

粘土のダイラタンシーについて

柴 田 徹

ON THE VOLUME CHANGES OF NORMALLY-CONSOLIDATED CLAYS

by Dr. Eng. Toru SHIBATA

Synopsis

Changes in volume of soils are a function of changes both in normal stresses and shearing stresses. Development of mathematical expressions for the change in volume would be of aid for the understanding of the failure criteria for clays and would permit more reliable estimates for the settlement of structures founded on massive clay deposits.

This paper describes an investigation of the stress-volume change characteristics of a normally-consolidated clay. The test procedure was similar to that in the case of drained compression test, except that the loading was arranged so that the mean principal effective stresses might be maintained constant throughout the test.

The nomenclature used in this paper is as follows. C : coefficient of compressibility. D : coefficient of dilatancy. V_0 : initial volume corresponding to σ_0' . ΔV : total volume change. ΔV_c : change in volume due to the change in mean principal stress. ΔV_d : change in volume due to the change in shearing stress. σ_1' , σ_3' : principal effective stresses. σ_m' : mean principal effective stress. σ_0' : pre-consolidation pressure. σ_c : critical stress, below which dilatancy is zero. σ_m' -const.-test: drained compression test in which the mean principal effective stress is maintained constant.

The analysis of the test data shows that the volume change behaviour can be adequately described by the following conclusions:

1) The volume of normally-consolidated clays decreases when the mean principal effective stress is increased, and vice versa. The virgin branch of a semi-logarithmic plot of the consolidation diagram is usually straight (Fig. 1) and can be expressed by the equation

$$\frac{\Delta V_c}{V_0} = C \cdot \log \frac{\sigma_m'}{\sigma_0'}$$

2) The volume decreases when normally-consolidated clays are subjected to an increase in shearing stress. Figs. 6 and 9 show that the volume change during a σ_m' -const.-test $\Delta V_d/(V_0 - \Delta V_c)$ is a unique function of $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_m'$ and correlations between them can be established.

$$\frac{\Delta V_d}{(V_0 - \Delta V_c)} = D \left\{ \frac{(\sigma_1 - \sigma_3) - \sigma_c}{\sigma_m'} \right\}$$

3) The total volume change ΔV of normally-consolidated clays is $\Delta V = \Delta V_c + \Delta V_d$,

then ΔV is given by the expression

$$\frac{\Delta V}{V_0} = C \cdot \log \frac{\sigma_m'}{\sigma_0'} + D \left(1 - C \cdot \log \frac{\sigma_m'}{\sigma_0'} \right) \left\{ \frac{(\sigma_1 - \sigma_3) - \sigma_e}{\sigma_m'} \right\}.$$

1. ま え が き

基礎地盤上に構造物をのせたために生じる沈下は、地盤を構成する土の体積変化によるものと、セン断変形によるものがあり、一般に前者は圧密現象として、後者は側方流動現象として知られている。実際地盤においては、多くの場合にこれら2つの現象が同時に発生しているとみるべきであるが、例えば粘土層の厚さにくらべて非常に広範囲に荷重が分布している場合や、粘土層が硬い2層間にはさまれているような場合には、側方流動はおこらないものとして圧密沈下のみを対象にすればよいので、Terzaghi 理論から出発した沈下計算式と圧密試験の結果を利用して処理できる。しかし側方流動をとまらな場合の沈下計算法は、粘土の力学性に未解明の点が多いためにまだ定説がない。

さて粘土の体積変化は圧密によるものと、ダイラタンシーによるものがあり、かつダイラタンシーは体積を収縮させるものと、膨脹させるものがあり、前者は負のダイラタンシー、後者は正のダイラタンシーをもっているということもある。そしてダイラタンシーに関しては、粘土の過圧密比によってかなり異なつた様相を示すものであることはわかっているが^{1), 2)}、なお不明の点も多い。ここでは正規圧密粘土のダイラタンシー特性を究明するための実験を行なうとともにその解析を試みるものである。

