

渦輪の粉粒体表面への衝突

Collision of a Vortex Ring on Granular Layer

東京農工大学大学院工学教育部

古屋隆善, 佐野理 (Takayoshi FURUYA and Osamu SANO)

Tokyo University of Agriculture and Technology

1 はじめに

渦輪や渦管などの要素的な渦の不安定現象, それらと固体壁との相互作用などの渦運動は流体力学において重要な役割を果たしている. 渦運動が引き起こす固体壁付近の流れの研究は, より基本的な問題でありこれまでさまざまな研究がなされてきた. 粘性流体中で固体壁に接近する渦輪の運動では, 渦輪の並進速度の減少や半径の増大, また境界でのリバウンドなど興味深い現象が報告されている. このような現象は壁面に接近する渦輪により引き起こされる境界層との相互作用によると考えられている [1][2][3].

渦輪の衝突が原因と考えられる興味深い現象のひとつに, 火星表面に存在するクレーターの形成がある. 火星表面には円錐状の凹部の外側にバラの花びらのような凹凸模様を伴うクレーターが存在する (ランパート・クレーターと呼ばれている) (Figure 1)[4]. これは過去に大気が存在していなかったと思われる他の惑星には見られない形状であり, その形成には大気が存在や何らかの流体力学的な作用が関わっている可能性がある. われわれは隕石などの固体が大気に突入する際に渦輪が作られ, それが地表 (粉粒体) に衝突するときに類似のパターンが形成されることに着目した. ここでは, 粉粒体表面に渦輪のみを衝突させる実験について報告し, 渦輪の挙動や粉粒体表面に残されるパターンと, 渦輪のレイノルズ数との関係を議論する.

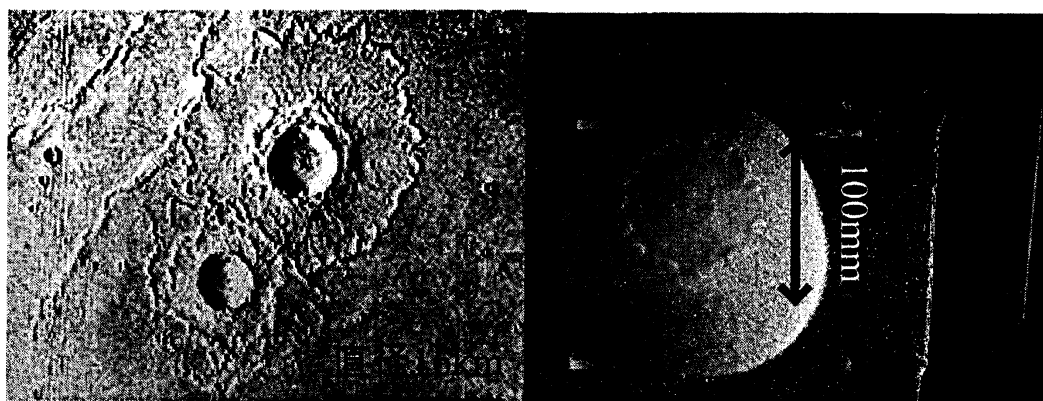


Figure 1: 左 : 火星表面のランパート・クレーター (Image NASA M01-05117gr). 右 : 実験画像.

2 研究目的

粉粒体表面に衝突する渦輪の運動を実験的に調べ、固体壁での衝突の場合と比較検討する。また、粉粒体表面に形成されるパターンについて考察する。

3 実験装置と座標系

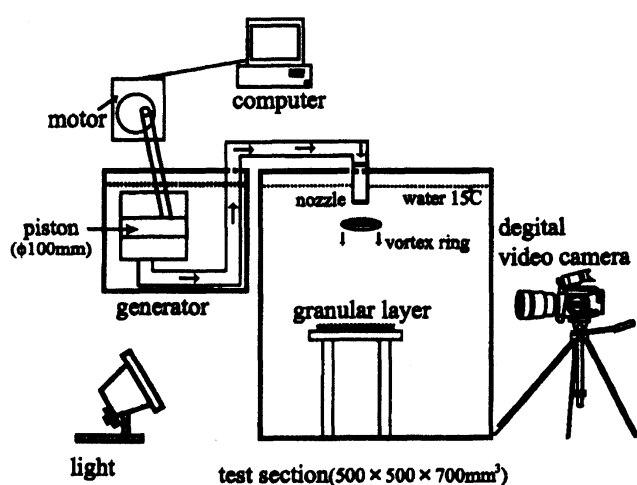


Figure 2: 実験装置概略図.

