

曲率を持つ同心回転渦糸対に関する実験

横浜国立大学 工学府 干場 英輝 (Hideki HOSHIBA)
 横浜国立大学 工学研究院 大塚 一路 (Kazumichi OHTSUKA)
 横浜国立大学 工学研究院 渡辺 慎介 (Shinsuke WATANABE)
 Yokohama National University

流体中に2本の渦糸が存在する場合、渦糸は相互作用によって非常に興味深い運動をする。代表的な例として、同方向に回転する2本の渦糸上を伝播するソリトン¹、2重螺旋構造をとるヘリカルペアリング²などがあげられる。しかしながら、これらの運動は複雑な仮定の下で理論的に証明されているだけで、実験的に解析を行った例が数少ない。そこで、我々は流体中に同方向に回転する渦糸対を励起させ、その運動を解析するために本実験を立ち上げた。

従来の同回転渦糸対に関する研究に、直線状の渦糸対が形状を変えずに剛体回転することが理論的に示されている。興味深いことに、本実験では曲率を持つ渦糸対が平面にのって、ほぼ形状を変えずに剛体回転することが確認できた。本研究はこの曲率を持つ渦糸対の運動を解析し、理論との比較を行うことを目的としている。

1. 実験装置

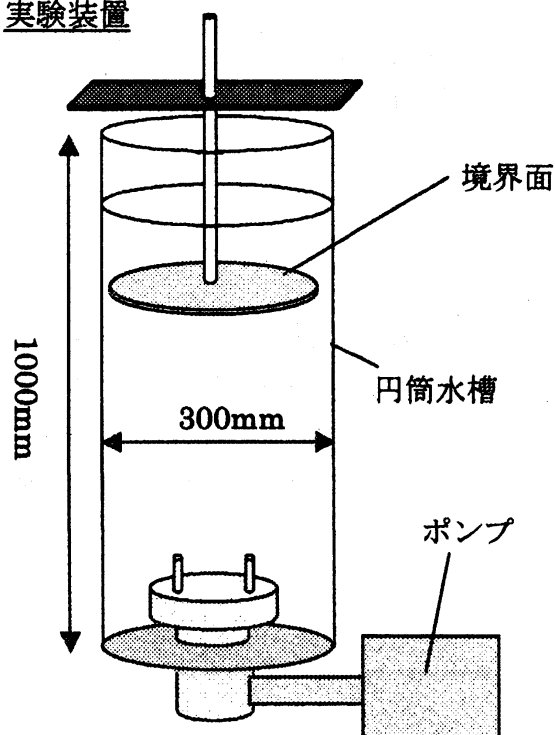


Fig.1 実験装置 (全体図)

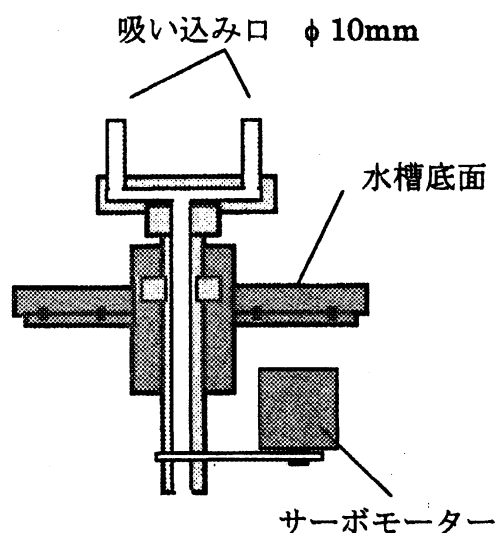


Fig.2 実験装置 (吸い込み口)

本実験で用いた渦糸対発生装置を Fig.1 に示す。高さ 1000mm、内径 300mm のアクリル円筒水槽を用い、この水槽の底面に円筒パイプと円盤で作られた一对の吸い込み口を設置した。吸い込み口の間隔 L は 100mm、120mm の 2 種類で実験を行った。円筒パイプと水槽底面の間にシールド付のベアリングを取り付けているため、吸い込み口は回転可能である。この円筒パイプにポンプとサーボモーターを接続させ、吸い込み口の回転速度を制御しながら水を引くことを可能にした。(Fig.2) またポンプによって引かれた水は水槽上部より水槽内に戻されるよう設計を行った。ここで使用したポンプの強さは $0.85[l/s]$ である。励起された渦糸対に対して安定な境界条件を与えるため、アクリル円盤の境界を水槽内に設置した。この円盤境界は高さを変化させ、渦糸対の長さを制御することができる。

