

セルオートマトンによる交通流モデルについて
名古屋工業大学 大鏑 史男

1. はじめに

ルール番号 184 番の基本セルオートマトンによる交通流のモデルは、もっとも基本的であり、渋滞が後方に移動しながら順次解消されていく様子がよく再現される。B.Chopard et al. [1] を参照。しかし、実際の高速道路上での交通流データによる基本図（交通流量－密度）に見られるメタ安定分岐は再現されず、この意味で不十分なモデルであるといえる。ルール 184 番による交通流シミュレーションの基本図については、例えば西成 [4] を参照すること。

交通流のモデル構築の研究における主要な問題点の一つは、このメタ安定分岐を創発させるために、運転者の自然な意志決定要素をいかに組み込むかである。セルオートマトンを用いた従来の研究については、西成 [4] を参照のこと。特に M.Takayasu and H.Takayasu [3] によって提案されたスロースタートモデルは、一旦停止した車の再スタートに時間遅れを組み込んだものであり、メタ安定分岐を創発させるための重要な要素であると考えられるが、そこでは車の特別な初期配置に対してのみ生じ、一般的には出現しない。

本稿では、単純で理解しやすい車の運行ルールを提案する。これによって、

- (1) メタ安定分岐が容易に創発させられる、
- (2) 従来にみられないパターンが基本図に見いだせる、
- (3) 車の特定の初期配置に対して車の流れの解析が可能であり、メタ安定分岐が理論的に導き出せる。

ここでは (1) と (2) について紹介する。

2. 車の運行ルール

本稿では、周期境界を持つ一次元セルオートマトンを考え、1 セルに 1 台の車が存在し得るとする。時間は、離散的に推移する。

車は最高速度 V_{max} を持ち、これを上限として近傍状況によって許される範囲内で各時刻ごとに速度（移動セル数）を定める。また車は急加速、急減速は許されず、最大加速度 A_{max} 以下の範囲で速度を上げていく。減速は、最大減速度 D_{max} の範囲内で順次速度を落とす。さらにスロースタートモデルに従い、一旦停止した車は、動けるようになってから即座に動き出すのではなく、一定の時間遅れ T_D の後に動き出す。

車の移動量を 1 セル から $V_{max} \geq 1$ セルに拡張した点は、M.Fukui et al. [2] と同様であるが、車間距離が V_{max} セル以上であっても一気に最高速度に到達させることが出来ず、最大加速度の範囲内で速度を上げていくことになる。減速についても同様である。減速は、 D_{max} の範囲内でのみ可能である。従って、現在速度の大きさによって停止するまでに停止距離が必要とされ、もちろん時間も要することになる。このために、前方車との車間距離と停止距離との関係によって加速量が定められることになる。

図 1 にあるように、車が今移動しようとしてその移動量（次の速度つまり現在地から移動するセルの個数）を決めようとしているとする。このために加速（減速は負の加速であるとする）量 a を決める。この a が決まれば、 $V_{pre} + a$ が移動するセル数である。安全側で考え、前方車は動かないとしてこの加速量を以下のようにして定める。

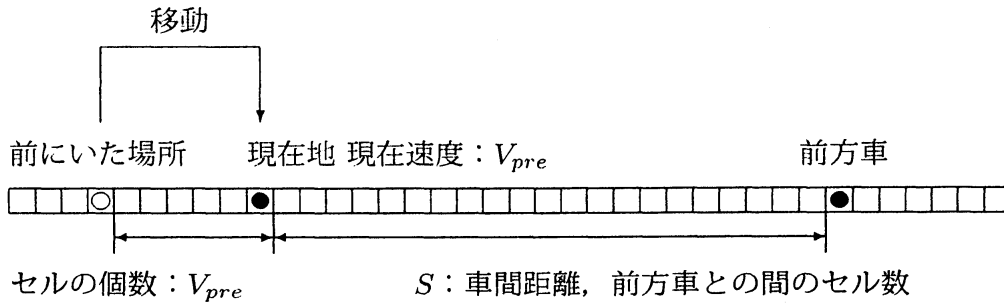


図 1:

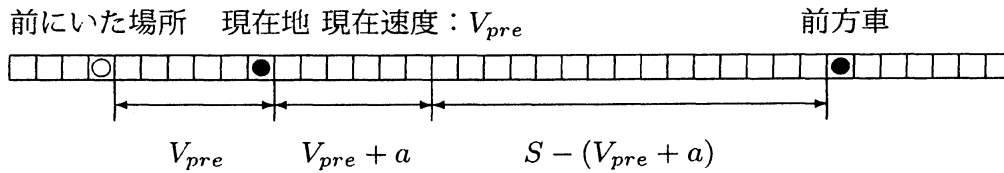


図 2:

加速量を a として $V_{pre} + a$ だけ移動したとすると、速度は $V_{pre} + a$ となり、前方車との距離は $S - (V_{pre} + a)$ となる。