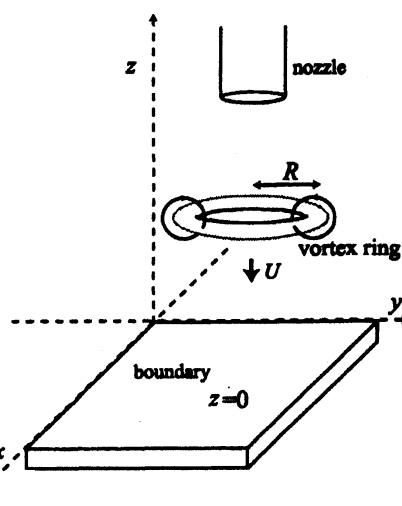


Figure 3: 座標系.

Figure 2 は実験装置概略図である。渦輪の発生機構は以下の通りである。コンピュータで回転を制御したモーターによりピストンを移動させ衝撃的に水流を押し出す。衝撃的に押し出された水流はホースを通過してノズルへと送られる。ノズルから衝撃的に水流を噴出させるとノズルの境界付近に強い速度勾配が生じ境界層が形成される。その境界層が剥離して円筒状の渦層を作り、さらにその渦層が自らを巻き込み渦輪を形成する [5]。可視化にはトレーサ法を用いた。渦輪が発生すると、渦輪はノズルの内側に塗られたトレーサ粒子を巻き込み可視化される。本実験の可視化には合成糊（主成分はポリビニルピロリドン）とウラニン（フルオレセインナトリウム）の混合物を使用した。合成糊を用いることで渦芯が鮮明に可視化され、渦芯の形状の変化などを容易に観測することができる [6]。発生させた渦輪をテストセクション内に設置した固体壁および粉粒体表面に衝突させ、その様子をデジタルビデオカメラで撮影する。これを画像解析して渦輪の挙動と粉粒体表面のパターンの関係を調べる。

座標系は Figure 3 のように定めた。渦輪の並進運動の方向を z 軸とし、固体壁および粉粒体表面の上面を $z = 0$ とする。渦輪の並進速度を U 、渦輪の半径を R とした。

4 実験条件

粉粒体としては粒径 0.1mm のガラスビーズを用いた。 $130\text{mm} \times 130\text{mm} \times 15\text{mm}$ のアクリル製の枠内に粉粒体を敷き詰め、粉粒体表面および境界の状態を毎回一定に保つようにした。敷き詰めた粉粒体の層厚

h は 3mm, 5mm, 8mm の 3 種類, 衝突させた渦輪のレイノルズ数 Re は $Re=2200, 3300, 3600, 4300$ の 4 種類である。渦輪のレイノルズ数は次のように決定した。

$$Re = \frac{2U_0 R_0}{\nu}$$

ここで U_0 は渦輪の初期並進速度, R_0 は渦輪の初期半径である。水温は 15℃で, そのときの水の動粘性率 ν は $1.14[\text{mm}^2/\text{s}]$ とした。渦輪の Re は初期並進速度 U_0 を変えることにより変化させた。

5 実験結果

Figure 5 は渦輪が固体壁および粉粒体表面に接近するときの渦輪の軌道を表している。縦軸には境界から渦芯までの距離 z を渦輪の初期半径 R_0 で無次元化した z/R_0 を, 横軸には渦輪の半径 R を初期半径 R_0 で無次元化した R/R_0 を示している。渦輪は z/R_0 が 1 程度まで境界に接近すると半径が増大し始める。さらに境界に接近すると渦輪はリバウンドし, その後崩壊する。渦輪が境界に接近する過程で Re による違いが見られた。 $Re = 2200$ では渦輪が粉粒体を吹き飛ばす現象は確認できず, 境界の変形も見られなかった。そのため, 渦輪の軌道は粉粒体表面と固体壁とで顕著な差異は認められず, どちらにおいても境界から同程度の距離で渦輪はリバウンドした。すなわち $Re = 2200$ 程度の渦輪では粉粒体表面は固体壁と同様に振舞うと言える。他方 $Re = 3300, 3600, 4300$ の場合には, 渦輪が境界に接近すると粉粒体を吹き飛ばし境界を変形させている (Figure 4)。渦輪は粉粒体表面の方が固体壁の場合より境界から手前でリバウンドする。これは粉粒体を吹き飛ばすことにより渦輪が減衰したことが原因と考えられる。詳しいメカニズムは考察で述べる。また, 粉粒体の層厚が増加するとより境界から遠くで渦輪がリバウンドする傾向があることがわかった。

