

脳におけるソリトン α -波のモデル

日大理工 紺野 公明 (Kimiaki Konno)
日大理工 前野 峰樹 (Mineki Maeno)
日大医学 片山 容一 (Yoichi Katayama)
日大医学 山本 隆充 (Takamitsu Yamamoto)

概要

大脳皮質を脳波が伝播する媒質と考え、興奮性と抑制性の両効果を考慮に入れた α 波の非線形モデルを創る。その基礎となる方程式は非線形 Schrödinger 方程式で与えられる。 α 波の特徴である waxing & waning 現象が一定の振幅と周波数を持つ搬送波が振幅と周波数の変調を受けた包絡ソリトンとして説明できる。この事は脳でのソリトンの存在が人間の精神の安定に大きな寄与をしていると考えられる。

1 研究目的

この報告では脳波の内 α 波を脳の中の波動現象としてとらえ、そのモデルの構築を次の順番で行う：

1. α 波の定義と特徴
 - (a) 波形とスペクトルによる α 波の特徴
 - (b) 波形の時間的空間的变化と相関関数を用いた脳波の波動性
2. 線形解析
 - (a) 脳波伝播媒質としての大脳皮質と線形理論
3. 非線形模型
 - (a) 包絡ソリトンとしての脳波
4. 将来の課題と問題点

人間が安静にしている時、本来動物が持っている体のリズムが現れてくると考えられる。その現象の一つに安静時での α 波がある。 α 波の解析を通し、精神的に安定した状態での動物固有の機能の一端を理解したい。

α 波は通常スペクトル分解した周波数により規定され、日常生活でその周波数帯の割合の大小から α 波の活動を見る研究がある。禅の座禅時また神懸りのような興奮時にも α 波の周波数帯のスペクトルが強く見ら

れる事から、安静時の α 波と同じように考えられたりしている。しかし、脳の活動は安静時と著しく異なる。我々は安静時に前頭葉から発して頭頂葉を経て後頭葉に至る waxing & waning の形状を持つ波動こそが α 波を特徴づける現象と考え、その波のモデルを創ることを目的とする。

大脳皮質は層構造を作り、その中に存在するニューロンには興奮性と抑制性があり、それらの相互作用で脳波が発生する。

脳波のモデルを創る考え方として、個々のニューロンを基礎に大脳皮質をニューロンのネットワークとして考える考え方があるが、ニューロンの数が多く、かつそのニューロン間には非線形相互作用で詳しい形が分かっていない。そこでモデルを作るのに多くの仮定を用いなければならない。また出てきた結果の評価は非常に困難である。そこで我々は現象論的に大脳皮質を脳波を伝播させる媒質と考える。そしてニューロン間の非線形相互作用により effective にコヒーレントな波が生成されるものと仮定する。大脳皮質を構成するニューロンのシナプス結合は興奮性と抑制性がほぼ半数ずつ存在する事実から大脳皮質に興奮性の波動と抑制性の波動の2種類の波動を仮定する。これらの波動はそれぞれ興奮性の領域と抑制性の領域を作り、互いの領域を際立たせるよう相互作用してしるものとする。即ち、ある領域が興奮性領域になると、それを抑制する効果が働き、その抑制が止るとまた興奮作用が働く。これが脳波が波動として大脳皮質を伝播する本質である。これら波動の相互作用が非線形であるため α 波の波形が waxing & waning を示す。

waxing & waning を示す脳波のスペクトル解析から次の2点が指摘できる：

1. 8Hz-13Hz の連続スペクトルの中に大きなピークを持つ。
2. この大きなピークは鋭い二つのピークから成る。

この二つのピークを説明するため α 波を周波数が少し異なる二つの線形波の重ね合わせと考える考え方があるが、二つのピークを持つことは説明できても連続スペクトルを説明する事ができない。そのためこれらの性質を説明するために必然的に非線形モデルを創らなければならない。そこでまず第一歩として、測定された脳波の波形から waxing & waning を示す α 波の性質を解析し、次にそれを説明する現象論を構築する。そのとき、大脳皮質を時間的・空間的に興奮性と抑制性の両波動を伝播させ

る媒質と仮定する。その生成過程については議論しないが、 α 波は脳波の解析から頭頂葉から後頭葉へ一次元的にかつ一方向に伝播する波動として考えられる。本論文では一定の振幅と周波数を持つ搬送波が振幅と周波数変調を受けた包絡ソリトン波として waxing & waning を示す α 波が捕らえられる事が示される。

2 α 波の定義と特徴

脳波を基準電極導出法（単極誘導法）で耳朶を基準電位として頭皮上の測定位置との電位差として測定する。測定は被験者をベッドに横たえ安静にし閉眼覚醒状態で 10 ミリ秒 (ms) 毎に 14 チャンネルの記録を取った。

