

エネルギー散逸率の大スケール変動

気象研究所 毛利英明 (Hideaki Mouri)¹

Meteorological Research Institute

同志社大学 高岡正憲 (Masanori Takaoka)²

Doshisha University

1 はじめに

局所等方乱流に関する Kolmogorov [1] の 1941 年理論では, 小スケールにおける統計が動粘性係数 ν と平均エネルギー散逸率 $\langle \varepsilon \rangle$ から一意的に決まると考える. これに対し Landau [2] は以下のように議論した:

“局所エネルギー散逸率 ε は, エネルギー保有渦のスケールにおいて空間的に変動する筈. この変動は普遍的でなく, 流れにより異なる. 小スケール統計は変動の影響を受け普遍性を持たない.”

Landau の議論は小スケールにおける間欠性の予言と看做されてきた. 1962 年に Kolmogorov [3] が対数正規分布理論を発表した際, 間欠性のアイデアを Landau から得たと記したからである. しかしながら上の議論は大スケール変動に関するものだ. Landau が文献に記録されている以上のことを Kolmogorov に語ったのか, Landau の議論から Kolmogorov が独自に間欠性のアイデアを得たのかは不明である [4].

エネルギー散逸率の小スケールにおける間欠性は精力的に調べられてきたが [4, 5, 6, 7, 8], 速度相関長を超えるような大スケールにおける変動を調べた例は少数の理論的研究を除いて無い. Oboukhov [9] は変動は常に顕著であると考えた. Kraichnan [10] は変動が何らかの空間的な混合により平滑化されると考えた. 空間的な混合は圧力揺らぎによるエネルギー再配分の結果として引き起こされる可能性がある [5]. このようにエネルギー散逸率の大スケール変動に関しコンセンサスは得られていない.

エネルギー散逸率の変動は大スケールにおいて顕著なのだろうか? 大スケール変動は普遍性を持つのだろうか? これらの問題を境界層乱流に関する風洞実験から調べよう. 熱線流速計と Taylor 仮説とを用いて, 速度場の 1 次元断面を得る. 平均流に沿っての座標 x での局所エネルギー散逸率は, 縦速度 u あるいは横速度 v を用いて

$$\varepsilon_u(x) = 15\nu \left[\frac{du(x)}{dx} \right]^2 \quad \text{あるいは} \quad \varepsilon_v(x) = \frac{15\nu}{2} \left[\frac{dv(x)}{dx} \right]^2. \quad (1)$$

これらの局所エネルギー散逸率は, 真の局所エネルギー散逸率 $\nu \sum_{i,j} (\partial_i u_j + \partial_j u_i)^2 / 2$ の代用にすぎないが, 局所等方乱流において正しい平均値を与える. 局所エネルギー散逸率を

¹〒 305-0052 つくば市長峰 気象研究所 (hmouri@mri-jma.go.jp)

²〒 610-0394 京田辺市多々羅都谷 同志社大学工学部 (mtakaoka@mail.doshisha.ac.jp)

粗視化して、スケール r における散逸率を得る:

$$\varepsilon(r, x) = \frac{1}{r} \int_{-r/2}^{+r/2} \varepsilon(x + x') dx'. \quad (2)$$

添字 u, v は不必要な場合には省略とする. 平均散逸率 $\langle \varepsilon(r, x) \rangle = \langle \varepsilon(x) \rangle$ まわりでのエネルギー散逸率 $\varepsilon(r, x)$ の変動を, スケール r の関数として調べることにしよう.