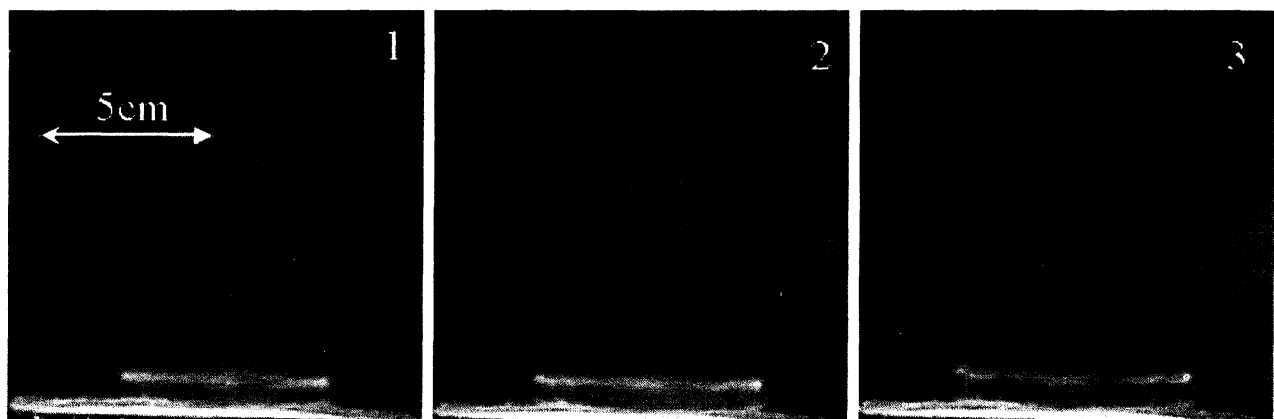


Figure 4: 粉粒体表面へ接近する渦輪 $Re = 4300$.

