

現在の所、これらの差分化された多項式はソリトン理論とは独立に得られたものであるが、将来はソリトン理論の「わく内」で構成出来るものと予想される。

高次元ソリトン（ばくはつーげんすいソリトン）

大阪外大・物理 中 村 明

§ 1 高次元ソリトンとばくはつーげんすいソリトン

ある種のいわゆる“完全積分の可能なシステム”といわれる非線形システムでのなみのうんどうが、ソリトンとよばれる、基本的な、なみによって非常に、きれいに記述されることが、わかってきた。しかしいままでは、システムは空間1次元がおおかった。空間2, 3次元ではまだまだわからないことがおおい。

高次元のなかでも、いちばんかんたんそうな空間2次元についてかんがえる。わたしは、この数年のころみにより、少なくとも空間2次元では、いままでよく、しられていた、ふつうのソリトン（一定のなみのかたちをたもちつつ、はしってゆく、ようななみ）だけでなく、かたちが、ふくらんだり、しぼんだりするなみ“ばくはつーげんすいソリトン”が存在することを、あきらかにしてきた。2次元の具体例として、みつかっているものにつぎがある。

- 1) cylindrical KdV, ¹⁾
- 2) 2次元 KdV ($\equiv$ KP), ²⁾
- 3) 2次元 Toda, ³⁾
- 4) 2次元 (cubic) nonlinear Schroedinger, ⁴⁾
- 5) 2次元 (coupled) " , ⁵⁾

ここで1)～3)までは、ばくはつーげんすいソリトンは、いつもベッセル関数や、その親類であるエアリー関数で、かけれる。4) は、ふつうのいみでの、いわゆる完全積分の可能なシステムでは、ないとかんがえられるので、すこし例外的にかんがえないとダメであろう。

5) だけが完全積分可能な1), 2), 3), 5) のなかで、ただひとつ指数関数で、かけられた、ばくはつーげんすいソリトンをもつ。

そこで、でてくるオモシロイ問題として、つぎが、かんがえられる。はたして5) にもベッセル関数で、あらわされる、ばくはつーげんすいソリトンが存在しないのだろうか？ これに

中村明

ついて、ちかごろわかったのは、やはり 5) にもベッセル型のばくはつーげんすいソリトンがあるということである。⁶⁾ このばあい、さらにエルミート多項式のものも存在することもわかった。

さて、これらの話題に関係して、以前にわたしが提出した予想として、つぎのものがあつた。

“空間 2 次元，時間 1 次元のシステムでは，もし N -ソリトンが存在すれば， N -ばくはつーげんすいソリトンも存在するであろう。”⁵⁾

これに，うえにのべた，2)，3)，5) の具体例より，つぎの予想をつけたしたい。

“うえの場合のばくはつーげんすいソリトンは数学的には，ベッセル関数などの特殊関数でかけられるものが存在する。”

§ 2 空間 1 次元でのばくはつーげんすいソリトン

さてそれでは，ばくはつーげんすいソリトンは，空間 2 次元にのみ存在するものだろうか？ かならずしも，そう限定する必要は，ない！ 以前にひとつの微分-積分型の方程式が，ふつうのソリトンだけでなく，エアリー関数でかけられる，ばくはつーげんすいソリトンも，もつことをしめした。⁷⁾ ごくちかごろ，もっとかんたんな形をした微分方程式のシステムであり，物理的にも，流体のうんどうに関連して，でてくるクラシカル-ブジネ方程式に，ばくはつーげんすいソリトンが存在することが，竹本俊治によって，みつけられた。⁸⁾ これからも，どんどん，あたらしい例がみつけられるであろう。

参 考 文 献

- 1) A. NAKAMURA: J. Phys. Soc. Jpn. **49** (1980) 2380.
- 2) A. NAKAMURA: Phys. Rev. Lett. **46** (1981) 751.
- 3) A. NAKAMURA: J. Phys. Soc. Jpn. **52** (1983) 380.
- 4) A. NAKAMURA: J. Phys. Soc. Jpn. **50** (1981) 2467.
- 5) A. NAKAMURA: Phys. Lett. **88A** (1982) 55.
J. Math. Phys. **23** (1982) 417, 1422.
- 6) A. NAKAMURA: J. Phys. Soc. Jpn. **52** (1983) 3713.
- 7) A. NAKAMURA: J. Phys. Soc. Jpn. **51** (1982) 2057.
- 8) S. KAWAMOTO: J. Phys. Soc. Jpn. **53** (1984) No. 2 (to appear)