2 最大スケールにおける自明な振舞

局所エネルギー散逸率 $\varepsilon(r, x)$ が乱流の1次元断面上で得られているとする. 乱流が1次元断面に沿って一様ならば, スケール r における相関関数 $\phi_\varepsilon(r)$ は

$$\phi_\varepsilon(r) = \langle [\varepsilon(x+r) - \langle \varepsilon(x) \rangle][\varepsilon(x) - \langle \varepsilon(x) \rangle] \rangle. \quad (3)$$

ここで $\langle \cdot \rangle$ は座標 x に関する空間平均. 相関長 L_ε は

$$L_\varepsilon = \frac{\int_0^\infty \phi_\varepsilon(r) dr}{\phi_\varepsilon(0)}. \quad (4)$$

あるスケール r_* より大きいスケールにおいて相関が無視し得ると仮定しよう. つまり $r > r_* > L_\varepsilon$ において $\phi_\varepsilon(r)/\phi_\varepsilon(0) \simeq 0$. この仮定は現実乱流の任意の物理量について期待できる. というのは現実乱流は有限の広がりしか持たないからである.

相関関数 $\phi_\varepsilon(r)$ を用いれば平均散逸率 $\langle \varepsilon(r, x) \rangle$ まわりでのエネルギー散逸率の揺らぎ $\sigma_\varepsilon(r)$ が得られる:

$$\sigma_\varepsilon(r)^2 = \langle [\varepsilon(r, x) - \langle \varepsilon(r, x) \rangle]^2 \rangle = \frac{2}{r^2} \int_0^r (r-r') \phi_\varepsilon(r') dr'. \quad (5)$$

注目するスケール r がスケール r_* より十分に大きい場合に上式 (5) は

$$\sigma_\varepsilon(r)^2 = \frac{2L_\varepsilon \phi_\varepsilon(0)}{r}. \quad (6)$$

つまりエネルギー散逸率の揺らぎはスケーリング $\sigma_\varepsilon(r) \propto r^{-1/2}$ を持つ.

スケーリング $\sigma_\varepsilon(r) \propto r^{-1/2}$ の意味を考えよう. 注目するスケール r がスケール r_* より十分に大きいとする. エネルギー散逸率 $\varepsilon(r, x)$ は幅 r_* の小領域に関する和を用いて表すことができる:

$$\varepsilon(r, x) = \frac{r_*}{r} \sum_{n=1}^{r/r_*} \varepsilon(r_*, x_n) \quad \text{ただし} \quad x_n = x - \frac{r+r_*}{2} + nr_*. \quad (7)$$

小領域におけるエネルギー散逸率 $\varepsilon(r_*, x_n)$ は互いに独立だから, $\sum_n \varepsilon(r_*, x_n)$ に関する揺らぎの2乗は $\sum_n \sigma_\varepsilon(r_*)^2$. したがってエネルギー散逸率の揺らぎ $\sigma_\varepsilon(r)$ の2乗は

$$\sigma_\varepsilon(r)^2 = \frac{r_* \sigma_\varepsilon(r_*)^2}{r}. \quad (8)$$

表 1: Summary of turbulence statistics.

Mean streamwise velocity	U	7.05 m s^{-1}
Streamwise velocity fluctuation	$\langle u^2 \rangle^{1/2}$	1.48 m s^{-1}
Spanwise velocity fluctuation	$\langle v^2 \rangle^{1/2}$	1.22 m s^{-1}
Streamwise flatness factor	$\langle u^4 \rangle / \langle u^2 \rangle^2$	2.71
Spanwise flatness factor	$\langle v^4 \rangle / \langle v^2 \rangle^2$	3.02
Air temperature		$14.9\text{--}15.9 \text{ }^\circ\text{C}$
Kinematic viscosity	ν	$0.145 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$
Mean energy dissipation rate (ε_u)	$\langle \varepsilon_u \rangle = 15\nu \langle (\partial_x u)^2 \rangle$	$5.45 \text{ m}^2 \text{ s}^{-3}$
Mean energy dissipation rate (ε_v)	$\langle \varepsilon_v \rangle = 15\nu \langle (\partial_x v)^2 \rangle / 2$	$4.05 \text{ m}^2 \text{ s}^{-3}$
Correlation length (u)	$L_u = \int_0^\infty \phi_u(r) dr / \phi_u(0)$	42.3 cm
Correlation length (v)	$L_v = \int_0^\infty \phi_v(r) dr / \phi_v(0)$	5.78 cm
Correlation length (ε_u)	$L_{\varepsilon_u} = \int_0^\infty \phi_{\varepsilon_u}(r) dr / \phi_{\varepsilon_u}(0)$	0.970 cm
Correlation length (ε_v)	$L_{\varepsilon_v} = \int_0^\infty \phi_{\varepsilon_v}(r) dr / \phi_{\varepsilon_v}(0)$	0.753 cm
Taylor microscale	$\lambda = [2\langle v^2 \rangle / \langle (\partial_x v)^2 \rangle]^{1/2}$	0.896 cm
Kolmogorov length	$\eta = (\nu^3 / \langle \varepsilon_v \rangle)^{1/4}$	0.0166 cm
Microscale Reynolds number	$\text{Re}_\lambda = \langle v^2 \rangle^{1/2} \lambda / \nu$	756