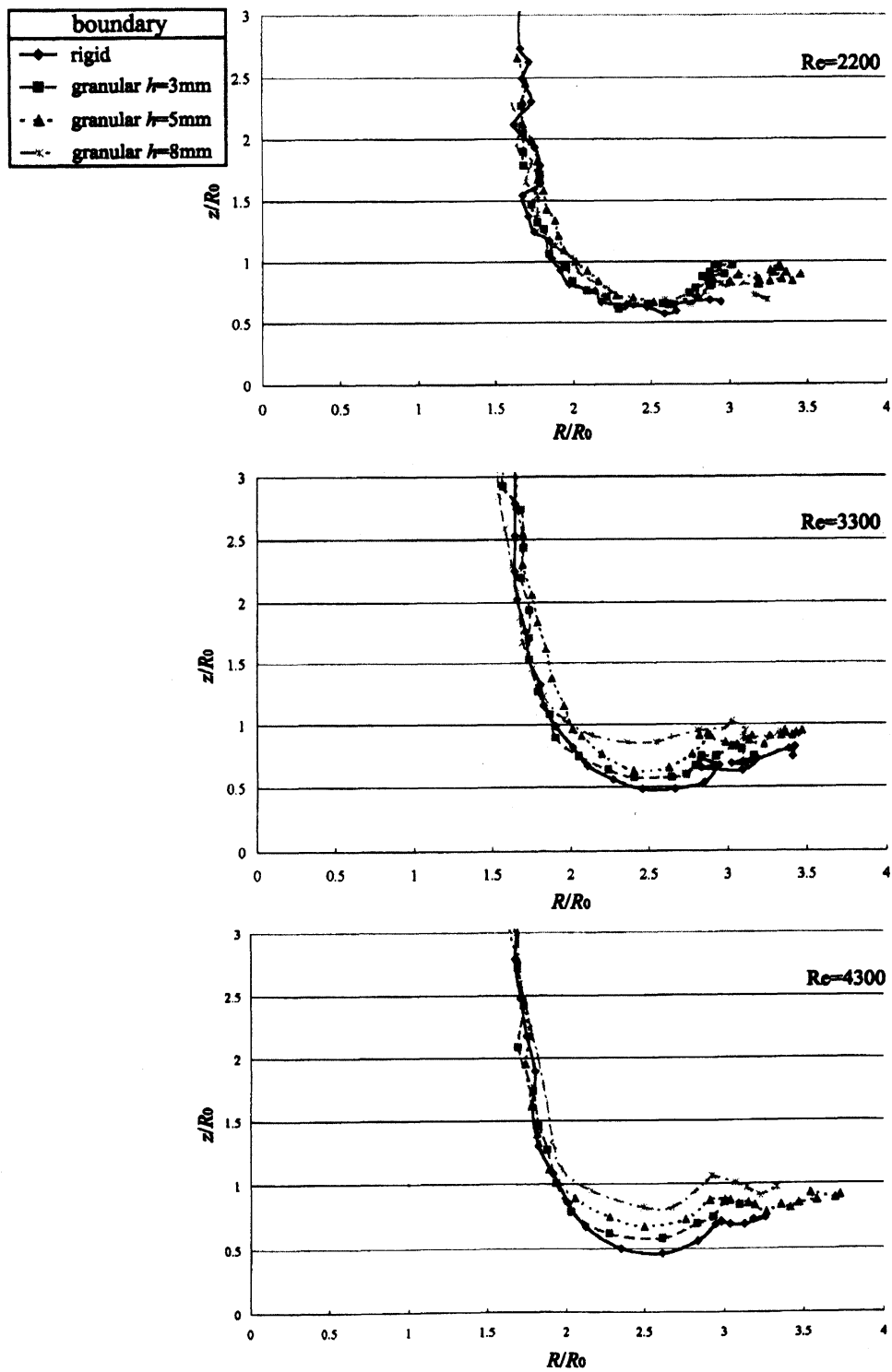


Figure 5: 渦輪の軌跡 $Re=2200, 3300, 4300$.

前述したように, 衝突により形成される粉粒体表面の凹凸パターンは, 渦輪の衝突による粉粒体表面の変化がおきない $Re = 2200$ より高い渦輪の衝突で見ることができた (Figure 6). 層厚 3mm の場合, Re が高くなると (つまり渦輪の並進速度が速くなり渦輪の持つ運動エネルギーが増加すると) 渦輪が吹き飛ばす粉粒体が増加するために表面上のパターンが次第に顕著になっていく. $Re = 3300, 3600$ では, パターンは渦輪の軸 ($R=0$) を中心に放射状に広がるパターンであり, 放射状の起伏の間隔は周期的に形成されている. $Re = 4300$ 程度になると, 前述の放射状のパターンに加えて渦輪の軸を中心に同心円状に広がるパターンも確認できる. 同心円状のパターンはおよそ 10mm ほどの幅がある. 層厚が 5mm になると $Re = 3300, 3600$ においても同心円状のパターンが確認でき, 逆に放射状のパターンの起伏は層厚 3mm のときよりも浅くなっている. これらのことから粉粒体層厚 h がパターン形成の重要なパラメータになっていることがうかがえる.