2. 実験方法・解析方法

吸い込み口の間隔、回転速度を設定してポンプで水を引き、デジタルビデオカメラを用いて水槽内の現象を記録した。このようにして、吸い込み口の間隔と回転速度を変えたときの現象の変化をとらえる。ビデオの画像から、渦糸対の形状および相対距離を計測した。本実験では、吸い込み量は現象を複雑にしないために一定に保った。

3. 渦糸対の特徴

吸い込み口を回転させ、ポンプで水を引くと、水中に渦糸対が生成される。励起された渦糸対は形状を変化させながら回転し、やがて崩壊をおこすことが確認された。崩壊後、再び渦糸対は形成され、励起と崩壊を繰り返す。下の写真は励起された渦糸対である。

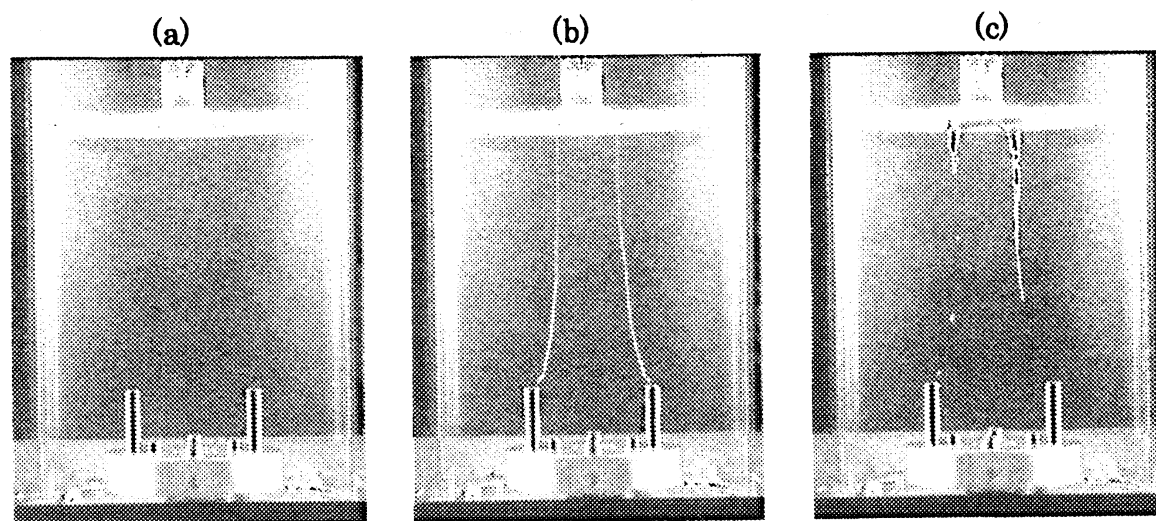


Fig.3 励起された渦糸対の写真

(a) の写真では、非常に小さな気泡（直径 0.1mm 程度）が渦度の強い部分に集中することで、渦糸対の全体が可視化されている。(a) の写真では渦糸対を確認することが困難なので、肉眼で判別しやすいよう画像処理を施した写真が (b) である。

吸い込みを行う前に、境界面上に気泡をためておくと、一般的に観測される吸い込み渦と同様な空気の芯 (air core) が観測される (c)。しかし観測される空気の芯は境界面から吸い込み口まで連続的に分布されず、定常的ではない。また、境界面上にたまった気泡によって渦糸の形状が波うち、不安定な状態となった。それゆえ本実験では (a) のように小さな気泡によって可視化される渦糸対に関して解析を行った。

4. 渦糸対の安定性

本実験で観測できた渦糸対の安定性を次に示すように定義する。

渦糸対が吸い込み口より境界面まで連続的に分布されている状態を安定、渦糸が連続的に分布されていない状態を不安定とする。また安定な状態の中でも、それぞれの渦糸が波うっていない、すなわち渦糸対が平面にのって剛体回転する状態を平面安定とし、波うった状態を微小摂動に対して安定とする。