α 波は、通常 8–13 Hz にピークを持つ波として定義されている。ここでは更に waxing & waning を示す波をもって α 波と呼ぶ。

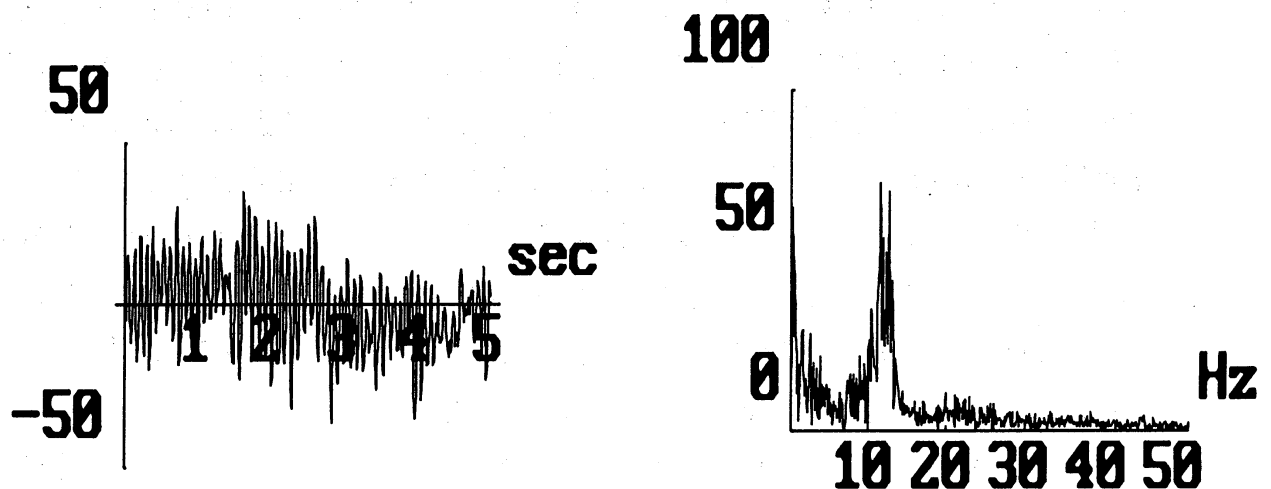


図 1: 脳波波形とスペクトル

図 1 に代表的な右後頭部での波形とフーリエスペクトルを示す。 α 波をスペクトル分解をすると、連続スペクトルの広い幅の山の中に鋭い二本のピークが見られる。

10 ms 毎の頭皮上の電位の変化を見ると、左右の変化は前後の変化に比べ小さい。そこで、まずは前頭部と後頭部間の前後の変化のみを考え、その補正として左右の変化を考慮すれば良いことが分かる。次に相関関数 $f(n, n', \Delta t)$ を頭皮の側定位置 n , 時間 t , 脳波電位 $E(n, t)$, 時間差を

Δt として

$$f(n, n', \Delta t) = \frac{1}{t - t_0} \int_{t_0}^t E(n, t') E(n', t' + \Delta t) dt' \quad (1)$$

で定義する。相関は頭皮上の距離が離れると小さくなるが、前頭葉と後頭葉の間にも存在する。相関を調べると脳波は前頭葉から頭頂葉を通り後頭葉へ伝播していることが分る。 α 波は頭の大きさを 15cm とするとこの間を 30ms で波が前頭葉から後頭葉に伝わり、波の速度が凡 5m/s であることが分かる。

3 線形解析

大脳皮質には興奮性と抑制性のニューロンがほぼ半数ずつ存在し、互いにその作用を際立たせるよう働いている。興奮性の効果を r で表し、抑制性の効果を s で表す。ニューロンの離散性¹を考慮して次の方程式を仮定する:

$$\begin{aligned} \frac{\partial r(x, t)}{\partial t} &= \kappa_1 \frac{\partial^2 s(x, t)}{\partial x^2}, \\ \frac{\partial s(x, t)}{\partial t} &= \kappa_2 \frac{\partial^2 r(x, t)}{\partial x^2}. \end{aligned} \quad (3)$$

ここで κ_1 と κ_2 はそれぞれ抑制性ニューロン間の結合の強さ及び興奮性ニューロンの間の結合の強さを表す係数である。 r が働き出すと、それを抑えるように s が働き出し、また s の働きが小さくなると r が働き出す $\kappa_1 \kappa_2 < 0$ の場合を考える。