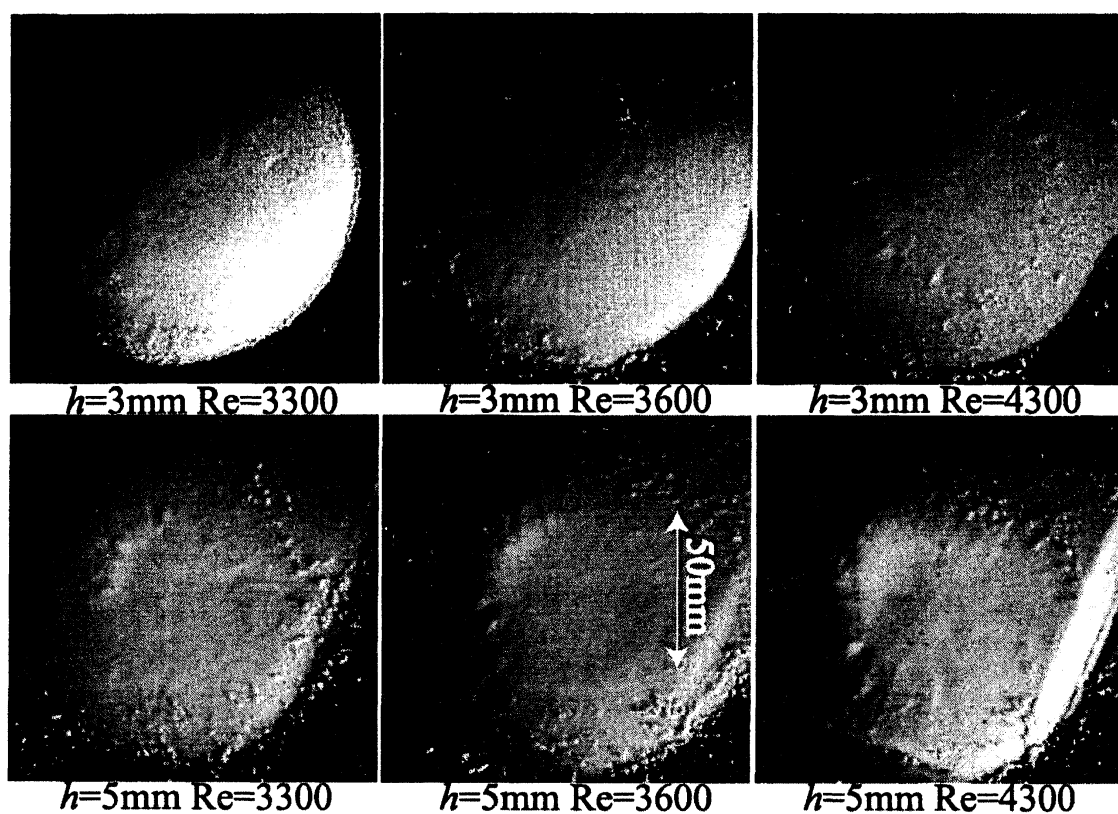


Figure 6: 粉粒体表面の変化.

6 考察

6.1 粉粒体表面のパターン形成について

渦輪の衝突により粉粒体表面に形成されるパターンには同心円状のパターンと放射状のパターンの2種類あることがわかった。この2種類のパターンの形成には渦輪の不安定性が関係していると考えられる。渦輪の各部分には渦輪の遠方部分から誘導される速度場が生じている。そのため渦輪は自身の作る速度場によって並進運動をする。渦輪が不安定になり完全な円形からずれると、そのずれを増大させる作用が働いて円形からますます変形していく。これを Widnall 不安定性と呼ぶ [7]。一例を Figure 7, Figure 8 に示す。渦輪は変形の過程で渦輪の周方向および進行方向に波状変形する。その後、波の振幅は増大し渦輪の形が花びら状になった直後に渦輪は崩壊する [8] [9] [10] [11]。

このような渦輪が粉粒体表面に衝突するときには、渦輪の進行方向に突出している部分 (Figure 7 の矢印部分) が粉粒体表面に先に到達する。この部分が表面を部分的に削り取り放射状のパターンを作っている。Figure 8 の矢印の部分と Figure 9 の放射状のパターンができている位置が対応していることも確認できる。放射状の凹凸が周期的に形成されているのはこのためと考えられる。進行方向に突出した部分が境界に衝突した後に遅れて到達する部分は、衝突による渦輪のエネルギーや運動量の減少により渦輪の波状変形も減衰しているので同心円状のパターンを形成する。また、遅れて粉粒体表面に到達する部分はすでにかかなりの運動エネルギーを失っており放射状のパターンよりも粉粒体表面を削る深さが浅い。Figure 6 で見たように Re が低い場合に同心円状のパターンが確認できないのはこのためである。

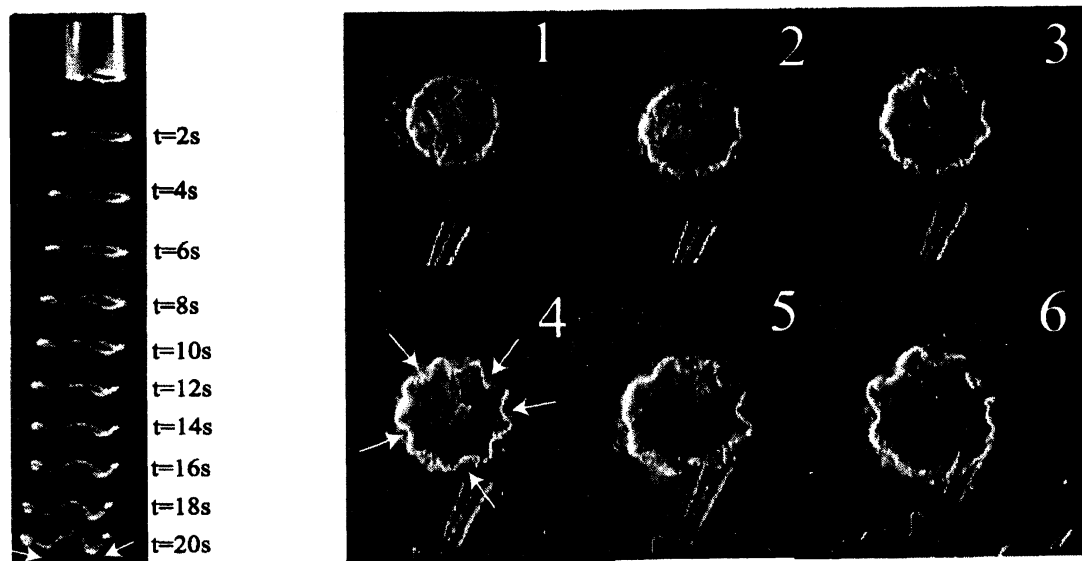


Figure 7: 渦輪の不安定性 (進行方向). Figure 8: 渦輪の不安定性 (周方向).

