

京都大学	博士（理 学）	氏 名	浦本 武雄
論文題目	A Modified Completeness Theorem of KAT and Decidability of Term Reducibility		
(論文内容の要旨)			
テスト付きクリーニ代数 KAT は、正規言語に対する代数系であるクリーニ代数 KA を、ブール代数をその部分代数としてもつように拡張した代数系である。KAT は、プログラムの同値性やプログラム論理といった問題に対して、代数的手法によりアプローチするために Kozen により提案されたものであり、KAT で決定可能/不可能な問題のクラスについてはよく研究されてきている。 本論文の主題は、KAT 項の還元可能性問題の決定可能性の証明である。KAT 項の還元可能性問題とは、与えられた KAT 項がある特定のクラスに属する等価な項を持つかを問う問題であり、例えば、与えられたプログラムを変換してそれと等価な効率のよいプログラムを得ることができるかどうかを問うプログラム最適化との関連で現れる重要な問題である。 KAT 項の還元可能性問題の決定可能性問題については、Kozen と Smith によって、KAT の公理体系がガード付き文字列の正規集合からなるモデルに対して完全であることが既に証明されていることから、正規言語クラスの所属問題に還元することができる。また、正規言語クラスの所属問題については、star-free 言語クラスへの所属問題を初めとしたいくつかの同様の問題で統語的モノイド上の擬等式を用いた決定手法が使われている。ところが、上記の決定可能性問題に対してはこの手法をそのまま用いることはできない。なぜなら、ガード付き文字列の正規集合のいかなる非自明なクラスも、擬等式によっては特徴付けられないからである。これは、ガード付き文字列のクラスが文字列による商に関して閉じていないことに起因する。 本論文では、上記の問題を解決するため、まずガード付き文字列の条件を弱めた弱ガード付き文字列の正規集合からなるモデルに対する KAT の完全性定理を証明している。(ガード付き文字列ではテスト記号が一定の順序でちょうど一回だけ現れるのに対し、弱ガード付き文字列ではテスト記号は任意の順番で何度でも現れてよいとしており、これによって文字列による商に関して閉じていないという上記の問題を克服している。) さらに、統語的半環上の擬等式を用いた決定手法を用いることによって KAT 項の還元可能性問題の決定可能性を証明した。また、統語的半環上の擬等式によって特徴付けられる非自明なクラスが存在することを、実際にそのようなクラスを構成することによって示した。 以上が本論文の主要結果である。			

(論文審査の結果の要旨)

本論文は、テスト付きクリーニ代数 KAT の還元可能性問題、すなわち与えられた KAT 項がある特定のクラスに属する等価な項を持つかどうか、の判定が決定可能であることを証明することに成功している。KAT の還元可能性問題の決定可能性についてはこれまでに証明されておらず、新規の成果である。

これまでこの種の問題を解決するためには、Kozen と Smith による KAT の完全性定理を用いることによって問題をガード付き文字列の正規言語クラスの所属問題に還元し、さらにこの所属問題を統語的モノイド上の擬等式を用いた決定手法によって解決する方法がとられてきた。しかし、KAT の還元可能性問題については、ガード付き文字列の正規言語クラスの所属問題に還元することはできても、いかなる非自明なガード付き文字列の正規言語クラスも擬等式によっても特徴付けることはできないため、上記手法をそのまま適用することはできない。

浦本氏による本研究は、ガード付き文字列の代わりに弱ガード付き文字列を用いた KAT の新しい完全性定理を与え、さらに統語的半環上の擬等式として特徴付けられる (自明でない) 弱ガード付き文字列の正規言語クラスが決定可能であることを示すことによって、KAT の還元可能性問題の決定可能性に関して肯定的な結論を得ることに成功している。これは、代数的アプローチによるプログラムの同値性やプログラム論理といった問題に対して重要な知見を加える興味深い結果である。また、KAT の新しい完全性定理において提唱された弱ガード付き文字列は、ガード付き文字列のクラスが文字列による商に関して閉じていないという観察から導出したものであり、新しい完全性定理は KAT の代数的性質のより核心的な部分を明らかにしたものである。

以上の学術的成果は、テスト付きクリーニ代数 KAT およびその還元可能性問題の代数的側面に関する浦本氏の深い見識と独創性、および数学的洞察力の高さを示している。また、論文も論理立てて筋道よく書かれており、博士論文としてふさわしいものである。

よって、本論文は博士 (理学) の学位論文として価値あるものと認める。また、論文内容とそれに関連した事項について平成 26 年 1 月 24 日に試問を行った結果、合格と認めた。