方程式 (3) の分散関係は、波数 k 、振動数 ω の平面波解

$$r = A e^{i(kx - \omega t)} \quad (4)$$

を用いて

$$\omega^2 = -\kappa_1 \kappa_2 k^4 \quad (5)$$

¹ニューロンの活動はその周りのシナプスで決まる。 r の効果は周りの s の効果で決まり、 s への寄与は周りの r により決まる。そこで基礎方程式を次のように書く:

$$\begin{aligned} \frac{\partial r(n, t)}{\partial t} &= \kappa_1 (s(n+1, t) - 2s(n, t) + s(n-1, t)), \\ \frac{\partial s(n, t)}{\partial t} &= \kappa_2 (r(n+1, t) - 2r(n, t) + r(n-1, t)). \end{aligned} \quad (2)$$

連続体近似をすると (3) を得る。

で与えられる。前頭葉から後頭葉の方向を正の方向にとると正の方向に伝播する波の分散関係は

$$\omega = \sqrt{-\kappa_1 \kappa_2} k^2 \quad (6)$$

となる。

図1での α 波の周波数が 11.7Hz で、2章で述べた位相速度 $v_{ph} = \omega/k$ が 5 m/s であることから、周波数 ω 、波数 k 、波長 (wave lenght) λ 、 $-\kappa_1 \kappa_2$ 及び群速度 v_g はそれぞれ

$$\omega = 73.5 \text{ s}^{-1}, \quad (7a)$$

$$k = 14.7 \text{ m}^{-1}, \quad (7b)$$

$$\lambda = 0.43 \text{ m}, \quad (7c)$$

$$\sqrt{-\kappa_1 \kappa_2} = 0.34 \text{ m}^2/\text{s}, \quad (7d)$$

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{2\omega}{k} = 10 \text{ m/s} \quad (7e)$$

で与えられる。

脳波の解析は頭皮のある位置での電位の時間系列データを基に行うので、分散関係を

$$k(\omega) = \frac{\sqrt{\omega}}{\sqrt[4]{-\kappa_1 \kappa_2}} \quad (8)$$

と表す。 α 波のスペクトルの形状はある振動数を中心に凸状になっている。その周波数 ω とその周りの周波数 $\Delta\omega$ を使い波数を展開する:

$$k(\omega + \Delta\omega) = k + \Delta k = k(\omega) + \frac{\partial k}{\partial \omega} \Delta\omega + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} (\Delta\omega)^2. \quad (9)$$

連続スペクトルを持つ波束は

$$e^{i(kx - \omega t)} \int \Phi(\Delta\omega) e^{i(\Delta k x - \Delta\omega t)} d\Delta\omega \quad (10)$$

と書け、(9) を用いると

$$e^{i(kx - \omega t)} \int \Phi(\Delta\omega) e^{i[\Delta\omega(\frac{\partial k}{\partial \omega} x - t) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} (\Delta\omega)^2 t]} d\Delta\omega \quad (11)$$

と表される。この表示は変調を受けた平面波の様子を表している。

次に、この線形解析で得られた結果を用い脳波の非線形モデルを創る。

4 非線形解析

線形方程式 (3) に最も簡単な非線形項を加え非線形方程式を仮定する:

$$\begin{aligned}\frac{\partial r(x, t)}{\partial t} &= \kappa_1 \frac{\partial^2 s(x, t)}{\partial x^2} + a_1 r^2 + a_2 rs + a_3 s^2, \\ \frac{\partial s(x, t)}{\partial t} &= \kappa_2 \frac{\partial^2 r(x, t)}{\partial x^2} + b_1 r^2 + b_2 rs + b_3 s^2.\end{aligned}\quad (12)$$

3章の結果を用い (12) に逡減摂動法を使い α 波の方程式を導出する。 α の定性的性質を議論するには非線形項の形は本質的でない。

小ささを表すパラメタ ε を導入して $\Delta\omega \sim O(\varepsilon)$ とオーダリングする。(11) よりゆっくり変動する変数 τ と ξ を次のように導入する:

$$\begin{aligned}\tau &= \varepsilon \left(\frac{\partial k}{\partial \omega} x - t \right), \\ \xi &= -\varepsilon^2 x.\end{aligned}\quad (13)$$

τ は群速度に乗った系へ座標変換する事を意味する。 r と s を非線形効果により発生する高調波 $\exp[i l(kx - \omega t)]$ を考慮して次のように展開する:

$$\begin{aligned}r(x, t) &= \sum_{\alpha=1}^{\infty} \varepsilon^{\alpha} \sum_{l=-\infty}^{\infty} R_l^{(\alpha)}(\tau, \xi) e^{il(kx - \omega t)}, \\ s(x, t) &= \sum_{\alpha=1}^{\infty} \varepsilon^{\alpha} \sum_{l=-\infty}^{\infty} S_l^{(\alpha)}(\tau, \xi) e^{il(kx - \omega t)}.\end{aligned}\quad (14)$$