層厚が増加すると粉粒体表面上の粒子はより自由に動くことができ、渦輪の接近により生じる速度場の影響を受けやすくなる。同じ Re でも吹き飛ばす粉粒体の量が増え同心円状のパターンの幅が大きくなっていることも確認できる (Figure 9)。

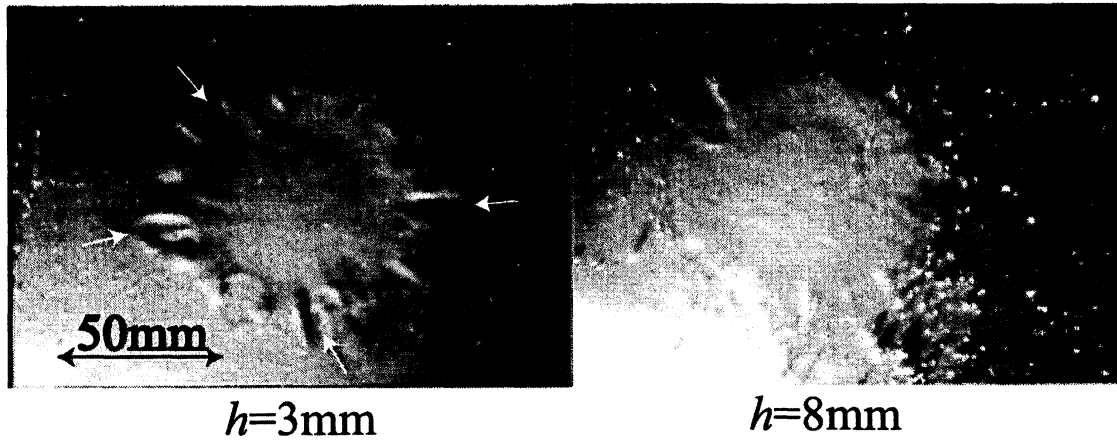


Figure 9: 同心円状および放射状のパターン (層厚依存性).

6.2 渦輪運動と質点運動の類似性

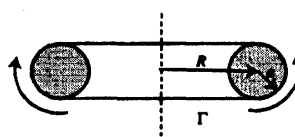
渦輪は一定の並進速度 U , 運動エネルギー K , インパルス P をもって運動するので, 一種の粒子のように振舞うことが知られている. 流体の密度を ρ , 渦輪の半径を R , 循環を Γ , 渦芯の半径を a とすると, それぞれ

$$U = \frac{\Gamma}{4\pi R} \left(\log \frac{8R}{a} - \frac{1}{4} \right)$$

$$K = \frac{1}{2} \rho R \Gamma^2 \left(\log \frac{8R}{a} - \frac{7}{4} \right)$$

$$P = \rho \pi R^2 \Gamma$$

である. ここで渦輪の半径に比べて渦芯半径が充分小さいと考えると以下のように近似できる.



渦輪の質量 $m \approx \pi a^2 2\pi R \rho = 2\pi^2 \rho a^2 R$

並進速度 $U \approx \frac{\Gamma}{4\pi R} \log \frac{8R}{a} \rightarrow \Gamma \approx \frac{4\pi R U}{\log(8R/a)}$

運動エネルギー $K \approx \frac{1}{2} \rho R \Gamma^2 \log \frac{8R}{a} \approx \frac{8\pi^2 \rho R^3 U^2}{\log(8R/a)} \approx \frac{1}{2} m U^2 \times \left(\frac{8R^2/a^2}{\log(8R/a)} \right)$

インパルス $P = \rho \pi R^2 \Gamma \approx \rho \pi R^2 \frac{4\pi R U}{\log(8R/a)} \approx m U \times \left(\frac{2R^2/a^2}{\log(8R/a)} \right)$

Figure 10: 渦輪の物理量.

すなわち渦輪は質量 m^* をもった質点と類似の運動をすることがわかる. そこで質点どうしの非弾性衝突の場合 (Figure 11) と比較する. この場合のエネルギー散逸は

$$\Delta E = \frac{1}{2} m v_0^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 - \frac{1}{2} M V_1^2 = \frac{1}{2} \frac{(1-e^2) m M}{m+M} v_0^2$$

である。ここで質点 m, M の衝突前の速度をそれぞれ $v_0, 0$, 衝突後のそれを v_1, V_1 とした。また e は反発係数である。

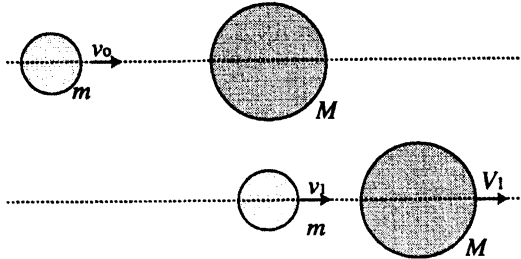


Figure 11: 非弾性衝突.

