

13. 情報伝達系における素量子放出のダイナミックス

東北大・工 原 啓 明

生体における情報処理は，神経系で行われ，ヒトの場合約 140 億個の神経細胞からなる，神経回路網で行われるダイナミックスとして理解出来る。

ここでは“情報”をになった伝達物質が，図 1 で示す情報伝達系における伝達機構を，シナプス前・後膜の“界面間”（中間層）で示す放出形態のダイナミックスとして考察する。伝達物質の素量子放出は，環境の“ゆらぎ”を取り入れたプロセスとして考えると，この系は一つの開いた系における散逸構造を示す確率過程として記述出来る。以下ではこの確率過程を一般化されたランダムウォークの漸化式でモデル化し，終板電位に含まれる素量の個数，及びその時のインパルスの個数を評価する。

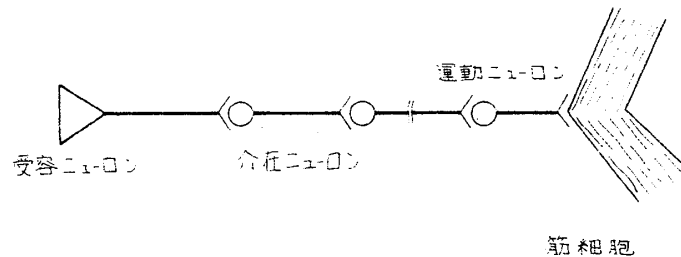


図 1

情報が関与する問題の定式化には，情報源 (IS) とそれを受容する神経系 (B) との間の符号化 (φ : 写像) をまず規定する必要がある。ここでは，IS の状態 X を，その構成要素 $\{A_i\}$ とその要素の出現頻度 $\{P(A_i)\}$ によって

$$X = \begin{pmatrix} A_1, A_2, \dots, A_k \\ P(A_1), P(A_2), \dots, P(A_k) \end{pmatrix} \quad (1)$$

と表わし，この状態を φ によって $P(A_i)$ の大きいものには，長さの短いパルス， $L(A_i)$ ，の符号語を対応させる。更に符号語のコピーを $N(L(A_i))$ 枚用意して，IS の状態 X を系 B の状態 Y に写像する。

$$\varphi : X \rightarrow Y = \begin{pmatrix} L(A_1), L(A_2), \dots, L(A_k) \\ \rho_1, \rho_2, \dots, \rho_k \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$\rho_i = N(L(A_i)) / \sum_i N(L(A_i)), \quad (3)$$

φ (写像) で符号化した単位符号語当りの情報エントロピー, $S(A)$, を条件 $\sum_i \rho_i = 1$ のもとで最大にする ρ_i を求めると

$$\rho_{i,B} \propto e^{-L(A_i)/\bar{L}_B \Theta}, \quad (\Theta = 1/S_B(A)). \quad (4)$$

となる。添字 B は、各量が $S(A)$ を上述の意味で最大化して得られたことを示す。 $\bar{L}_B$ は符号語の平均の長さ $\bar{L}_B (= \sum_i L(A_i) \rho_{i,B})$ である。 Θ は“情報度”とも云うべき量で、系 B において固有の長さの符号語の分布を特徴づけるパラメーターである¹⁾。

以下では、情報伝達系の基本的プロセスの一つである素量子放出過程に、(4)式で規定された環境のゆらぎをとり入れ、モデル化する。神経系を構成する神経細胞の膜の内外では、イオンの個数を N , ファラディ定数を F , 膜の内と外の電解質の濃度を c_0, c_d とすると、細胞の内外にはイオンの透過性のちがいによって、拡散電位

$$\Delta\phi_i = \frac{R_L \Theta}{F} \log \frac{c_d}{c_0}, \quad (R_i = N \bar{L}_B) \quad (5)$$

が生ずる。この式は Θ が情報度, R_L が符号語の長さに関係した量である点を別にすれば Nernst の式と同じである。

シナプス前膜では符号語を表現するパルスの伝播により、シナプス小胞の移動が生じ、やがて、シナプス前・後膜の“界面間”に伝達物質が放出される(図2)。この“情報”をになった伝達物質の放出形態は、膜の内外にある他の物質の濃度差の影響をうける。この様子を、シナプス小胞の濃度を B , シナプス後膜の界面の受容体 (R) と伝達物質 M との結合体を $(MR) = E$ で表わし、伝達物質 M がたどるプロセスを次の様にモデル化する²⁾。