こうして再びスケーリング $\sigma_\varepsilon(r) \propto r^{-1/2}$ を得る. 導出から明らかなように, このスケーリングは統計的なもので力学的なものではない.

さらに式 (7) における小領域の総数 r/r_* が大きいことから, 中心極限定理を適用すれば, 揺らぎ $\sigma_\varepsilon(r)$ が十分に小さい限り, エネルギー散逸率 $\varepsilon(r, x)$ は平均散逸率 $\langle \varepsilon(r, x) \rangle$ の近傍で Gauss 分布に従うことがわかる [7].

統計的スケーリング $\sigma_\varepsilon(r) \propto r^{-1/2}$ と Gauss 性は, 物理量 $r\varepsilon(r, x)$ が大スケールにおいて相加的であることを意味する. ある領域における相加的な物理量の値は, 互いに独立な小領域における値の和として表すことができる (式 (7)). 多くの例が統計力学・熱力学で見られるが [11], 対象とするスケールが, 相関が顕著であるようなスケールに比べ, 非常に大きいからである.

3 風洞実験

気象研究所風洞を用いて実験を行った. 測定部の寸法は流れ方向に 18 m, スパン方向に 3 m, 高さ方向に 2 m. 測定部の床面全体に粗度として煉瓦を置いた. 煉瓦の寸法は流れ方向に 0.06 m, スパン方向に 0.21 m, 高さ方向に 0.11 m. 煉瓦の間隔は 0.5 m. 測定部の入り口での流入速度を 10 m s^{-1} に設定した.

流れ方向速度 $U + u$ とスパン方向速度 v の時系列を X 型熱線風速計を用いて取得した. 熱線の有効長は 1.25 mm. 熱線の間隔は 1 mm. Taylor 仮説により, 平均流に沿った速度

場の1次元断面が得られる。³

測定部の風上端から12.5 mの場所で測定を行った。この場所で境界層は十分に発達していた。99%厚さは0.8 m。排除厚さは0.2 m。対数則層は0.15mから0.35mの高さにあった。

測定位置は床面から0.25 mで対数則層内にある。スパン方向速度 $v(x)$ の1点確率分布に関するflatness $\langle v(x)^4 \rangle / \langle v(x)^2 \rangle^2$ がGauss分布での値3を取るように、この高さを決めた。床面に近すぎると、粗度の影響を受けflatnessは3より小さくなる。床面から遠すぎると、外側の層流との境界の変動の影響を受けflatnessは3より大きくなる。flatnessが3となるような中間的な高さでは、様々な大きさ・強さの渦が乱雑かつ独立に空間を充たしていると考えられる[12]。

データ集録には分解能16-bitのA/Dコンバータを用いた。サンプリング周波数は30 kHz。データ長は 3×10^8 点。データ集録前に24 dB/octaveのアナログフィルタを用いて15kHz以上の周波数を持つ成分を除去している。

表に乱流の統計諸量を示す。速度の空間微分は以下のような差分から評価した：

$$\frac{du(x)}{dx} = \frac{u(x + \delta x) - u(x - \delta x)}{2\delta x}. \quad (9)$$

