

凸最適化とそれに関連する諸問題に対する手法

(研究課題番号 14350046)

平成 14 年度～平成 16 年度科学研究費補助金 (基盤研究 (B) (2))

研究成果報告書

京 都 大 学 図 書



1050572023

福嶋雅夫氏寄贈

附 属 図 書 館

平成 17 年 3 月

研究代表者 福 嶋 雅 夫

(京都大学 情報学研究科 教授)

科研

2004

98

凸最適化とそれに関連する諸問題に対する手法

課題番号 14350046

平成14年度～平成16年度科学研究費補助金（基盤研究(B)(2)）

研究成果報告書

海外共同研究者 Christian Kunow (Würzburg 大学 教授)

Zhi-Quan Luo (Minnesota 大学 教授)

Jong-Shi Pang (Newcastle 工科大学 教授)

Liyan Qi (清華理工大學 教授)

Paul Tseng (Washington 大学 教授)

交付決定額 (総額)

平成17年3月

(金額単位: 千円)

	基盤研究	助成費	合計
平成14年度	1,200	0	1,200
平成15年度	1,200	0	1,200
平成16年度	1,200	0	1,200
合計	3,600	0	3,600

研究代表者 福嶋 雅夫

(京都大学 情報学研究科 教授)

1. はしがき

本報告書は平成14年度～16年度科学研究費補助金基盤研究(B)(2)「凸最適化とそれに関連する諸問題に対する手法」(課題番号14350046)の研究成果をまとめたものである。本研究は当初、研究期間を平成14年度～17年度として申請し採択されたものであるが、最終年度前年度に応募した研究課題が採択されたことに伴い、平成17年度は辞退した。本研究の研究組織と交付決定額は以下のとおりである。

研究組織：

研究代表者： 福嶋 雅夫 (京都大学 情報学研究科 教授)

研究分担者： 陳 小君 (弘前大学 理工学部 教授)

山川 栄樹 (関西大学 工学部 助教授)

山下 信雄 (京都大学 情報学研究科 助手)

海外共同研究者： Christian Kanzow (Würzburg 大学 教授)

Zhi-Quan Luo (Minnesota 大学 教授)

Jong-Shi Pang (Rensselaer 工科大学 教授)

Liqun Qi (香港理工大学 教授)

Paul Tseng (Washington 大学 教授)

交付決定額 (配分額)：

(金額単位：千円)

	直接経費	間接経費	合計
平成14年度	3,200	0	3,200
平成15年度	3,200	0	3,200
平成16年度	3,200	0	3,200
総計	9,600	0	9,600

2. 研究成果

2. 1. 研究発表

研究成果は以下の論文にまとめ、査読付き学会誌・論文誌に発表した。

(1) 学会誌等

1. G.H. Lin and M. Fukushima, Some exact penalty results for nonlinear programs and their applications to mathematical programs with equilibrium constraints, *Journal of Optimization Theory and Applications* 118 (2003), pp. 67–80.
2. G.H. Lin and M. Fukushima, New relaxation method for mathematical programs with complementarity constraints, *Journal of Optimization Theory and Applications* 118 (2003), pp. 81–116.
3. M. Fukushima, Z.-Q. Luo and P. Tseng, A sequential quadratically constrained quadratic programming method for differentiable convex minimization, *SIAM Journal on Optimization* 13 (2003), pp. 1098–1119.
4. H. Moriyama, N. Yamashita and M. Fukushima, The incremental Gauss-Newton algorithm with adaptive stepsize rule, *Computational Optimization and Applications* 26 (2003), pp. 107–141.
5. X. Chen and M. Fukushima, A smoothing method for a mathematical program with P-matrix linear complementarity constraints, *Computational Optimization and Applications* 27 (2004), pp. 223–246.
6. N. Yamashita, H. Dan and M. Fukushima, On the identification of degenerate indices in the nonlinear complementarity problem with the proximal point algorithm, *Mathematical Programming* 99 (2004), pp. 377–397.

7. D.H. Li, M. Fukushima, L. Qi and N. Yamashita, Regularized Newton methods for convex minimization problems with singular solutions, *Computational Optimization and Applications* 28 (2004), pp. 131–147.
8. C. Kanzow, N. Yamashita and M. Fukushima, Levenberg-Marquardt methods for constrained nonlinear equations with strong local convergence properties, *Journal of Computational and Applied Mathematics* 172 (2004), pp. 375–397.
9. G.H. Lin and M. Fukushima, A modified relaxation scheme for mathematical programs with complementarity constraints, *Annals of Operations Research* 133 (2005), pp. 63–84.
10. J.-S. Pang and M. Fukushima, Quasi-variational inequalities, generalized Nash equilibria, and multi-leader-follower games, *Computational Management Science* 2 (2005), pp. 21–56.
11. S. Hayashi, T. Yamaguchi, N. Yamashita and M. Fukushima, A matrix splitting method for symmetric affine second-order cone complementarity problems, *Journal of Computational and Applied Mathematics* 175 (2005), pp. 335–353.
12. G.H. Lin and M. Fukushima, A class of stochastic mathematical programs with complementarity constraints: Reformulations and algorithms, *Journal of Industrial and Management Optimization* 1 (2005), pp. 99–122.
13. N. Sagara and M. Fukushima, A trust region method for nonsmooth convex optimization, *Journal of Industrial and Management Optimization* 1 (2005), pp. 171–180.