$V_{pre} + a$ の速度から最大減速 D_{max} でブレーキをかけたとき

$$q = V_{pre} + a \text{ を } D_{max} \text{ で割ったときの商}$$

$$r = V_{pre} + a \text{ を } D_{max} \text{ で割ったときの余り}$$

とすれば、 $q - 1$ 回の最大減速量 D_{max} と 1 回の減速量 $r < D_{max}$ で停止することができ、停止するまでの移動距離（セル数） $M(a)$ は、

$$\begin{aligned} M(a) &= (V_{pre} + a - D_{max}) + (V_{pre} + a - 2D_{max}) + \cdots + (V_{pre} + a - (q - 1)D_{max}) \\ &= (q - 1) \left(V_{pre} + a - \frac{qD_{max}}{2} \right) \end{aligned}$$

従って求めたい加速量 a^* は、前方車が動かないとしたときに安全に止まることができる範囲内での最大量である。ただしこのとき、最大加速度、最大減速度、最大速度の制約条件がつくことに注意すると、 a^* は以下のように定められる。

$$\begin{aligned}
a^* &= \max\{a \mid M(a) \leq S - (V_{pre} + a), \\
&\quad a \geq \max\{-D_{max}, -V_{pre}\}, \\
&\quad a \leq \min\{A_{max}, V_{max} - V_{pre}, S - V_{pre}\}\}
\end{aligned}$$

上式中の制約条件は,

1. 一つ目は最大加速度で前方車の手前で止まれること,
2. 二つ目は最大減速を超えての減速はできないこと, および, 負の速度にはできないこと,
3. 三つ目は最大加速度を超えて加速できないこと, 速度は最大速度が上限であること, 前方車を超えて移動できないこと

を意味する. 一旦停止した車は, 前方セルが空き動けるようになってから時間遅れ T_D の後に上記のルールに従って移動量を定める.

我々のモデルでは, それぞれの車は安全運転を行っていて, 無理な運転をしているわけではないことに注意する.

3. 流量と密度

周期境界のセルオートマトンを用いたモデルでは, 車の流量と密度は以下のように定義される.

$$\begin{aligned}
\text{時刻 } t \text{ での密度 } \rho(t) &= \frac{\text{時刻 } t \text{ での車の台数}}{\text{時刻 } t \text{ での道路領域を構成するセル数}} \\
&= \frac{\text{最初に配置された車の台数}}{N} \\
\text{時刻 } t \text{ での車の流量 } Q(t) &= \text{密度} \times \text{時刻 } t \text{ における車の平均速度} \\
&= \rho(t) \times \frac{\text{時刻 } t \text{ での各車の速度の総和}}{N}
\end{aligned}$$

ここで N は道路を構成するセルの個数であり, 本稿では道路全域における基本図を考える. また, 周期境界を考えていることから, 道路上の車の台数は変化しない. N も変化しないために密度は時間に対して一定であり, 従って

$$\begin{aligned}
\rho(t) &= \text{最初に配置された車の台数} \\
Q(t) &= \text{時刻 } t \text{ での各車の速度の総和}
\end{aligned}$$

としてよい. 図 3 を参照.

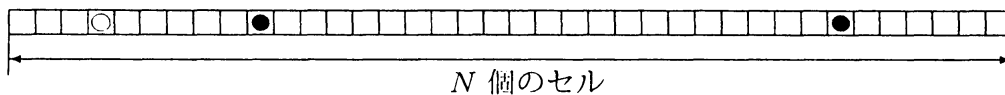


図 3: 道路は N 個のセルによって構成される. 周期境界であるために初期に配置された車の台数は変化しない.

4. シミュレーション

一般的に時間 t が十分に経過すると車の流量 $Q(t)$ は定常状態に入り、安定的な変動を見せる。配置する車の台数を変えながらこの時の流量を求め、基本図を描く。車の初期配置は、ランダムに与えられる。シミュレーションは、 $V_{max} = 5, A_{max} = D_{max} = 1$ とし、時間遅 T_D は 1 から 3 まで変化させ、それぞれの場合の基本図と平均速度－密度図が図 4 から図 11 に示されている。 $D_{max} \neq 0$ の時にメタ安定分岐が出現していることが見て取れる。ランダムな車の初期配置に対して、常に見ることが出来、特定の初期対置が求められないことに注意する。

これらの図からわかる我々のモデルで特徴的なことに触れる。

自由走行相では、車の台数によって流量に増減が見られる。これは、平均速度－密度図を見れば明らかなように、車の台数が少ない範囲では、全車が速度 5 で走行することが出来るが、台数が増えると不可能になり、速度 4 の車が混在し、結果流量が減少する。しかし全車が速度 4 で走行できる範囲に入ると、車の台数の増加によって流量が再度増加していくことになる。

つまり、 $T_D = 1$ の場合、自由走行相は、速度 5 の相、速度 4 の相、速度 3 の相、速度 2 の相と混在相を経ながら推移していく。車の台数の増加によって、各速度相では流量は増加するが、混在相では流量は減少する。速度 2 の相でメタ安定分岐に入り、渋滞相に移ることになる。

時間遅れ T_D が大きくなるにつれて、メタ安定分岐領域が左側に食い込んでいく。図 6, 8, 10 を参照。また $T_D = 0$ の時、メタ安定分岐は発生しない。図 4 を参照。これらのことから、メタ安定分岐の発生には、時間遅れが大きな影響を及ぼしていると考えられる。さらに渋滞相において流量は周期的に変化し、その周期は、時間遅れ T_D が大きくなるに従って大きくなっている。