ここで δx はサンプリング間隔。サンプリング間隔が十分に小さいため、高次の差分項は必要ない[5]。

4 実験結果と考察

エネルギー散逸率および関係する物理量の統計を広範囲のスケール r において見ていく。十分に長いデータを用いているため、全スケールにおいて統計は十分に良く収束している。

図1aに局所エネルギー散逸率 $\varepsilon_u(x)$, $\varepsilon_v(x)$ および速度 $u(x)$, $v(x)$ の相関関数と相関長を示す。速度に関する相関関数と相関長の定義は

$$\phi_u(r) = \langle u(x+r)u(x) \rangle \quad \text{および} \quad L_u = \frac{\int_0^\infty \phi_u(r) dr}{\phi_u(0)}, \quad (10)$$

$$\phi_v(r) = \langle v(x+r)v(x) \rangle \quad \text{および} \quad L_v = \frac{\int_0^\infty \phi_v(r) dr}{\phi_v(0)}. \quad (11)$$

相関関数 $\phi_u(r)$, $\phi_v(r)$ はエネルギー保有渦の最大サイズまで顕著である。相関長 L_u はエネルギー保有渦の平均サイズに相当する。局所エネルギー散逸率は小スケールに属する物理量だから、相関関数 $\phi_{\varepsilon_u}(r)$, $\phi_{\varepsilon_v}(r)$ の減衰は早い。しかしながら、これらの相関関数は相関長 L_u 近くまで顕著である[6, 8]。

図1bにエネルギー散逸率の揺らぎ $\sigma_{\varepsilon_u}(r)$, $\sigma_{\varepsilon_v}(r)$ を示す。小スケールにおいて大きな値をとるのは間欠性のためである。相関長 L_u 近くにおいても揺らぎは平均エネルギー散逸

³流れ方向乱流速度 u の測定値には、とくに小スケールにおいて、2本の熱線に垂直な乱流速度成分が混入している。スパン方向乱流速度 v の測定値には、このような混入はない。そのため $\partial_x v$ に基づく結果の方が $\partial_x u$ に基づく結果より信頼できる。

