぶ 2 つの停留点における superpotential の高さの差で与えられる。このことから i 番目の停留点と j 番目の停留点を結ぶソリトンの質量を M_{ij} とすると、[図 2] の場合

$$M_{BT} = M_{BS_1} + M_{S_1T} = M_{BS_2} + M_{S_2T} \quad (1)$$

という関係があることがわかる。これは (B,T)-ソリトンが marginal stability の関係を持つということを意味する。

またこの (B,T)-ソリトンのエネルギー分布を見るとエネルギーが集中している場所が 2 箇所あることがわかる。この 2 つの山の距離は (B,T)-ソリトン解の解曲線の位置によって決まり、ソリトン解の解曲線が S_1 と S_2 の中心を通る勾配曲線と一致するとき 2 つの山は完全にくっつき、解曲線が S_1 または S_2 に近付くにつれて 2 つの山は離れていくことになる。また 2 つの山が無限遠に離れたとき (B,T)-ソリトンは (B,S)-ソリトンと (S,T)-ソリトンになる。これは 2 つのソリトンが力を及ぼし合わずに安定して存在することを意味し、質量の関係式 (1) とも一致している。

この模型は今後 Wall Junction の性質やソリトン解の量子化の研究などが進めばこの模型は宇宙の泡構造の研究やビッグバンの研究に応用することが可能で、これらの解明に大きな影響を与える可能性がある。また Fermion を無視した scalar 場のソリトン模型としては磁性体の研究において強磁性体の性質を表す模型としての応用が期待される。

参考文献

- [1] S. Onizawa, *Mod. Phys.* **A18** (2003) 4315-4328.
- [2] E. Witten and D. Olive, *Phys. Lett.* **B78** (1978) 97-101.
- [3] R. Rajaraman, *Phys. Rev. Lett.* **42** (1979) 200-204.