2. 平均有効主応力一定の試験

セン断応力の変化によって生じる粘土の体積変化(ダイラタンシー)を調べるためには、平均有効主応力 $\sigma_m' = (\sigma_1' + \sigma_2' + \sigma_3')/3$ を一定に保つて行なう試験が適しているので、Norwegian Geotechnical Institute 型の三軸試験機³⁾を用いて荷重制御式の排水圧縮試験を実施した。すなわち尼崎粘土の乱さない試料 ($L.L. = 105.5\%$, $P.L. = 32.4\%$, $P.I. = 73.1\%$, $w = 74.0\%$) について、その最大先行圧縮応力 σ_0' よりも大きい等方圧力 σ_{m0} で圧密したのち、その σ_{m0}' の値を変えないように ($\sigma_{m0}' = \sigma_m'$)、主応力差 $(\sigma_1 - \sigma_3)$ を加えると同時に最小主応力 σ_3 を減少せしめ、paper drain を併用して供試体からの排水を許しながら破壊点まで段階的に $(\sigma_1 - \sigma_3)$ を増加した。供試体は直径 3.5 cm、高さ 6.0 cm の円柱形に成形したものであり、17°C の恒温室中で試験した。なお供試体の断面変化による荷重補正をするために側方変位計⁴⁾を使用した。

以下に用いる記号は、先行圧縮応力 σ_0' における供試体の体積を V_0 、 σ_{m0} による圧密のための体積変化

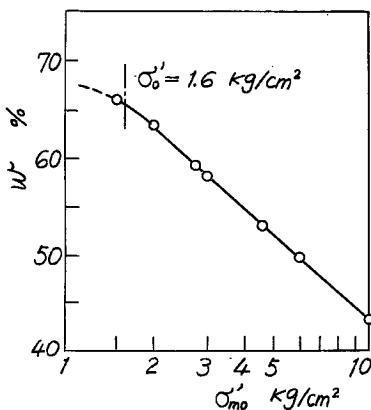


Fig. 1 Semi-logarithmic plot of the consolidation diagram

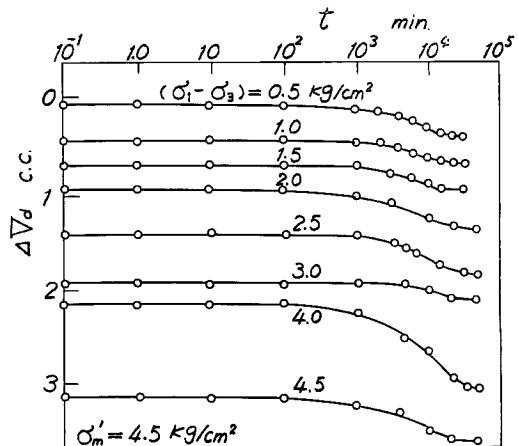


Fig. 2 Volume change due to the change in shearing stress (dilatancy)

を ΔV_e , $V_1 = (V_0 - \Delta V_e)$, $(\sigma_1 - \sigma_3)$ によるダイラタンシー効果を ΔV_d とする。また正規圧密粘土はダイラタンシーによつて収縮するので、ここではプラスの体積変化は減少を意味する。

Fig. 1 は使用した粘土の等方圧密圧力 σ_{m0}' と含水比の関係を示し、これは既に多数の報告にもある通り、 σ_{m0}' 以上の実線で示した正規圧密領域では半対数紙上で直線になっている。

Fig. 2 は一例として、 $\sigma_m' = 4.50 \text{ kg/cm}^2$ 、一荷重段階における $(\sigma_1 - \sigma_3)$ の増分を、 $(\sigma_1 - \sigma_3) = 3.0 \rightarrow 4.0 \text{ kg/cm}^2$ の場合を除いて、 0.5 kg/cm^2 としたときの各荷重段階における体積変化 ΔV_d (飽和粘土であるから、排水量に等しい) の時間的推移を描いたものである。これによると各荷重段階で排水がとまるまでに約2週間づつを要しており、ヒズミの進行も排水量とほぼ類似の推移を示している(図省略)。

平均有効主応力 $\sigma_m' = 2.73, 4.50 \text{ kg/cm}^2$ の場合の応力 $(\sigma_1 - \sigma_3) \sim$ ヒズミ ε_1 と、体積変化 $\Delta V_d/V_1 \sim \varepsilon_1$ 関係をプロットすると Fig. 3 (a), (b) のようになる。ただし ε_1 は各荷重段階において、排水の進行がとまったときのタテ軸方向ヒズミ