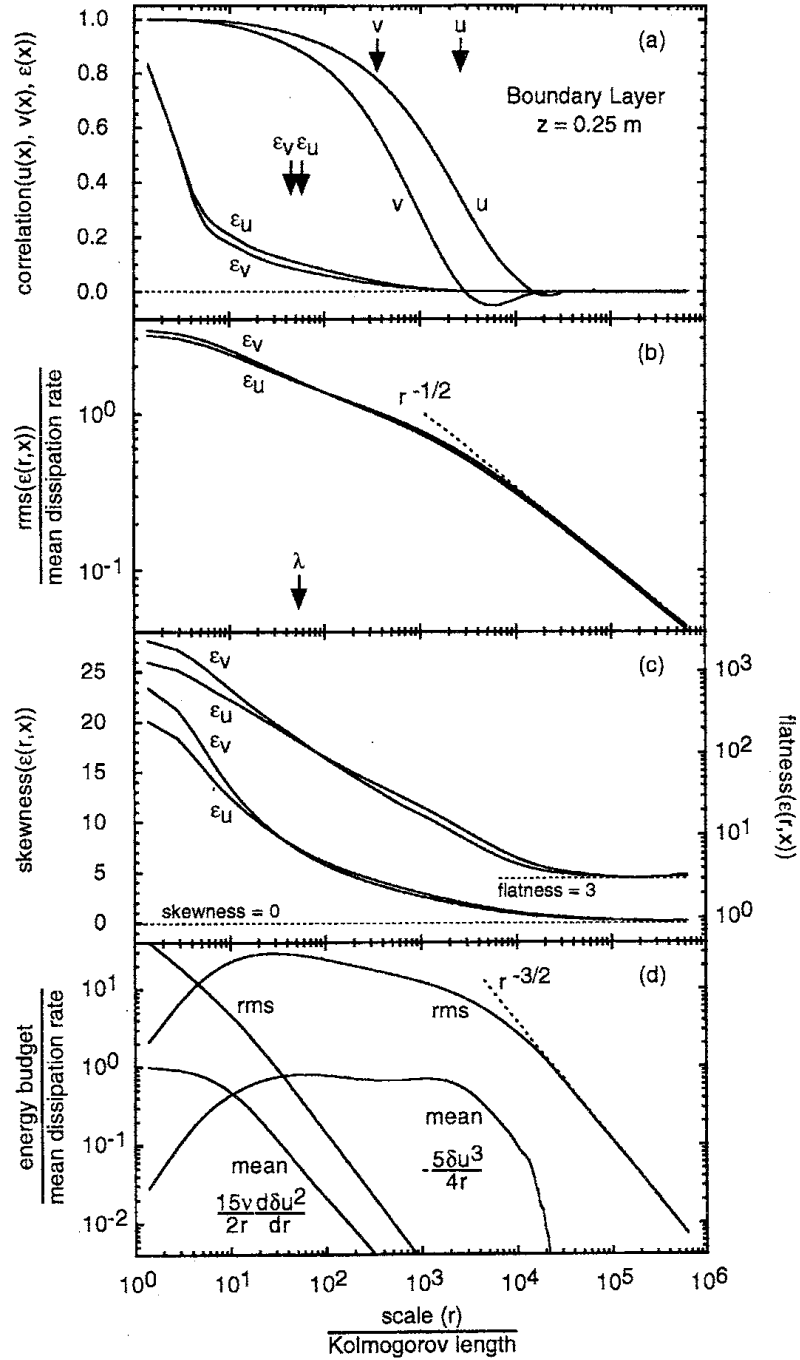


Fig. 1: Statistics as a function of the scale r normalized by the Kolmogorov length η . (a) Correlation functions $\phi_{\epsilon_u}(r)/\phi_{\epsilon_u}(0)$, $\phi_{\epsilon_v}(r)/\phi_{\epsilon_v}(0)$, $\phi_u(r)/\phi_u(0)$, and $\phi_v(r)/\phi_v(0)$. The arrows indicate the correlation lengths L_{ϵ_u} , L_{ϵ_v} , L_u , and L_v . (b) Root-mean-square fluctuations $\sigma_{\epsilon_u}(r)$ and $\sigma_{\epsilon_v}(r)$. They are respectively normalized by $\langle \epsilon_u(x) \rangle$ and $\langle \epsilon_v(x) \rangle$. The arrow indicates the Taylor microscale λ . (c) Skewness and flatness factors for $\epsilon_u(r, x)$ and $\epsilon_v(r, x)$. (d) Averages and root-mean-square fluctuations of $-5\delta u^3/4r$ and $15\nu\partial_r(\delta u^2)/2r$ coarse-grained over the scale r . They are respectively normalized by $\langle \epsilon_v(x) \rangle$ and $\langle \epsilon_u(x) \rangle$.

率 $\langle \varepsilon(x) \rangle$ と同程度である [6, 8]. つまり “エネルギー散逸率の揺らぎはエネルギー保有渦のスケールにおいて顕著である” という Landau [2] の議論は正しい. 統計的スケーリング $\sigma_\varepsilon(r) \propto r^{-1/2}$ が始まるのは, 速度相関 $\phi_u(r)$, $\phi_v(r)$ が消滅するスケール, つまりエネルギー保有渦の最大サイズ近くからである.

図 1c に平均散逸率 $\langle \varepsilon(r, x) \rangle$ まわりでのエネルギー散逸率 $\varepsilon(r, x)$ の変動に関する skewness と flatness を示す. これらの定義は

$$\text{skewness} = \frac{\langle [\varepsilon(r, x) - \langle \varepsilon(r, x) \rangle]^3 \rangle}{\langle [\varepsilon(r, x) - \langle \varepsilon(r, x) \rangle]^2 \rangle^{3/2}}, \quad (12)$$

$$\text{flatness} = \frac{\langle [\varepsilon(r, x) - \langle \varepsilon(r, x) \rangle]^4 \rangle}{\langle [\varepsilon(r, x) - \langle \varepsilon(r, x) \rangle]^2 \rangle^2}. \quad (13)$$

小スケールにおいて大きな値をとるのは間欠性のためである. 相関長 L_u より大きいスケールで skewness と flatness は Gauss 分布での値 0 と 3 に近づいていく. 図では明瞭でないが, 最大スケールにおいても Gauss 分布での値は厳密には得られていない [7]. 中心極限定理は Gauss 分布を厳密に与えるものでないからである.