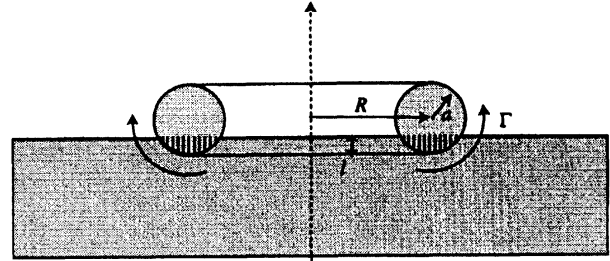


Figure 12: 衝突時に吹き飛ばす粉粒体.

したがって渦輪が粉粒体表面と衝突したことにより失ったエネルギーは $m \gg M$ として

$$\Delta E = \frac{1}{2} \frac{(1-e^2) mM}{m+M} v_0^2 \approx \frac{1}{2} (1-e^2) M v_0^2$$

$$\Delta E \approx (1-e^2) \pi R l a \rho^* C U^2$$

ただし、渦輪が l だけめり込んだ時に吹き飛ばす粉粒体の質量は、Figure 12 の斜線部分で $M \approx 2\pi R l a \rho^* C$, ρ^* は粉粒体の密度、めり込んだ部分の幅を a 程度と見積もった。 C は大きさ 1 程度の係数である。

粉粒体表面付近での速度は渦輪の周方向の速度 V , また下端では速度が 0 と考えられる。循環が Γ の渦輪では平均の渦度 $\omega = \Gamma/\pi a^2$ であるから

$$V = \frac{1}{2} \omega a = \frac{\Gamma}{2\pi a} \rightarrow u_r = \frac{V}{h} (z+h)$$

と見積もれる。ここで μ^* を粉粒体の“流体としての粘性率”とすると接線応力は

$$\tau_{rz} = \mu^* \frac{\partial u_r}{\partial z} = \mu^* \frac{V}{h} = \frac{\mu^* \Gamma}{2\pi a h}$$

したがって渦輪が粉粒体を表面に沿って b 程度の距離だけ移動させるのに使ったエネルギーは

$$W \approx F_r b \approx \tau_{rz} (2\pi R a) b = \frac{\mu^* b R \Gamma}{h}$$

となる。そこで $\Delta E = W$ とすると

$$l = \frac{\mu^* b \Gamma}{\pi C (1-e^2) \rho^* U^2 a h} = \frac{16\pi \mu^* b R^2}{C (1-e^2) \rho^* a \Gamma (\log 8R/a)^2} \frac{1}{h}$$

となる。つまり粉粒体層厚 h が増加すると渦輪は粉粒体表面にめり込む深さが浅くなると言える。

これを実験結果と比較してみる。渦芯半径 a と l, z との関係は Figure 13 のようになっている。Figure 5 より $Re = 2200, 4300$ について渦輪がもっとも境界に接近する距離を層厚に対してプロットすると Figure 14 を得る。