メタ安定分岐の発生と渋滞相のあり方は、図 12 に見られる団子状態になった車の集団達によると考えられるが、これが時間遅れ T_D の大きな影響を受ける。

これらの観察事実を数理的に如何に説明するかは、今後の課題である。また各パラメーターの影響を詳細に検討することも残された問題である。

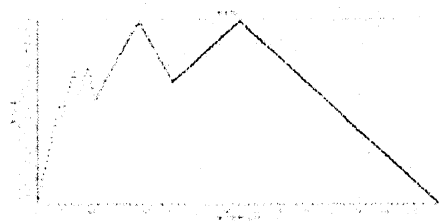


図 4: 基本図, $V_{max} = 5, A_{max} = D_{max} = 1, T_D = 0$

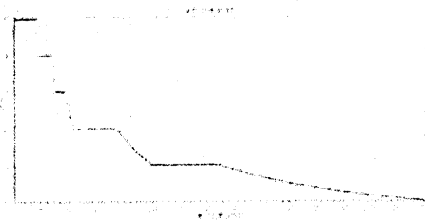


図 5: 平均速度－密度図, $V_{max} = 5, A_{max} = D_{max} = 1, T_D = 0$

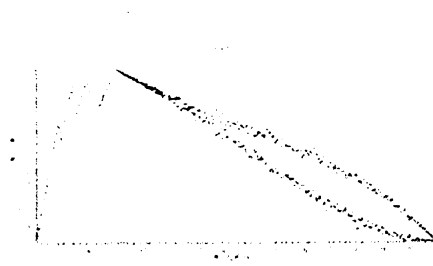


図 6: 基本図, $V_{max} = 5, A_{max} = D_{max} = 1, T_D = 1$

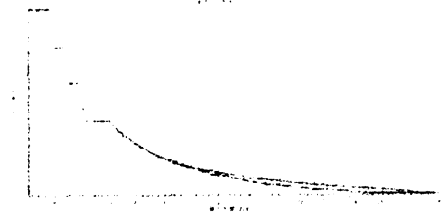


図 7: 平均速度一密度図, $V_{max} = 5, A_{max} = D_{max} = 1, T_D = 1$

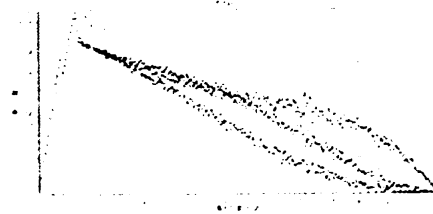


図 8: 基本図, $V_{max} = 5, A_{max} = D_{max} = 1, T_D = 2$

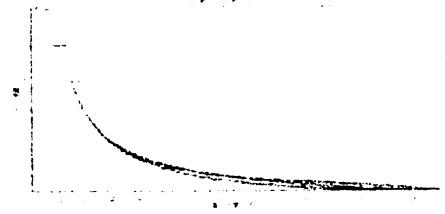


図 9: 平均速度一密度図, $V_{max} = 5, A_{max} = D_{max} = 1, T_D = 2$

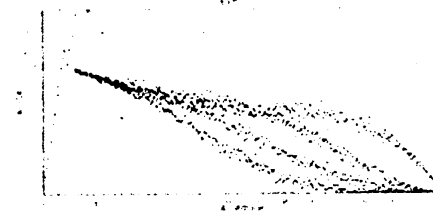


図 10: 基本図, $V_{max} = 5, A_{max} = D_{max} = 1, T_D = 3$

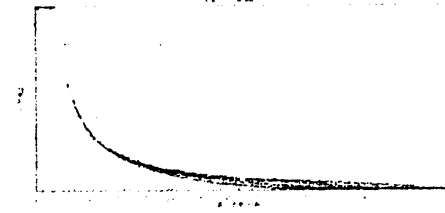


図 11: 平均速度一密度図, $V_{max} = 5, A_{max} = D_{max} = 1, T_D = 3$

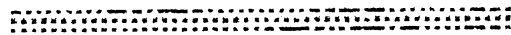


図 12: 団子状態になった車の集団達を
伴う車の流れ

参考文献

- [1] B Chopard, P O Luthi, and P-A Quelo. Cellular automata model of car traffic in a two-dimensional street network. *J Phys. A:Math Gen*, Vol. 29, pp. 2325–2336, 1996.
- [2] Minoru Fukui and Yoshihiro Ishibashi. Traffic flow in 1d cellular automaton model including cars moving with high speed. *Journal of the Physical Society of Japan*, Vol. 65, No. 6, pp. 1868–1870, 1996.
- [3] M Takayasu and H Takayasu. $1/f$ noise in a traffic model. *Fractals*, Vol. 1, pp. 860–866, 1993.
- [4] 西成活裕. 交通流のセルオートマトンモデルについて. 応用数理, 特集・交通流の数理, Vol. 12, No. 2, pp. 26–37, 2002.