図 1d に Kármán-Howarth-Kolmogorov 方程式に現れる物理量を示す. この方程式は定常な一様等方乱流の各スケールにおけるエネルギー収支を表す. 具体的な形は

$$-\frac{5\langle \delta u(r, x)^3 \rangle}{4r} + \frac{15\nu d\langle \delta u(r, x)^2 \rangle}{2r dr} = \langle \varepsilon(x) \rangle. \quad (14)$$

ここで $\delta u(r, x)$ は 2 点間速度差 $u(x+r) - u(x)$. 局所的なエネルギー伝達率 $-5\delta u^3/4r$ とエネルギー散逸率 $15\nu\partial_r(\delta u^2)/2r$ をスケール r において粗視化し, 平均とそのまわりの揺らぎを計算した. 慣性領域はエネルギー保有渦の平均サイズ L_u 近くまで拡がっている. この領域において平均エネルギー伝達率は平均エネルギー散逸率 $\langle \varepsilon(x) \rangle$ にほぼ等しい. より大きいスケールにおいて, 平均エネルギー伝達率は無視し得るが, エネルギー伝達率の揺らぎは依然として大きい. エネルギー散逸率の揺らぎ $\sigma_\varepsilon(r)$ が統計的スケーリング $r^{-1/2}$ を持つようになる大スケールで, エネルギー伝達率の揺らぎも統計的スケーリング $r^{-3/2}$ を持つようになる.⁴

エネルギー散逸は, エネルギー・カスケードの終端で起こるのだから, 各スケール間のエネルギー伝達に依存する [10]. エネルギー伝達は, 平均的には大スケールから小スケールへ方向に進むが, 揺らぎが大きいことから解るように (図 1d), 局所的には大スケールから小スケールへとほぼ同じ頻度で小スケールから大スケールへ方向にも起きている. このエネルギー伝達率の変動がエネルギー散逸率の大スケール変動の原因である. 前者は後者より大きいから (図 1d,b), 何らかの空間的な混合が働いていると考えられる [10]. しかし後者は無視し得ない大きさだから, 空間的な混合は不完全と考えられる [5]. エネルギー伝達率の変動は, その原因を個々のエネルギー保有渦に帰することができる. するとエネルギー散逸率の変動がエネルギー保有渦のスケールにおいて顕著であることが説明できる (図 1b). スケール r がエネルギー保有渦の最大サイズを超えると, エネルギー保有

⁴ エネルギー伝達率 $-5\delta u^3/4r$ の統計的スケーリングは因子 r^{-1} のため $r^{-1/2}$ でなく $r^{-3/2}$ となる. エネルギー散逸率 $15\nu\partial_r(\delta u^2)/2r$ も同じ統計的スケーリングを持つ.