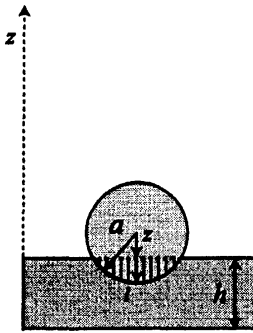


Figure 13: 渦芯半径 a と l, z との関係。

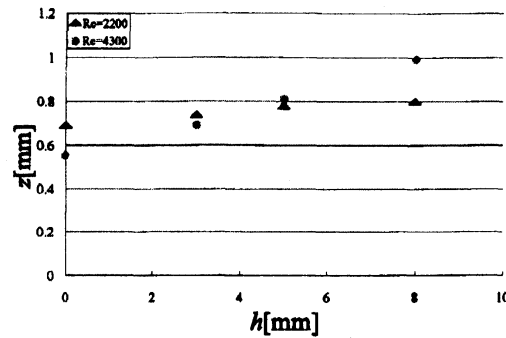


Figure 14: z の層厚依存性。

渦芯半径 a と z との位置関係 ($z = a - l$) から渦輪が粉粒体表面にめり込む深さ l の層厚依存性は Figure 15 のようになる。

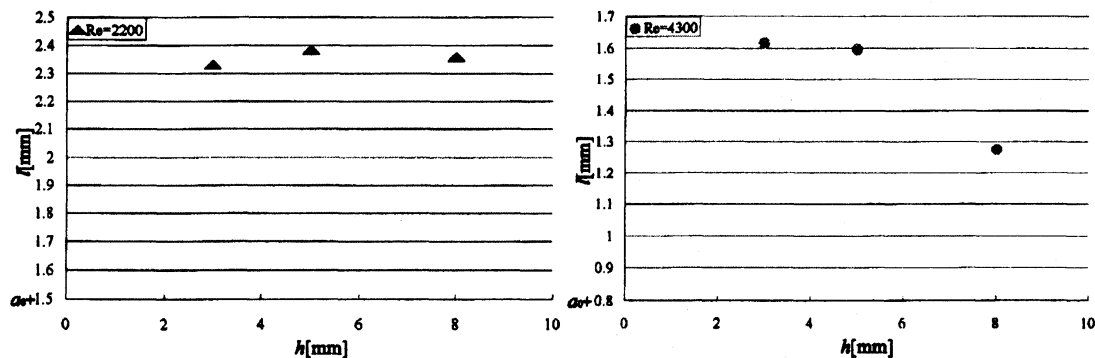


Figure 15: l の層厚依存性。

この結果からも Re が 2200 以上の場合には層厚の増加による l の減少が確認できる。他方 $Re = 2200$ では粉粒体が吹き飛ばされないで l の変化はない。¹

7 まとめ

渦輪は Re がある程度の大きさにならないと粉粒体表面を変形させることができず、固体壁の場合と同じようなふるまいをする。粉粒体表面ではエネルギーの散逸があるため渦輪の減衰が早く、そのために渦輪は固体壁の場合に比べて境界に接近できない。層厚が増加すると渦輪はより境界に接近しづらくなる。粉粒体

¹ 渦芯の初期半径 a_0 を測定していないため Figure 15 の縦軸に a_0 が入っているが、同程度の Re ならば渦芯半径の時間変化はほぼ同じことが確認されているのでこの表記を用いた。

表面上のパターンは渦輪の Re 数および粉粒体の層厚により変化し、そのパターンには渦輪の波状変形の程度により同心円状および放射状のパターンの2種類のパターンが見られた。

8 今後の課題

今後は、粉粒体の種類や粒径を変えた実験を行うこと、渦輪の軌道の Re 数依存性をさらに詳しく調べること、また、渦輪の衝突で吹き飛ばした粉粒体の体積を求め衝突により実際にどの程度のエネルギー散逸があるのか定量的に明らかにすること、などが必要である。

参考文献

- [1] J.D.A.Walker & C.R.Smith: "The impact of a vortex ring on a wall", *J.Fluid Mech.* **181**,99-140 (1987).
- [2] Yuko Oshima: "Motion of the Vortex Rings near the Boundary Plane of the Fluid", *Natural Science Report,Ochanomizu University*,**24**,No.2, 61-68 (1973).
- [3] 内藤隆, 阪野治, 山田日出夫:「渦輪が平板に垂直に接近する流れ場に現れる縦渦」, 日本流体力学会誌「ながれ」 **16**,344-354 (1997).
- [4] 須田敏典:「教室で行う衝突型クレーター形成の模擬実験の開発」, 宮城教育大学卒業論文.
- [5] 高木隆司:物理学最前線 21 より「渦糸の理論」, 共立出版 (1988).
- [6] 浅沼強編:「流れの可視化ハンドブック」, 朝倉書店 (1977).
- [7] S.E.Widnall & J.P.Sullivan: "On the stability of vortex rings", *Proc.R.Soc.Lond.A***332**,335-353 (1973).
- [8] 奥出宗重, 大蔵信之:「渦輪の変形過程における構造」,「境界層遷移の解明と制御」研究会講演論文集 (第25回・第26回),33-36(1999).
- [9] 奥出宗重, 大蔵信之, 早藤英俊:「渦輪の渦度分布と循環値」, 日本流体力学会誌「ながれ」 **19**,119-128(2000).
- [10] 奥出宗重, 大蔵信之, 早藤英俊:「流れ模様で得た渦輪の変形過程とその構造」, 日本流体力学会誌「ながれ」 **19**,374-384(2000).
- [11] 奥出宗重, 大蔵信之, 早藤英俊:「渦輪に現れる遠心力不安定性」, 日本流体力学会誌「ながれ」 **21**,78-88(2002).