である。この図によれば、応力 $\sim$ ヒズミ関係は σ_m' の値によつて、すなわち $\sigma_m' = \sigma_{m0}'$ であるからセン断開始時の含水比によつて異なり、 σ_{m0}' の大きいものは同じヒズミに対する応力が大きくなっている。また $\Delta V_d/V_1 \sim \varepsilon_1$ 関係は σ_m' の値にかかわらず一致することもわかる。

上述したように、Fig. 3 (a) における応力 $\sim$ ヒズミ曲線の相違はセン断開始時の含水比の差によるものと考えられるから、Fig. 3 (a) のタテ軸 $(\sigma_1 - \sigma_3)$ を σ_m' で割った値 $[(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_m']$ と ε_1 の関係になおすと Fig. 4 のごとくなり、これは σ_m' とは無関係に1本の曲線であらわせることがわかる。なおこの $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_m' \sim \varepsilon_1$ 関係を両対数紙上にプロットすると、上限降伏値に相当する応力 $\sigma_u' = 0.68 \sigma_m'$ 、ヒズミ $\varepsilon_u = 3.5\%$ が求められる(図省略)。また Fig. 5 のようにセン断応力 $\tau \sim \sigma_m'$ 関係を求めると、それはヒズミ ε_1 によつてきまることになり、したがつて各ヒズミに対する内部摩擦角 ϕ も図中に記入したように ε_1 で規定でき、 ε_1 がふえると ϕ の値も大きくなること

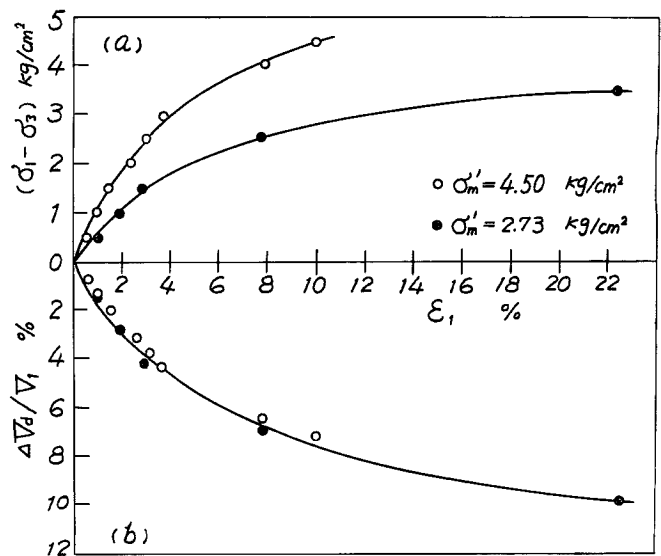


Fig. 3 (a) Stress - strain curves (b) Dilatancy - strain curve

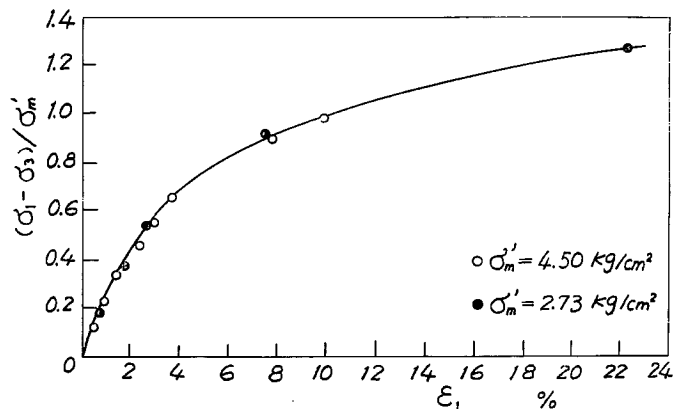


Fig. 4 Stress ratio $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_m'$ - strain curve

Fig. 3 (b) と Fig. 4 をみれば、ダイラタンシー効果 $\Delta V_d/V_1$ は $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_m'$ によつてきまることが予想されるので、両者の関係を Fig. 6 にプロットした。これによれば体積変化はせん断開始時の含水比とは無関係に $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_m'$ によつて一義的にきまり、しかも両者は比例関係にあることがわかる。