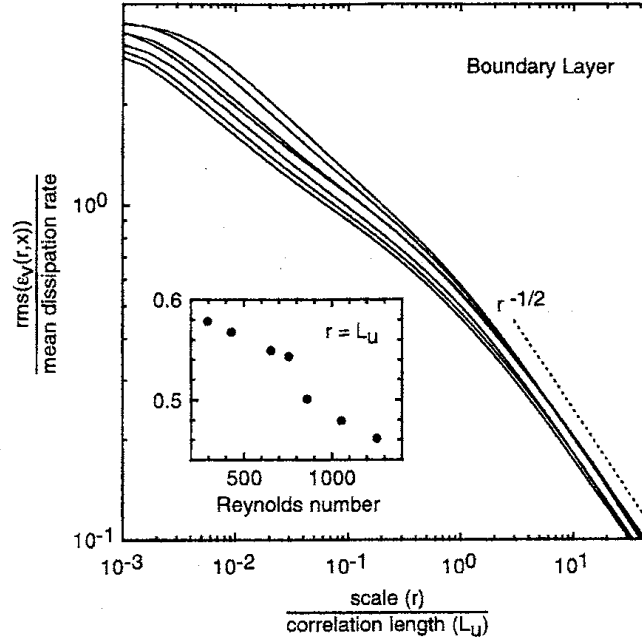


図 2: Root-mean-square fluctuation $\sigma_{\varepsilon_v}(r)$ for boundary-layer turbulence as a function of the scale r . The ordinate is normalized by $\langle \varepsilon_v(x) \rangle$. The abscissa is normalized by L_u . The inset shows the dependence on the microscale Reynolds number Re_λ at $r = L_u$.

渦の乱雑かつ独立な空間分布を反映して、エネルギー伝達率の変動とエネルギー散逸率の変動は統計的スケーリング $r^{-3/2}$, $r^{-1/2}$ を持つ (図 1d,b). またエネルギー散逸率の変動は Gauss 分布に近づいていく (図 1c).

図 2 にエネルギー散逸率の揺らぎ $\sigma_{\varepsilon_v}(r)$ のレイノルズ数依存性を示す. 今回の実験結果を気象研究所風洞における過去の実験結果 [13] と比較している. 今回と同じ粗面上で生成された境界層乱流の対数則層において得られた結果である. 流入速度は $2\text{--}20 \text{ m s}^{-1}$. 測定位置は今回と同じく測定部の風上端から 12.5 m . 測定高度を今回と同じくスパン方向速度の flatness $\langle v(x)^4 \rangle / \langle v(x)^2 \rangle^2$ が Gauss 分布での値 3 を取るように決めた. 相関長 L_u , L_v は今回の実験結果とほぼ同じであった. 微分特性長レイノルズ数 Re_λ は 295 から 1258 の範囲にあった. レイノルズ数の違いに関わらず, 全ての場合で, 相関長 L_u におけるエネルギー散逸率の揺らぎ $\sigma_{\varepsilon_v}(r)$ は平均散逸率 $\langle \varepsilon_v(x) \rangle$ と同程度である. 詳細に見ると, レイノルズ数が高いほど揺らぎ $\sigma_{\varepsilon_v}(r)$ が小さい傾向にある. しかしながら, レイノルズ数 $Re_\lambda = 9000$ の大気境界層乱流において, 相関長 L_u におけるエネルギー散逸率の揺らぎ $\sigma_{\varepsilon_v}(r)$ が平均散逸率 $\langle \varepsilon_v(x) \rangle$ と同程度であることが報告されている [8]. 上記の傾向は非常に高いレイノルズ数 $Re_\lambda \gg 1000$ で存在しないか無視し得ると考えられる. 傾向の原因としてエネルギー・カスケードに際しての空間的な混合が挙げられよう. カスケードの深さや所要時間はレイノルズ数が高いほど大きい, レイノルズ数が非常に高い場合には顕著でない.⁵

⁵傾向の原因が測定にある可能性は否定できない. とくに高レイノルズ数において, コルモゴロフ長 η はプローブのサイズに比べ非常に小さい.

5 まとめ

境界層乱流に関する風洞実験から, “エネルギー散逸率の変動はエネルギー保有渦のスケールにおいて顕著である” という Landau [2] の議論を確認した. この変動は個々のエネルギー保有渦が引き起こすエネルギー伝達率の変動に因る. エネルギー散逸率の変動は空間的な混合により平滑化されているが [10], その効果は完全なものでない [5]. 厳密には, Landau が議論したように, エネルギー散逸率の変動は普遍的でない. しかしながら, レイノルズ数の値に関わらず, 相関長 L_u における揺らぎ $\sigma_\varepsilon(r)$ は平均エネルギー散逸率 $\langle \varepsilon(x) \rangle$ と常に同程度である.

