

氏 名	宮 嶋 公 夫
	みや じま きみ お
学 位 の 種 類	理 学 博 士
学 位 記 番 号	論 理 博 第 651 号
学 位 授 与 の 日 付	昭 和 54 年 5 月 23 日
学 位 授 与 の 要 件	学 位 規 則 第 5 条 第 2 項 該 当
学 位 論 文 題 目	On the existence of Kuranishi family for deformations of holomorphic maps (正則写像の変形における倉西族の存在について)

論文調査委員 (主 査) 教 授 中 野 茂 男 教 授 島 田 信 夫 教 授 一 松 信

論 文 内 容 の 要 旨

小平邦彦と D. C. Spencer によって、コンパクトな複素多様体の複素構造の変形問題が定式化され(1958), 両者と L. Nirenberg の共同労作によって、 $H^2(X, \mathbb{C})=0$ (ここに X はコンパクトな複素多様体, $\mathbb{C}$ は X の正則接ベクトル場の層) の場合に、完備 (complete) かつ効果的 (effective) な局所変形族の存在が示され (1959) て以来、複素構造の変形論は多くの数学者の関心を集めてきた。倉西正武は $H^2(X, \mathbb{C})=0$ と限らない場合、 $H^1(X, \mathbb{C})$ 内の原点の近傍内の、ある解析的集合を助変数空間として、完備かつ効果的な X の変形の族が作れることを示し (1961), その後いろいろな複素解析の対象についてその変形が論ぜられてきた。

申請者は、コンパクトな複素多様体 X から、必ずしもコンパクトでない複素多様体 Y への、正則な写像 f を考え、 Y を固定した上で (X, f) の変形を考察する。主要な結果は次の定理である：

主定理 $f: X \rightarrow Y$ が上述のようであるとき、 Y への正則写像の族 $(\mathfrak{X}, \Phi, \pi, T)$ でつぎの性質をもつもの (倉西族) が存在する：

- (1) T のある一点 (reference point) に対し、 $X_0 = X$, $\Phi_0 = f$.
- (2) 特性写像 $\tau: T'_0(T) \rightarrow D_{X/Y}$ は単射
- (3) $(\mathfrak{X}, \Phi, \pi, T)$ は T の各点で完備

この種の問題は堀川顕二によって最初に研究されたものであるが、堀川が付帯条件つきで変形の存在を示したのに対し、申請者は条件なしに倉西族を構成し、同時に堀川の付帯条件が次に述べる 2 次コホモロジー群 $H^2(E')$ の消滅に他ならぬことをも示した。

申請者は、 $f: X \rightarrow Y$ に伴って定まる層準同型 $F: \mathbb{C}_Y \rightarrow f^* \mathbb{C}_Y$ を考え、微分複体 (E', D) を

$$E^i = A^0, i^{-1}(f^* \mathbb{C}_Y) \oplus A^0, i(\mathbb{C}_X),$$

$$D(\eta, \Phi) = (\bar{\partial}\eta + (-1)^i F\Phi, \bar{\partial}\Phi) \text{ for } (\eta, \Phi) \in E^i$$

によって定義する。これに関し堀川の条件は $H^2(E')=0$ と同値になる。

倉西族を構成するには、 $\mathfrak{X}$ 上の局所座標系 $\cdot \Phi$ を表示する函数などを、複素ベクトル空間 $H^1(E')$ (こ

れは主定理にいう $D_{X/Y}$ と同型であることも示されている。) の線型座標に関する整級数として、帰納的に作って行くのであるが、 $H^1(E')$ での原点の近傍 V の中で T を定める方程式と、 m 次までの構成を $(m+1)$ 次に延長する際の障害類を表わす項とを、同時に帰納的に構成する。 T の方程式は、 V から $H^2(E')$ への正則写像が値 0 (=原点) をとる条件として表わされるので、堀川の結果が自然に申請者の主定理に含まれることになり、堀川理論と申請者の理論との関係は、小平-Nirenberg-Spencer と倉西との関係に、完全に平行なものになる。帰納的構成の各段階が遂行され、えられた整級数の収束が確かめられることを保証するには、各段階において適当な付加条件をつけておく必要があった。この種の付加条件の導入は、類似の問題において先蹤があるとはいえ、申請者の巧みな応用によって構成の成功をもたらしたものである。

申請者のこの結果は、正則写像の局所変形の存在問題に、最終的な解決を与えたものである。

論文審査の結果の要旨

申請者がとり上げた問題、すなわち正則写像の局所変形族の存在の問題は、複素多様体を研究する数学者の間で興味と関心をもたれていたものの一つで、申請者がこの問題を最終的な形で解決したことには、大いに意義があると思われる。すなわち、申請者はこの論文によってこの方面の研究に一つの新知見を加えたといえる。

さらに、申請者が主定理を証明するためにとった方法・工夫は、今後さらに発展を期待せしめるもので、この労作を意義あらしめる第二の点である。その内容を一二挙げると、申請者が正則写像 $f: X \rightarrow Y$ に伴う微分複体 (E', D) を導入したことは、本論文では堀川の条件をごく自然に解釈することを可能にし、(小平-N. S.) 対 (倉西) = (堀川) 対 (宮嶋) という対比が完全に成立することを明らかにする効果があったが、このような工夫は、今後他の場面にも適用されることが期待される。第二には、帰納的構成はするに当たり、うまい付加条件をつけることによって、構成自体および収束性の証明に成功したことが挙げられる。この工夫の効果は、主論文の後に書かれた参考論文 2 にも現われているのであって、今後の発展が期待される所である。

申請者はまたこの論文において、楕円型微分複体における調和解析やそれを用いての評価 (estimate) など、多くの先例のある方法であるとは言え容易ではない解析を、力強く駆使して証明に成功しており、その研究能力をよく示している。

参考論文 1 は主論文の特別の場合を取扱ったもので、その先駆をなすものである。参考論文 2 と共に、申請者の広い研究能力を示すものといえる。

よって、本論文は理学博士の学位論文として価値あるものと認める。