14. C. Ling, X. Chen, M. Fukushima and L. Qi, A smoothing implicit programming approach for solving a class of stochastic generalized semi-infinite programming problems, *Pacific Journal of Optimization* 1 (2005), pp. 127-145.
15. G.H. Lin and M. Fukushima, Regularization method for stochastic mathematical programs with complementarity constraints, *European Series of Applied and Industrial Mathematics (ESAIM): Control, Optimization and the Calculus of Variations (COCV)* 11 (2005), pp. 252-265.
16. S. Hayashi, N. Yamashita and M. Fukushima, A combined smoothing and regularization method for monotone second-order cone complementarity problems, to appear in *SIAM Journal on Optimization*. 15(2005), pp. 593-615.
17. G.H. Lin and M. Fukushima, Hybrid approach with active set identification for mathematical programs with complementarity constraints, to appear in *Journal of Optimization Theory and Applications*.
18. C. Kanzow, C. Nagel, H. Kato and M. Fukushima, Successive linearization methods for nonlinear semidefinite programs, to appear in *Computational Optimization and Applications*.

(2) 口頭発表

(省略)

(3) 出版物

なし

2. 2. 研究成果の内容

凸最適化問題は、以前から研究されている最も基本的な最適化問題のクラスであるとともに、内点法などの効率的解法の発展に伴い、近年実用面でも新しい応用領域が次々と開拓されている非常に興味深い研究対象である。本研究の目的は、凸最適化とそれに関連する諸問題、特に制約つき凸計画問題、半正定値計画問題、単調相補性問題などの諸問題に対して堅固な理論的基盤に立脚した実用的な手法を開発することにより、工学における応用領域の拡大に寄与することである。

本研究において得られた成果は以下のようにまとめられる。

(A) 凸最適化問題に対する手法の開発:

最も基本的な凸最適化問題である制約つき凸計画問題に対する逐次2次制約2次計画法の開発を行った [3] (特に断らない場合、数字は前項 2.1 (1) の論文番号、以下同様)。これは、2次制約2次計画問題が内点法を用いて効率的に解けることに着目し、非線形凸計画問題を各反復において2次制約2次計画問題で近似することにより、最適解に収束する点列を生成しようとする方法であり、非常に優れた理論的性質を有することが示された。さらに、ヘッセ行列が正定値とは限らない凸関数最小化問題に対する正則化ニュートン法の開発 [7] や微分不可能な凸関数最小化問題に対する信頼領域法の開発 [13] を行った。また、重要な凸最適化問題である半正定値計画問題を拡張した非線形半正定値計画問題に対する逐次線形化法を開発した [18]。

(B) 単調相補性問題に対する手法の開発:

凸計画問題の最適性条件が単調相補性問題として表されることから、単調相補性問題は凸最適化と非常に密接に関連している。本研究では単調相補性問題に対する基本的な手法である近接点法の収束速度を改良することを目的とした有効制約同定手法の開発を行った [6]。また、相補性問題の拡張として近年注目を集めている2次錐相補性問題に対して、平滑化と正則化を組み合わせた

ニュートン型の反復法 [16] や行列分解法に基づくアルゴリズム [11] の開発を行った。

(C) 相補性制約条件を持つ数理計画問題に対する手法の開発：

相補性条件を制約条件に含む最適化問題は実用上きわめて重要であるが、非常に取り扱いが困難であることが知られている。本研究では、それらの問題に対するペナルティ法 [1]、緩和法 [2, 9]、平滑化法 [5]、有効制約同定法 [17] などの新しい手法を開発した。さらに、それらの問題をさらに拡張した新しい問題である一般化 Nash 均衡の概念を考察し、非常に興味深い結果を得た [10]。

(D) 一般的な非線形最適化問題に対する手法の開発：

非線形最小 2 乗問題に対する Gauss-Newton 型手法の開発 [4] や Levenberg-Marquardt 法の開発 [8] を行った。さらに、確率的均衡制約つき数理計画問題に対する手法の開発 [12, 15] や確率的一般化半無限計画問題に対する手法の開発 [14] など、従来の研究対象の拡張を試みた。

上に述べたように、本研究においては凸最適化とそれに関連する諸問題に対する新しい手法を開発する研究を遂行し、堅固な理論に基づく幾つかの効率的な手法の開発を行うことができた。しかしながら、現実には従来の理論体系の枠を越える興味深い問題が数多く存在しており、それらの問題に対する手法を開発することも急務である。幸いにして、本研究の最終年度前年度に応募した研究課題「ロバスト最適化とそれに関連する手法」が採択されたので、本研究で得られた成果を踏まえ、今後より高度な研究を推進していきたい。

平成 17 年 3 月

研究代表者 福嶋 雅夫

本研究において得られた研究成果は 2.1 に記載したとおりであるが，本報告書にはそれらの成果から以下の 5 編の論文を選んで収録する．

A sequential quadratically constrained quadratic programming method for differentiable convex minimization, [<i>SIAM Journal on Optimization</i> 13 (2003), pp. 1098–1119]	9
A smoothing method for a mathematical program with P-matrix linear complementarity constraints, [<i>Computational Optimization and Applications</i> 27 (2004), pp. 223–246]	31
Regularized Newton methods for convex minimization problems with singular solutions, [<i>Computational Optimization and Applications</i> 28 (2004), pp. 131–147]	55
A combined smoothing and regularization method for monotone second-order cone complementarity problems, [<i>SIAM Journal on Optimization</i> 15, (2005), pp. 593–615]	73
Successive linearization methods for nonlinear semidefinite programs, [<i>Computational Optimization and Applications</i> , 掲載予定]	97