エネルギー散逸率やエネルギー伝達率の大スケール変動は Kolmogorov [1] が考察した小スケール統計量, すなわち各スケールでの平均エネルギー $\langle \delta u(r, x)^2 \rangle$, $\langle \delta v(r, x)^2 \rangle$ には重要でない. 平均エネルギーは平均エネルギー伝達率と平均エネルギー散逸率により決まるが, 局所値の顕著な変動に関わらず, 平均エネルギー伝達率と平均エネルギー散逸率は Kármán-Howarth-Kolmogorov 方程式 (14) を満たしているからである. 実際, 慣性領域における Kolmogorov 定数 $\langle \delta u(r, x)^2 \rangle / (r \langle \varepsilon(x) \rangle)^{2/3}$ は普遍的な値を持つことが知られている [14].

エネルギー散逸率やエネルギー伝達率の大スケール変動は高次の小スケール統計量, 例えば $\langle \delta u(r, x)^n \rangle$ ($n \geq 4$) や $\langle \varepsilon(r, x)^n \rangle$ ($n \geq 2$), に重要である. これらの統計量は $\delta u(r, x)$ や $\varepsilon(r, x)$ の空間分布に鋭敏である. そして小スケールにおける $\delta u(r, x)$ や $\varepsilon(r, x)$ の局所値は速度 $u(x)$ の局所値に依存することが知られている [15, 16]. 後者は大スケール変動を引き起こすエネルギー保有渦を特徴づける量である. エネルギー散逸率の大スケール変動は厳密には普遍的でないから, Landau [2] の議論は高次の小スケール統計量を取り扱う際には十分に考慮する必要があると結論できる.

謝辞: 本研究は科研費 (B2)14340138 および同志社大学研究促進基金の一部助成を受けた.

参考文献

- [1] A. N. Kolmogorov, Dokl. Akad. Nauk SSSR **30**, 301 (1941). 英訳は Proc. R. Soc. London Ser. A **434**, 9 (1991).
- [2] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Fluid Mechanics* (Pergamon, London, 1959), footnote on p. 126; ランダウ・リフシッツ, 流体力学 第1巻 (東京図書, 1970), 136 頁脚注.
- [3] A. N. Kolmogorov, J. Fluid Mech. **13**, 82 (1962).
- [4] U. Frisch, Proc. R. Soc. London Ser. A **434**, 89 (1991).
- [5] C. Meneveau and K. R. Sreenivasan, J. Fluid Mech. **224**, 429 (1991).

- [6] A. Praskovsky and S. Oncley, *Fluid Dyn. Res.* **21**, 331 (1997).
- [7] K. Kajita and T. Gotoh, in *Statistical Theories and Computational Approaches to Turbulence*, edited by Y. Kaneda and T. Gotoh (Springer, Tokyo, 2003), p. 260.
- [8] J. Cleve, M. Greiner, and K. R. Sreenivasan, *Europhys. Lett.* **61**, 756 (2003).
- [9] A. M. Oboukhov, *J. Fluid Mech.* **13**, 77 (1962).
- [10] R. H. Kraichnan, *J. Fluid Mech.* **62**, 305 (1974).
- [11] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Statistical Physics*, 3rd ed. (Pergamon, Oxford, 1979), Part 1, Chap. 12; ランダウ・リフシッツ, 統計物理学 第3版 下巻 (岩波書店, 1980), 12 章.
- [12] H. Mouri, M. Takaoka, A. Hori, and Y. Kawashima, *Phys. Rev. E* **65**, 056304 (2002); *ibid.* **68**, 036311 (2003).
- [13] H. Mouri, A. Hori, and Y. Kawashima, *Phys. Rev. E* **70**, 066305 (2004).
- [14] K. R. Sreenivasan, *Phys. Fluids* **7**, 2778 (1995).
- [15] A. A. Praskovsky, E. B. Gledzer, M. Y. Karyakin, and Y. Zhou, *J. Fluid Mech.* **248**, 493 (1993).
- [16] K. R. Sreenivasan and G. Stolovitzky, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 2218 (1996).