定義に基づき、励起から崩壊までの渦糸対の状態を表したグラフが Fig.3 である。ここで吸い込み口の間隔、吸い込み口から境界面までの長さ、吸い込み口の回転速度および水温をそれぞれ、 L [mm]、 H [mm]、 F [Hz]、 T [°C]とおくことにする。

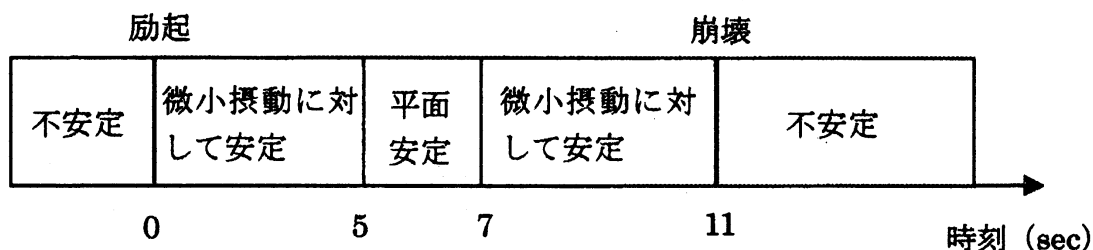


Fig.4 渦糸対の安定性 (実験条件 $L: 120$ $H: 270$ $F: 0.6$ $T: 26$)

このグラフは渦糸対のランダムな状態変化の一例でしかない。励起されてから平面安定の状態にならずに崩壊してしまう場合や、摂動安定の状態から崩壊せずに再び平面安定の状態になる場合もある。しかしながら、多くの場合においてグラフのような状態変化を繰り返すことになる。

5. 渦糸対の励起時間

渦糸対が励起されてから崩壊するまでの時間を励起時間とし、各条件における励起時間を計測した。撮影時間 10 分の間に計測した励起時間を 3 点プロットしたグラフが Fig.5 である。

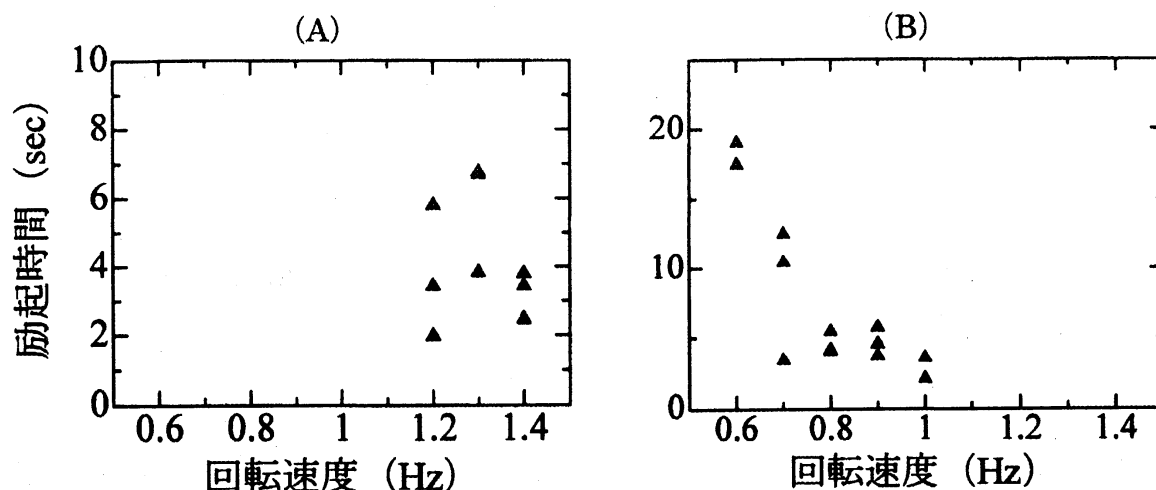


Fig.5 回転速度と励起時間の関係 (1)

左の (A) のグラフは実験条件が $L=100$ 、 $H=320$ 、 $T=25$ の場合の励起時間を、右の (B) のグラフは実験条件が $L=120$ 、 $H=320$ 、 $T=26$ の場合の励起時間をプロットした図である。

吸い込み口の間隔が変化すると励起される回転速度も変化することが読み取れる。吸い込み口の間隔と励起時間にも関係があることが確認できる。吸い込み口の間隔が狭まると、励起時間が短くなる。