3. 従来のデータの整理

尼崎粘土を用いて行なつた著者の実験によれば、Fig. 6 に説明したように、せん断応力による体積変化は主応力差に比例して増加しているが、解析の資料とするために、過去に提供された二・三のデータに上述の整理法を適用してみる。これらの実験は三軸緩速試験、圧密急速試験（間ゲキ水圧測定）で平均有効主応力 σ_m' を一定に保つたものではないが、Rendulic の応力表示法を利用して σ_m' = 一定の条件に換算して整理する。

例えば D. J. Henkel (1960) が正規圧密の London Clay について試験して得た結果¹⁾を用い、 σ_m' = 一定の条件に対する体積変化と $(\sigma_1 - \sigma_3)$ の関係を求めると Fig. 7 のようになり、せん断を開始する前の初期含水比をパラメーターとして、それぞれ異なつた直線関係が得られる。そこで Fig. 7 の横座標 $(\sigma_1 - \sigma_3)$ を、そのときの σ_m' で割つた値、すな

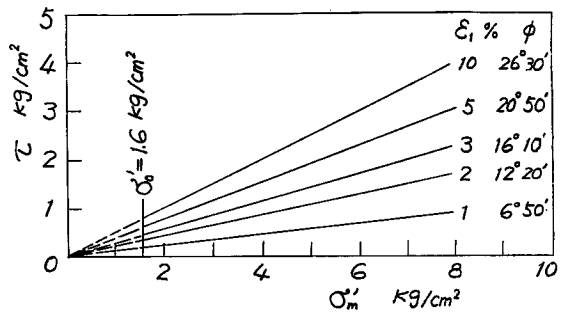


Fig. 5 Shearing stress - mean principal effective stress relations

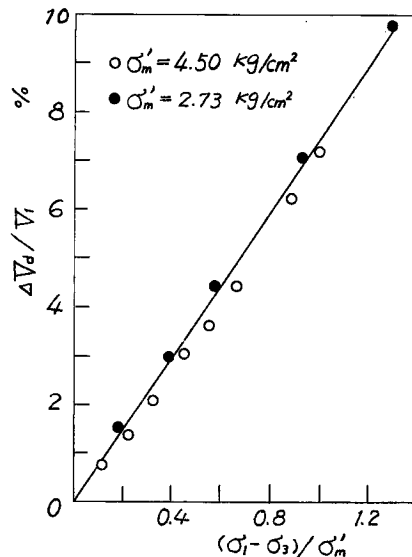


Fig. 6 Dilatancy - stress ratio $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_m'$ relations

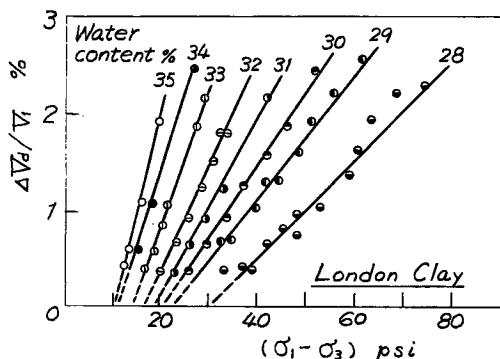


Fig. 7 Dilatancy - $(\sigma_1 - \sigma_3)$ relations

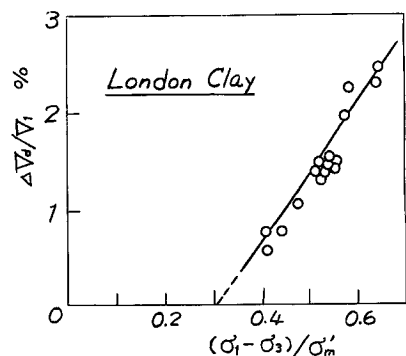
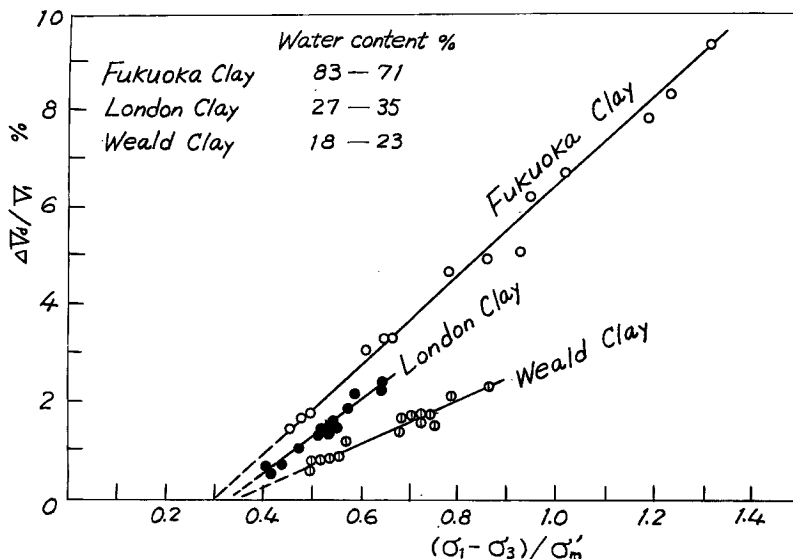


