

2つの独立なランダム成長表面の衝突により生じた界面

中部大学工学部工業物理

宮島 佐介、長嶺 共全、上野 裕司

1. はじめに

最近随分とフラクタルなる言葉が浸透してきて、詳しい語句の説明は不必要になってきたように思われる。しかし、一言いえば、フラクタルとはランダムではあるが統計的には自己相似となっている構造物をさす。ここで言う自己相似とは等方的な意味であり、これから議論する異方的な場合を自己相似と区別してセルフアファインと言う。身近な例では紙の一端を墨に浸すと墨が染み込んで行くが、その先端の形はその一部を拡大する際縦と横の拡大率を変えないと自己相似とはならないことは図を書くまでもなく想像できると思う。もし、等方的に拡大すると大きな突出が生じて自己相似にはならない。

このセルフアファインな形を示す典型的なモデルがイーデンモデルである。もともとは癌細胞のコロニーの成長形態を議論するのにイーデンが導入したものである。当初は大して注目されなかったようであるが、1細胞ではなく多くの細胞を1直線に植え付け、その両側に成長するコロニーの成長先端のゆらぎが見事にスケールされることから1役注目されることとなった。

扱って、このようなランダムな成長表面が単独で成長することは割に少なく、多くの種から成長しそれぞれの領域を拡大し、そのうちに互いに限られた領域を奪い合うこととなる。これの最も単純な場合が2つの同種の成長の競合の問題である。ここでは、性質の良く分かった2つの表面を対向させて衝突させるときに生じる界面の特性について調べたので報告する。シミュレーションでは最も良くその性質が調べられているイーデンモデルを用いる。実験的にはキッチンタオルにインキが浸透する現象と KNO_3 を染み込ませた半紙の燃焼現象を用いた。最後に、衝突でできる境界線（界面）は元の独立な表面と異なるユニバーサルクラスに属する可能性について議論した。

2. シミュレーション

$10000 \times l$ の正方格子を用意して、その幅 l の2辺に植えられた直線状の種から成長を始めるイーデンモデルを用いる。2つのイーデンモデルは独立に成長をし、スタートラインから測った高さ h が数千格子となると、そのゆらぎはほぼ一定値になる。その大きさは

l^α ($\alpha = 0.5$) の様に依存することが分かっている。

このイーデン表面の成長をさらに続けると、格子の中央部分で衝突をし始める。衝突が生じれば、その地点での成長は止まるがすべての空間が埋まるまで他の地点では成長する。この2つのイーデン表面の境界線のゆらぎを求めた。最初に衝突した時点でシミュレーションを止め、相い対する2点の中点を結んだ線はさきの完全衝突で生じた境界線と酷似している。これで境界線を近似したとき、ゆらぎ自体の大きさが $1/\sqrt{2}$ となり、指数 α はもとのまま0.5であることは容易に分かる。

扱て、実験では図1に見られるように、ゆらぎの変化が $1/\sqrt{2}$ となることは見られるが、荒さ指数 α (もとの値は0.5) は不変ではなく、 0.47 ± 0.02 に減少する結果が得られた。これは3次元に拡張することもでき、同じ傾向が見られた。ゆらぎの変化は $1/\sqrt{2}$ となるが、荒さ指数(もとは $1/3$) の変化はさらに小さく、大規模のシミュレーションをしないと精度が得られない。

3. インキの染み込みによる衝突実験

図2に見られるように主インキ源に繋がれた直方体のインキ壺が平行に2つ設置されている。それに上からキッチンタオル (5 cm $\times$ 1 cm) が水平に保たれたまま降ろされる。インキ壺に接したときから中央部に向かってインキが染み込んでいく。それぞれの独立な表面の統計性についてはいくつかの報告^{1)・4)}があるが、我々は紙の中央部分で衝突したときに得られる境界線の性質を調べた。衝突が終了するまでの過程をすべてビデオに録画してから、モニター上で衝突によって生じた境界線を完成させる。図3は独立な表面と境界線のゆらぎを測定幅に対して log-log プロットしたもので、この傾きが α であり、その数値は 0.72 ± 0.01 および 0.67 ± 0.02 である。2のシミュレーションで見られた減少がここでも見いだされた。