6. 境界面の高さと励起時間

Fig.6 は境界面から吸い込み口までの長さを 270mm としたときの回転速度と励起時間の関係である。この時の実験条件は、 $L=120$ 、 $H=270$ 、 $T=18$ である。

Fig.5 のグラフと比較すると、全体的に励起時間が短くなっているが、水温が大きく異なるので一概に境界面から吸い込み口までの間隔が励起時間に効果を与えているとはいえない。

興味深いことは、0.6 Hz と 0.8 Hz の回転速度で励起時間が長くなることである。

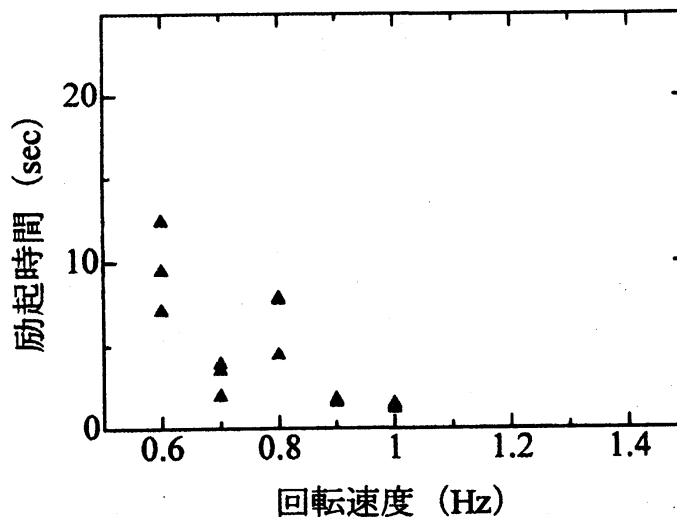


Fig.6 回転速度と励起時間 (2)

実験条件 $L: 120$ $H: 270$ $T: 18$

また、境界面から吸い込み口までの間隔が 320mm、回転速度 0.6 Hz のときに観

測された渦糸対よりも、境界面から吸い込み口までの間隔が 270mm、回転速度 0.6 Hz の条件で励起された渦糸対は長い時間平面に乗って回転することが確認できた。