Fig. 8 Dilatancy - stress ratio $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_m'$ relations

Fig. 9 Dilatancy - stress ratio $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_m'$ relations

わち $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_m'$ で整理しなおすと Fig. 8 に示すように初期含水比の大きさとは無関係に、Fig. 7 の直線群は一本の直線であらわされることが明らかである。かかる整理法を D. J. Henkel¹⁾ (London Clay, Weald Clay) および水野⁵⁾ (福岡粘土, 1962) の実験結果に適用すると Fig. 9 にまとめたごとくかなりダイラタンシーは同種の正規圧密粘土であれば、初期含水比のいかんにかかわらず $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_m'$ によつて一義的にきまり、Fig. 6 と類似の関係が成立する。

4. 解 析

3 主応力を $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ としたとき、1 次、2 次および 3 次の不変量 J_1, J_2, J_3 は

$$J_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad \dots\dots\dots (1 \cdot a)$$

$$J_2 = \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1 \quad \dots\dots\dots (1 \cdot b)$$

$$J_3 = \sigma_1\sigma_2\sigma_3 \quad \dots\dots\dots (1 \cdot c)$$

であり、また八面体垂直応力 σ_{oct} および八面体せん断応力 τ_{oct} は

$$\sigma_{oct} = \frac{1}{3} J_1 = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \sigma_m \quad \dots\dots\dots (2 \cdot a)$$

$$\tau_{oct} = \frac{1}{3} \sqrt{2(J_1^2 - 3J_2)} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad \dots\dots\dots (2 \cdot b)$$

にて与えられ、 σ_{oct} は (2・a) 式に示すように平均主応力 σ_m とよぶこともある^{6), 7)}。

三軸圧縮試験における有効応力は、 $\sigma_2' = \sigma_3'$ であるから

$$\sigma_{oct}' = \frac{1}{3} (\sigma_1' + 2\sigma_3') = \sigma_m' \quad \dots\dots\dots (3 \cdot a)$$

$$\tau_{oct} = \frac{\sqrt{2}}{3} (\sigma_1' - \sigma_3') \quad \dots\dots\dots (3 \cdot b)$$

であり、粘土の体積変化 $\Delta V/V$ のうち圧密は σ_{oct} により、またダイラタンシーは τ_{oct} により生ずるものとすれば

$$\frac{\Delta V}{V} = C' \cdot \Delta \sigma_m' + D' (\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3) \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに C' は圧縮係数, D' はダイラタンシー係数であり, (4)式は A. W. Skempton (1960)⁸⁾ によつても紹介されている。

さて, 2.3.に述べた結果から粘土の体積変化をあらわす式を求めると, σ_0' を規準にとつた場合には $\sigma_m' = (\sigma_0' + \Delta \sigma_m')$ であり, また $(\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3) = (\sigma_1 - \sigma_3)$ であることを考慮すれば,

(1) σ_m' による等方圧密に関しては Fig. 1 より

$$\frac{\Delta V_e}{V_0} = C \cdot \log \frac{\sigma_m'}{\sigma_0'} \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここに C は圧縮指数に相当する係数である。

ただし過圧密粘土では (4) 式右辺の第 1 項の形がそのまま成立すると考えられる。

(2) σ_m' で等方圧密したのち, 平均有効主応力を一定 ($\Delta \sigma_m' = 0$) に保つてセン断応力を加えたときの体積変化 ΔV_a は Fig. 6, 9 より, $(\sigma_1 - \sigma_3)$ がある限界値 σ_e をこえると $\Delta V_a/V_1 \sim (\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_m'$ 関係が直線になることから

$$\frac{\Delta V_a}{V_1} = D \left\{ \frac{(\sigma_1 - \sigma_3) - \sigma_e}{\sigma_m'} \right\} \quad \dots\dots\dots (6)$$

