

2次元 Stochastic Cellular Automata

東大・教養 伊庭幸人, 阿久津泰弘, 金子邦彦

新しい非平衡系のモデルとして、最近注目を集めているものとして Cellular Automata がある。

Cellular Automata は各点が有限個の状態をとり、それが決定論的又は確率的な規則によって update されるような格子上の力学系である。

Cellular Automata を考えるにあたっては、次のような立場が考えられる。

- (1) スピン系の統計力学の非平衡への拡張とみて、相転移・domain wall の kinetics など論じる。
 - (2) 低次元マップの拡張とみて、非決定性エントロピー、次元、bifurcationなどを論じる。
 - (3) Cell Automata 独得の性質として、one-speed evolution のパターンの分類、高次の非決定性(？)、計算の理論(???)との関連を論じる。
 - (4) 簡単で、計算機で取りあつかいやすい道具として、物理現象をモデル化するのに用いる。
- 現在のところ、新しい“おもちゃ”としていろいろな研究がされているが、本来は(4)が本命で(1)~(3)はその準備と考えられる。

ここでは、(1)のタイプの研究として、2次元の最も簡単な Stochastic Cellular Automata の相転移、(4)のタイプの研究として、ガラスのモデルの試みについて述べたい。

まず、Stochastic Cellular Automata の相転移についてであるが、研究の目的は

- ・ Cell Automata の作る pattern は限りなく複雑に見えるが、外部雑音のもとではそれが簡単になって“本来の pattern”のようなものが見えるのではないか。
- ・ Pattern の外部雑音に対する抵抗力はどのくらいあるのか。外部雑音を増していくと相転移があるのか、だんだん崩れてゆくのか。

などである。

調べる対象としては2次元としては最も簡単な“2状態”“5近傍”“outer totalistic”“symmetric”なものに限定した。(このような規則は変換で等価なものを同一視すると10通りである。)

外部雑音としては、update するごとに各変数を規則とは無関係に一定の確率で変えることにした。

Simulation の結果として次のようなことがわかった。

- (1) 10通りの規則のうち、5通りは相転移があり、4通りはなく、1通りはまだはっきりしない。
- (2) 低雑音側のパターンとしては、Ferro, Roll, Ferro + Antiferro (両方が可能という意味) などが見られる。

また相転移のない場合も、迷路状になるもの、全くランダムなものなど規則に応じていろいろなパターンが見られる。ほとんどの場合、この外部雑音のもとで(対称性の破れによる有限種類の order の出現を除いて)系は ergodic であるように見える。

- (3) 規則によって unstable-stable の転移と metastable-stable の転移が見られる。後者は一次転移に対応すると考えられる。

今後の方針としては、同じパターン(たとえば Ferro)を生じる規則の dynamics の違い、また普通のスピン系と質的に違うことがおこり得るかどうか、などに興味がある。

次に“ガラス”のモデルについて述べる。ガラスというとすぐに spin glass が思い浮べられるが、本来のガラスははじめから quench された乱れを持っているのではなく、凍結してゆく過程でみずから乱れを作り出していくものだと考えられる。

そのような見地から、まず上でしらべた Cellular Automata のうち、低雑音側で凍結したように見える規則について、dynamical な性質をしらべたが、この規則の場合は単に緩和時間が長いだけで特に面白い性質は見つからなかった。

次に、Fredrickson らによって提案されたガラス転移のモデルについて dynamical な性質をしらべた。このモデルは Kinetic Ising 模型に特殊な constraint (となりに2つ以上 up spin がない spin は動けない)を加えたもので、下向きの磁場で低温にすると自分自身を凍結してしまい異常に長い緩和時間を示すことが知られている。

この模型について、power spectrum を調べたところ、 $1/f$ に近い振舞が見られた。

これは、2次元の短距離型スピングラスに見られるものと類似であり、位相空間に何らかの意味の階層性があることを暗示しているとも考えられる。

病的物性のひとつのモデルとして興味深い。