7. 境界面上の渦糸対の間隔と渦糸の循環

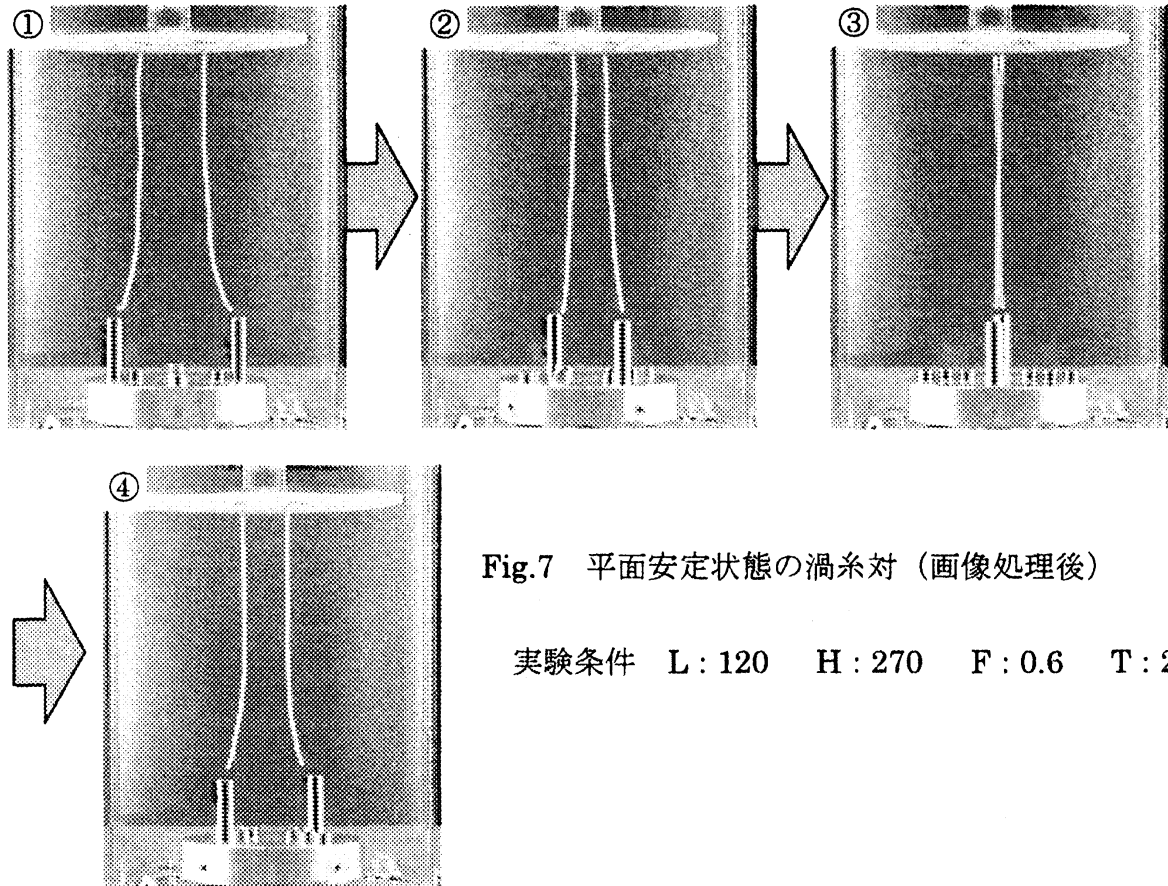


Fig.7 平面安定状態の渦糸対（画像処理後）

実験条件 L : 120 H : 270 F : 0.6 T : 25

Fig.7 は平面にのって回転する渦糸対の動画を 8/30 刻みで静止面に変換したものである。写真③から渦糸対が平面に乗っていることが確認でき、写真①より吸い込み口付近の曲率が高く、境界面付近の曲率が低いことがわかる。

同じ循環で形状が直線状である渦糸対の剛体回転速度を表す式は

$$\Omega = \frac{\Gamma}{\pi d^2} \quad \dots (1)$$

である。ここで Ω Γ d は、それぞれ回転角速度、循環、相対距離を表している。境界面付近は直線状であるので、境界面上の渦糸対の間隔を求め、励起されている 2 本の渦糸が同じ循環の値であると仮定し、上の式を用いれば循環を見積もることができる。安定に平面にのって回転する渦糸対の境界面上の相対距離を計測し、時間変化をプロットしたグラフが Fig.8 である。この図では、平面にのって回転し始めた時間を 0 (sec) としている。

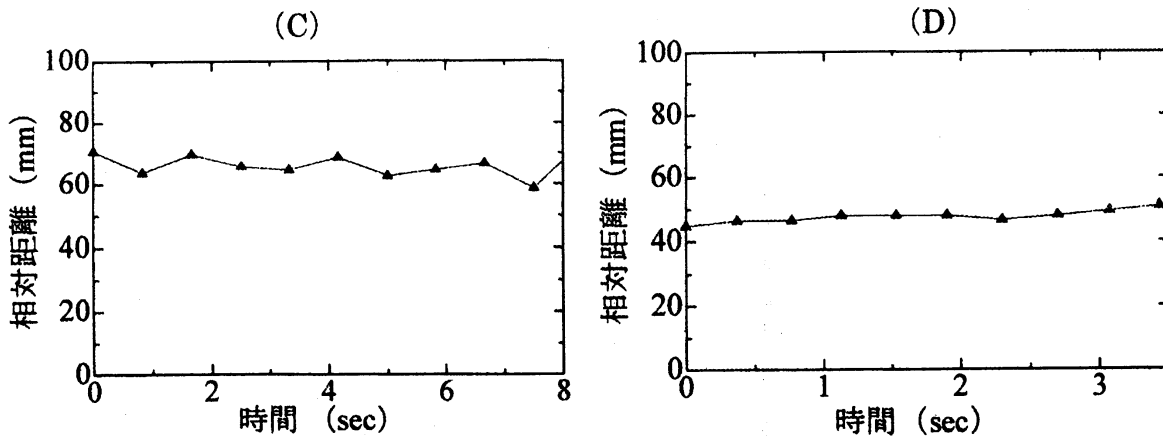


Fig.8 渦糸対の相対距離の時間変化 (境界面上)