が成立する。ここに $V_1 = V_0 - \Delta V_e$, D はダイラタンシー係数, σ_e は主応力差がこの応力以下ではダイラタンシーが殆んど生じないという限界値であり, それぞれの値を Table 1 にまとめて示す。

(3) 正規圧密粘土の, 圧密とダイラタンシーによる体積変化 $\Delta V/V_0$ は, $\Delta V = (\Delta V_e + \Delta V_a)$ であるから, (5)式と(6)式を組み合わせ

Table 1 Values of D and σ_e/σ_m' in Eq. (6)

Clay	D	σ_e/σ_m'
Amagasaki Clay	7.3×10^{-2}	—
Fukuoka Clay	9.2×10^{-2}	0.30
London Clay	7.7×10^{-2}	0.33
Weald Clay	4.5×10^{-2}	0.35

$$\begin{aligned} \frac{\Delta V}{V_0} &= \frac{\Delta V_e}{V_0} + \frac{V_1}{V_0} \cdot \frac{\Delta V_a}{V_1} \\ &= C \cdot \log \frac{\sigma_m'}{\sigma_0'} + D \left(1 - C \cdot \log \frac{\sigma_m'}{\sigma_0'} \right) \left\{ \frac{(\sigma_1 - \sigma_3) - \sigma_e}{\sigma_m'} \right\} \quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

となり, (4)式のような簡単な形ではあらわしえない。そして(7)式において粘土の常数 C , D , σ_0' , σ_e がわかつておれば, 任意の応力下における体積変化 (圧密とダイラタンシーを含む) を推定することが可能となる。

5. 結 び

正規圧密粘土に異方性応力を加えたときの体積変化は, 平均主応力の変化による圧密と, 主応力差すなわちセン断応力によるダイラタンシーがあり, ダイラタンシー効果は主応力差の大きいものほど, また含水比の大きいものほど顕著であることがわかった。そしてダイラタンシーは主応力差を等方圧密圧力または平均有効主応力で割つた値 $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_m'$ によつて規定できること, 換言すれば粘土の含水状態, 応力状態の組み合わせが変化しても, $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_m'$ の値が等しければダイラタンシー効果は等しくなることが明らかとなった。したがつて, かかる成果を基礎地盤の沈下解析法に導入することにより, その精度を向上せしめることも可能であると考えらる。

この報文は昭和37年度文部省科学研究費によるものの一部であることを付記し, 御指導を賜つた京都大学教授村山朔郎博士と, 実験に協力された梅原靖文氏に対して感謝の意を表する次第である。

参 考 文 献

- 1) D. J. Henkel : The Shear Strength of Saturated Remoulded Clays, Research Conference on Shear Strength of Cohesive Soils, 1960, pp. 533-554.
- 2) 三笠正人 : 飽和粘土の間ゲキ水圧に関する実験, 土木学会12回年次学術講演会概要, 1956, p.23.
- 3) A. Andresen, L. Bjerrum, E. Dibiago and B. Kjaernsli : Triaxial Equipment Developed at the Norwegian Geotechnical Institute, Norwegian Geotechnical Inst., Publication No. 21, 1957, p. 18.
- 4) A. W. Bishop and D. J. Henkel : The Measurement of Soil Properties in the Triaxial Test, 1957, pp. 63-70.
- 5) 水野高明, 徳光善治, 川上浩 : 三軸試験中の間ゲキ水圧の挙動について, 土木学会17回年次学術講演会概要Ⅲ, 1962, pp. 25-26.
- 6) 山田嘉昭, 中原益治郎 : 塑性学, 日本機械学会, 1960, pp. 19-20.
- 7) M. J. Hvorslev : Physical Components of the Shear Strength of Saturated Clays, Research Conference on Shear Strength of Cohesive Soils, 1960, pp. 234-235.
- 8) A. W. Skempton : The Pore-pressure Coefficient in Saturated Soils, Géotechnique, Vol. X, 1960, pp. 186-187.