4. 紙の燃焼に見られる衝突

3のインキの染み込みによる衝突実験の類似の実験であるが、紙を燃焼したときに見られる衝突現象について、2と3と同類のことを試みた。装置は紙の両端から、平行なスタートラインでかつ同時に点火される様に工夫されており(図4)、さらに炎をあげないで燃焼するように KNO_3 を染み込ませてある。3と同様に燃焼過程をビデオに録画してから、モニター上で境界線を完成させ、図3と同様の処理を行い、独立な表面と境界線に対して粗さ指数がそれぞれ、 0.73 ± 0.02 および 0.67 ± 0.02 であり、2のシミュレーションおよび3の実験で見られた粗さ指数の減少がここでも確認された。

5. 結論

このようにシミュレーションや2つの異なる実験で、衝突のできる境界線（界面）の粗さ指数は元の独立な表面の粗さ指数と異なることが示唆され、それは異なるユニヴァーサルクラスに属する可能性を示している。

2節で述べた様に単なる平均で境界線が得られるとすると、揺らぎの大きさは大体説明できても、粗さ指数の変化は理解できない。もし一方が直線の壁だとすると、どんなに複雑な表面が成長してきても直線となることは自明である。これは一方のみで完全に支配される極端なケースである。

一般の2つの面で考えることは今のところ困難であるので、まず、同じ性質を有するモデル（ここではイーデンモデル）を用いてシミュレーションで粗さ指数の変化を見、さらに2つの実験でも同様の結論を得ている。