実験条件 (C) L : 120 H : 270 T : 26 F : 0.6

(D) L : 100 H : 320 T : 25 F : 1.3

吸い込み口の間隔が 120mm の場合は約 65mm に、吸い込み口の間隔が 100mm の場合は約 45mm に落ち着くことがグラフよりうかがえる。ここで計測した相対距離と吸い込み口の回転速度を用いて循環をそれぞれについて求めると以下のような値をとった。

$$\Gamma = 0.056 \text{ [m}^2/\text{s]} \quad \dots \quad L : 100 \text{ [mm]}$$

$$\Gamma = 0.051 \text{ [m}^2/\text{s]} \quad \dots \quad L : 120 \text{ [mm]}$$

吸い込み口の間隔を変化させても循環の値はほとんど変化しない、すなわち循環が上のような値をとるように渦糸対が励起されることがわかる。

8. 平面解との形状比較

同じ循環を持つ 2 本の渦糸が平面にのって回転する場合における、渦糸の形状を表す方程式が近年の研究に示されている。(文献 5 参照) その方程式が

$$(2\pi\Omega/\Gamma)r^2\sqrt{1-r_\xi^2}=1-(A-1)r_\xi\xi \quad \xi=l-ct \quad \dots (2)$$

である。この式において、 Γ 、 Ω 、 r 、 A 、 s 、 σ 、 l 、 c 、はそれぞれ循環、回転角速度、曲座標、渦芯を含む量 $\ln(s/\sigma)$ 、相対距離、渦芯の半径、渦糸に沿う長さ、ずり流れの速度を表している。

この式は 2 本の渦糸が平面にのって、かつその形状が線対称であることを仮定している。そこで本実験で励起された平面にのってかつ線対称である渦糸対と、この式で表される渦糸対の形状を比較した。数値計算を行う際、初期条件に実験で得られた境界面上の相対距離を用い、励起された渦糸対の形状にあうように適当な平衡点からのずれと A の値を代入した。ここで平衡点とは、直線状の渦糸対が剛体回転すると

きの相対距離の大きさを表す。上式の表す形状は平衡点からのずれが生じることにより変化する。

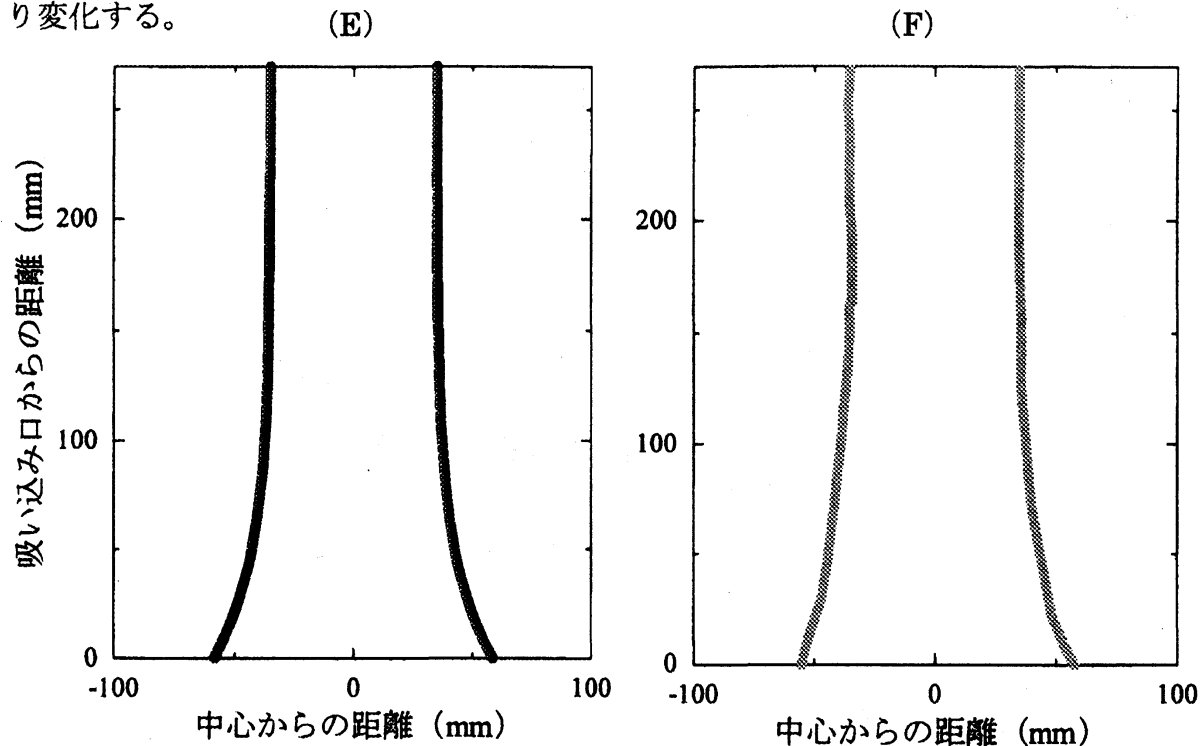


Fig.9 渦糸対の形状 (数値計算の結果と実際の形状)

