

# KINETIC ISING MODEL の一つのとり扱い

間々田博司, 高野文彦 (東教大)

前に発表した Ising 系の static な性質を近似的にとり扱かう方法 (物性研究 vol 1.8, 181 頁) を, Glauber model に適用する。出発点は master eq

$$\frac{\partial}{\partial t} f(\sigma_1 \dots \sigma_N; t) = - \sum_{j=1}^N [W_j(\sigma_j) f(\sigma_1 \dots \sigma_N; t) - W_j(-\sigma_j) \times f(\sigma_1 \dots -\sigma_j \dots \sigma_N; t)] , \quad (1)$$

$$W_j = \frac{\alpha}{2} [1 - \sigma_j \tanh \beta H_j] \quad (2)$$

であるが,  $j$  番目の spin に働く有効磁場  $H_j$  は

$$H_j = H_j^0 + \frac{J}{2} \sum_{\delta} \sigma_{j+\delta} \quad (3)$$

と書かれるはずである。ただし nearest neighbor interaction のみを考え, 外から働く磁場を  $H_j^0$  とした。

(1) 式は,  $f$  を用いての平均値  $\langle \sigma_j \rangle, \langle \sigma_j \sigma_l \rangle, \dots, \langle \sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_N \rangle$  の連立方程式と同等であるが, ここではまず  $\langle \sigma_j \rangle \equiv S_j$  と nearest neighbour 間の correlation  $\langle \sigma_j \sigma_{j+\delta} \rangle \equiv u_{j, \delta}$  だけを考える。それらに対する方程式は

$$\frac{\partial S_j}{\partial t} = - \alpha [S_j - \langle \tanh \beta H_j \rangle] \quad (4)$$

$$\frac{\partial u_{j, \delta}}{\partial t} = - \alpha [u_{j, \delta} - \frac{1}{2} \langle \sigma_{j+\delta} \tanh \beta H_{j+\sigma_j} \tanh \beta H_{j+\delta} \rangle]$$

となる。問題は  $\langle \tanh \beta H_j \rangle$  などをどのように求めるかである。

$S_j$  と  $u_{j,\delta}$  かすべての  $j, \delta$  に対して与えられたとき, 1 個の spin  $\sigma_j$  の確率分布, また 2 個のスピン  $\sigma_j, \sigma_{j+\delta}$  のそれは, それぞれ

$$f_j(\sigma_j) = \frac{1}{2} (1 + S_j \sigma_j) \text{-----} (5a)$$

$$f_{j,\delta}(\sigma_j, \sigma_{j+\delta}) = \frac{1}{4} (1 + S_j \sigma_j + S_{j+\delta} \sigma_{j+\delta} + u_{j,\delta} \sigma_j \sigma_{j+\delta}) \text{--} (5b)$$

と書けるはずである。 $\langle \tanh \beta H_j \rangle$  などを  $S_j$  と  $u_{j,\delta}$  だけか分っているという条件の下で求めるには次のようにする。

まず中心の spin  $\sigma_j$  を fix しておいて, 周りの  $Z$  個の spin についての平均を求め, それを  $\sigma_j$  について平均する。すなわち,

$$\langle \tanh \beta H_j \rangle = \sum_{\sigma_j} f_j(\sigma_j) \langle \tanh \beta H_j \rangle_{\sigma_j}$$

$\langle \tanh \beta H_j \rangle_{\sigma_j}$  を計算するには,  $\sigma_j$  が与えられたとき, その nearest neighbour に対する条件確率  $f_{j,\delta}(\sigma_j, \sigma_{j+\delta}) / f_j(\sigma_j)$  を使えばよい, すなわち,

$$\langle \tanh \beta H_j \rangle_{\sigma_j} = \sum_{\{\sigma_{j+\delta}\}} \tanh \beta \left( H_j^0 + \frac{J}{2} \sum_{\delta} \sigma_{j+\delta} \right) \cdot \prod_{\delta} \frac{f_{j,\delta}(\sigma_j, \sigma_{j+\delta})}{f_j(\sigma_j)}$$

こうして  $\langle \tanh \beta H_j \rangle$  が  $S_j, u_{j,\delta}$  の関数として表わされる。他の平均値  $\langle \sigma_{j+\delta} \tanh \beta H_j \rangle$  などについても同様であり, これを(4)式に入れば  $S_j$  と  $u_{j,\delta}$  の閉じた方程式が得られる。

この方程式からいろいろな結論が得られるが, (1)熱平衡の性質としては, Bethe 近似と完全に一致する。ただし  $u_{j,\delta} = 0$  と同様である。  
(2) dynamical susceptibility など求められるか, 結果は松平, 又は鈴木・久保などのものと本質的に同じであり, 細かい点で差が出るだけである。