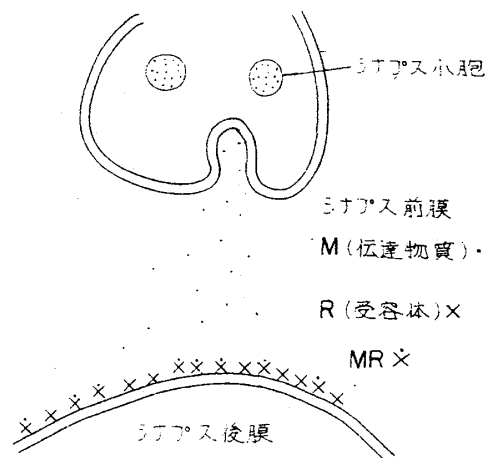


図 2

$$B \rightleftharpoons M \rightleftharpoons E \quad (6)$$

すると、単位時間当りの M の濃度変化は、要素 $A \rightarrow B$ 間の反応速度を k_{ab} で表わすと

$$\frac{dM}{dt} = (k_{bm}B + k_{em}E) - (k_{mb} + k_{me})M \quad (6)$$

となる。全反応 $B \rightarrow E$ は“親和力” $A (= R_L \theta \log(K/EB^{-1}))$ によって規定されている。 K は平衡定数 $(= k_{bm} k_{em} / k_{mb} k_{me})$ である。一般に、後膜において、多数のシナプス前膜で放出された伝達物質による影響、及び伝達物質以外のイオンによる拡散電位の影響があり、これ等を環境の“ゆらぎ”として考慮し、 M, B, E をランダム変数とする分布関数 $W(M, \{B, E\}, t)$ を導入する。この W の時間発展式を“一般化されたランダムウォーク”で表わす：

$$\begin{aligned} W(M, \{B, E\}, N) = & \sum_{\alpha=\pm 1} [P_{N-1}^{\alpha(B)}(M\{B, E\} | M-\alpha | \{B+\alpha\}, E)] \\ & \times W(M-\alpha | \{B+\alpha\}, E, N-1) \\ & + P_{N-1}^{\alpha(E)}(M\{B, E\} | M-\alpha | \{B, E+\alpha\}) W(M-\alpha | \{B, E+\alpha\}, N-1) \end{aligned} \quad (7)$$

$P_{N-1}^{\alpha(B)}$ は、 $W(M-\alpha | \{B+\alpha\}, E, N-1)$ から $W(M, \{B, E\}, N) \rightarrow$ “とび移る” (遷移) 確率である。(6) のプロセスを $P_{N-1}^{\alpha(B)}, P_{N-1}^{\alpha(E)}$ で表現し、極限 $(N \rightarrow t (= N \Delta t))$ をとると、(7) は良く知られたマスター方程式³⁾ となり、この方程式を解けば

$$W(M, t) = e^{-\bar{M}(t)} \frac{[\bar{M}(t)]^M}{M!} \quad (8)$$

となる。この表式には反応速度の差の平均 $(d\bar{M}/dt =) w$ が親和力 A を通じて規定されていることから、 θ 依存性がとり入れられている。又 x 個の素量を放出するインパルス数 N_x は、

$$N_x(t) = N e^{-\bar{M}(t)} \frac{[\bar{M}(t)]^x}{x!} \quad (9)$$

となる。

伝達物質の無放出のインパルス数 N_0 の測定、あるいは刺激に対する終板電位の平均振巾 $(\bar{v})$ と自発性微少終板電位の平均振巾 $(\bar{q})$ の測定⁴⁾ から素量数を再評価し、その t 依存性、 θ 依存性を調べることは興味ある問題である。

最後に活動電位を閾値より大きくした場合について述べる。膜電位の時間変化を記述する McCulloch-Pitt (MP) 方程式において、ステップ関数 $\theta[x]$ を、

$$\theta[x] = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \tanh \beta x$$

と変形し、 $\beta = 1/\bar{L}_B \theta$ と関連づけると、MP 方程式は、スピン系の時間発展式と類似な形にまとめることが出来る。この定式化は Boltzmann マシン⁵⁾ とも関係する問題である。

文 献

- 1) 原 啓明：数理科学No. 269, 35(1985)
H. Hara: *Science on Form* 1, 59 (1985)
- 2) 原 啓明：電子通信学会, MBE 85—87, 59(1986)
- 3) G. Nicolis and A. Babloyantz: J. Chem. Phys. 51, 2632 (1969)
- 4) B. Katz: *Nerve, muscle and synapse* (1966), New York Mcgraw-Hill.
- 5) D. H. Ackley and G. E. Hinton: Cognitive Science 9, 147 (1985)

14. On the Generalized Law of Regression of Fluctuations in Stochastic Processes

湘北短大・電子 落 合 萌

東北大・工 山 崎 義 武

ザールランド大・物理 Arno Holz

非平衡状態にある系で、緩和過程の各種ステージを特徴づける空間あるいは時間サイズがそれぞれのステージで明確に分離されているかぎり、粗視化の手法に scaling expansion method¹⁾は有効である。観たいステージを表わすパターンに特徴的なサイズで scaling をくりかえすことにより、対応するパターンの形成過程とそれを記述する決定論的径路およびゆらぎに関する閉じた方程式を定めることができる。

ここでは、各種パターンを特徴づける決定論的径路を線型近似の範囲内で論ずれば、これがそのまわりのゆらぎの従う運動方程式に一致することを報告する。

Onsager の regression of fluctuations の仮定が、ただたんに熱平衡状態においてのみいえたことに対し、本報告ではこれが拡張できて、着目する各ステージそれぞれにおいて成立していることが、マスター方程式できまる微視的立場からいえたわけで、このことは非平衡系の緩和過程を scaling expansion method により粗視化をくりかえすことにより組織的に論じ、regression of fluctuations の仮定から、仮定の枠をとりはずす一般化が行えたことも意味する。

体系を記述する巨視的変数 A はあらゆる時間・空間モードを含み、これは、調べたいサイズ