(E) 数値計算の結果

パラメーター $\Gamma : 0.051 \text{ (m}^2/\text{s)}$ $\Omega : 0.6 \times 2 \pi \text{ (rad/s)}$ $A : 3.9$

(F) 実際の渦糸対の形状

実験条件 $L : 120$ $H : 270$ $T : 26$ $F : 0.6$

Fig.9 の右の図は実際の渦糸対の形状を離散的な値に変換した図である。左の図は、(2) 式をルンゲクッタ法で計算した結果である。数値計算では、実際に求めた循環の値と剛体回転速度を用いた。実際の渦糸対の形状に最も近い形状を形成したときの A の値と平衡点からのずれは、下のような値となった

$$A = 3.9 \quad \text{平衡点からのずれ} : 5.6 \times 10^{-5} \text{ (m)}$$

9. 考察

(1) レイノルズ数と循環

本実験のレイノルズ数を求めるために 2 通りの求め方を用いた。一つは循環を用いた一般的な方法 ((3) 式) で、もう一つは吸い込みの強さ、吸い込み口の直径を用いた方法 ((3) 式) である。

$$Re = \frac{\Gamma}{\nu} \quad \dots (3) \qquad Re = \frac{4Q}{\pi d \nu} \quad \dots (4)$$

ここで Γ 、 Q 、 ν 、 d 、はそれぞれ、循環、吸い込みの強さ、動粘性係数、吸い込み口の直径である。循環と、実験に用いたポンプの強さおよび吸い込み口の直径を用いてこのレイノルズ数の比較を行った。このとき、2つの吸い込み口から均等な量の水が吸い込まれていると仮定している。

循環を用いた場合 $Re = 5730$ 吸い込みの強さを用いた場合 $Re = 5960$ となりほぼ同じ値を示すことがわかった。すなわち、境界面上の間隔と回転速度を用いた計算方法で求めた循環の値は、おおよそ妥当であることを示している。

(2) 渦糸対の形状比較

渦糸対の形状比較の結果より、 A の値から渦芯の大きさを見積もることができる。実際に計測した相対距離を代入すると

$$A = \ln s / \sigma = 3.9 \qquad s = 65.4 \text{ [mm]} \quad \dots \text{境界面上の相対距離}$$

$$\sigma \cong 2 \text{ [mm]} \quad \dots \text{計算より求めた渦芯の大きさ}$$

となった。吸い込み口の内径が 10 mmであったことを考慮すると、渦芯の大きさは吸い込み口の大きさよりも小さいので妥当な値であることがわかる。

10. まとめと課題

本実験では、吸い込みと回転を同時に行うことで同方向に回転する渦糸対を励起した。この励起された渦糸対の性質と、吸い込み口の間隔、回転速度に密接な関係があることが確認できた。また、理論との比較により渦芯の大きさを見積もることができた。しかしながら実際の渦芯の大きさを計測したわけではないので、実験的に大塚の理論を証明したことにはならない。今後、水槽中の流速分布を計測することで、渦芯の大きさや厳密な循環などを求めていくことが課題である。

参考文献

- 1) K.Ohtsuka et.al: "Dynamics of the local entanglement on two vortex filaments described by the K-dV equation" Phys. Fluids 15, 1065 (2003)
- 2) S.V.Alekseenko et.al "Helical vortices in swirl flow" J.Fluid Mech 382 195 (1999)
- 3) R. Takaki et al: "Dynamics of entangled vortex filaments" Phys. Fluid 27, 761 (1984)
- 4) R.Fernandez-Feria et al: "On the appearance of swirl in a confined sink flow" Phys. Fluid 12 3082 (2000)
- 5) K.Ohtsuka et al: "Plane curve of two vortex filaments without change of form" (submitted to Phys. Fluid)