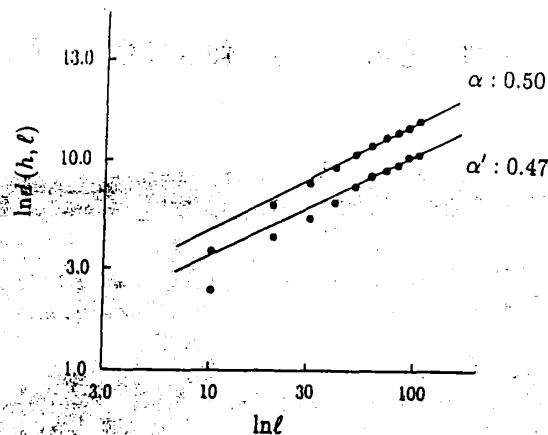


図1 データの測定幅に対するゆらぎの大きさ。傾きは粗さ指数を表わす。

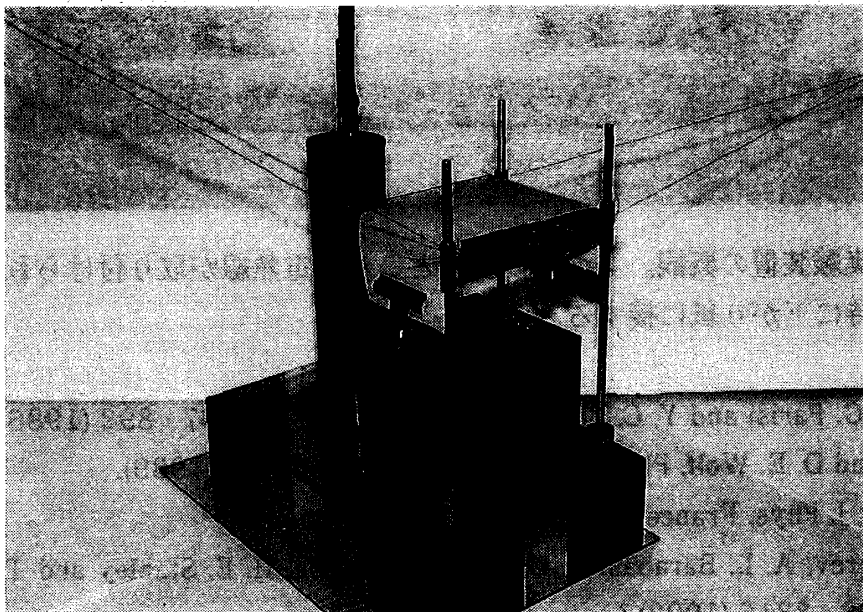


図2 実験装置の概観。 白いのはキッチンタオル、その下の直方体はインキ壺、後ろの円筒は主インキ源。

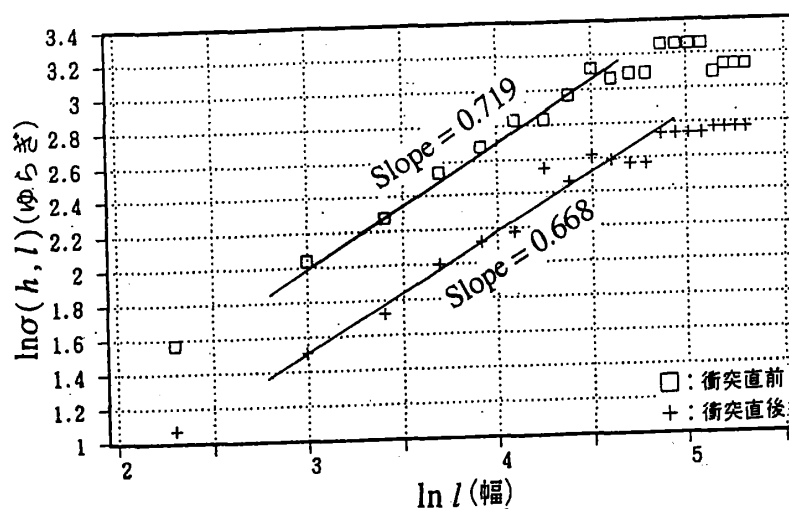


図3 データの測定幅対するゆらぎの大きさ。傾きは粗さ指数を表わす。

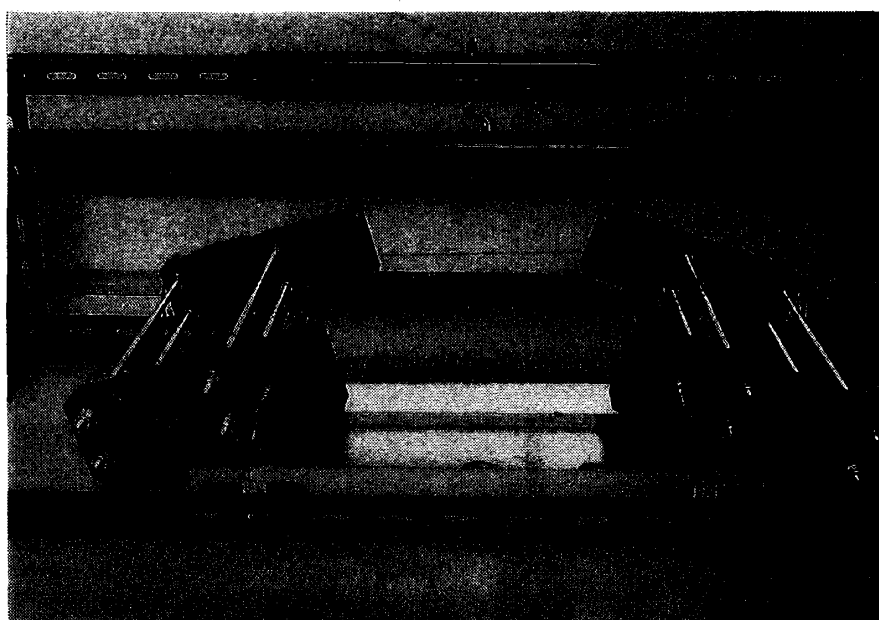


図4 実験装置の概観。 つり橋状のところに電熱線が取り付けられ、同時に下がり紙に接する。

- 1) M. Kardar, G. Parisi and Y. C. Zhang, Phys. Rev. Lett. 56, 887 - 892 (1986).
- 2) J. Kertesz and D. E. Wolf, Phys. Rev. Lett. 62, 2571 - 2574 (1989).
- 3) Y. C. Zhang, J. Phys. France 51, 2129 - 2134 (1990).
- 4) S. V. Buldyrev, A. L. Barabasi F. Caserta, S. Havlin, H. E. Stanley and T. Vicsek, Phys. Rev. A 45, 8313 - 8316 (1992).