ここで r と s の実数条件より $R_l^{(\alpha)}$ と $S_l^{(\alpha)}$ は

$$\begin{aligned}R_l^{(\alpha)} &= R_{-l}^{(\alpha)*}, \\ S_l^{(\alpha)} &= S_{-l}^{(\alpha)*}\end{aligned}\quad (15)$$

を満たす。

これらを (12) に代入し各 ε のべき乗での条件から $R_1^{(1)}$ について次の非線形 Schrödinger 方程式を得る:

$$i \frac{\partial R_1^{(1)}}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \frac{\partial^2 R_1^{(1)}}{\partial \tau^2} - \frac{k}{12\omega^2} \left(4a_1^2 - \frac{\kappa_2}{\kappa_1} a_2^2 - 2a_1 b_2 + 2a_2 b_1 \right) |R_1^{(1)}|^2 R_1^{(1)} = 0. \quad (16)$$

ただし

$$S_1^{(1)} = -i \frac{\kappa_2 k^2}{\omega} R_1^{(1)}, \quad (17)$$

$$b_1^2 = -\frac{\kappa_2}{\kappa_1} a_1^2,$$

$$b_2^2 = -\frac{\kappa_2}{\kappa_1} a_2^2,$$

$$a_2 b_2 = 4 \frac{\kappa_2}{\kappa_1} a_1 b_1, \quad (18)$$

$$a_3 = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} a_1,$$

$$b_3 = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} b_1.$$

簡単化するために係数間の関係

$$\kappa_2 = -\kappa_1, \quad (\kappa_1 > 0) \quad (19)$$

$$a_2 = -b_2 = 2a_1 = 2b_1.$$

を仮定すると

$$i \frac{\partial R_1^{(1)}}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \frac{\partial^2 R_1^{(1)}}{\partial \tau^2} - \frac{4k}{3\omega^2} a_1^2 |R_1^{(1)}|^2 R_1^{(1)} = 0 \quad (20)$$

が得られる。 r と s は

$$\begin{aligned} r &= e^{i(kx - \omega t)} R_1^{(1)} + c.c., \\ s &= i e^{i(kx - \omega t)} R_1^{(1)} + c.c. \end{aligned} \quad (21)$$

で与えられる。

$R_1^{(1)}$ の周期解から、 r を求めると

$$r = \frac{\sqrt{6}K\left(\frac{1}{2}\right)}{a_1 T_w} \cos(kx - \omega t) \operatorname{cn} \left[\frac{4K\left(\frac{1}{2}\right)}{T_w} \left(\frac{\partial k}{\partial \omega} x - t \right) \right] \quad (22)$$

が得られる。ここで cn は楕円関数を、 $K(1/2)$ は母数 $1/2$ の第1種完全楕円積分を、又 T_w は waxing & waning の周期をそれぞれ表す。 $a_1 = 1$ として3章で得られたパラメタを代入し搬送波、包絡線、理論脳波波形とそのスペクトルを第2図に示す。大きなピークの中に二本の鋭いピー

クが示され、 α 波の性質を満足している分かる。二本のピークは次のうに理解できる。cn 関数は

$$\text{cn}(x|m) = \frac{2\pi}{\sqrt{m}K(m)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n+\frac{1}{2}}}{1+q^{n+\frac{1}{2}}} \cos(2n+1)v \quad (23)$$

と展開できる。ここで

$$q = e^{-\pi \frac{K'(m)}{K(m)}}, \quad (24)$$

$$v = \frac{\pi}{2K(m)} x.$$

$K'(m)$ は第2種完全楕円積分を表す。最も大きな寄与を与える第1項 $n=0$ を取ると搬送波の周波数 ω が $\omega + \pi/2K(m)$ と $\omega - \pi/2K(m)$ に別れ二つのピークが説明できる。

waxing & waning の周期 T_w を 1.7s とすると、それに対応する周波数 $\Delta\omega$ は

$$\Delta\omega = 3.8 \text{ s}^{-1} \quad (25)$$

となり、波数 Δk は群速度 (7e) を用いて

$$\Delta k = v_g \Delta\omega = 0.38 \text{ m}^{-1} \quad (26)$$

となる。波長 $\Delta\lambda$ は

$$\Delta\lambda = 17 \text{ m} \quad (27)$$

となる。 $\Delta\omega$ と Δk は平面波を変調させる振動数と波数を与え waxing & waning 現象を記述する。

5 将来の課題と問題点

我々は α 波を周波数帯だけでなく waxing & waning にその特徴があるとし、かつ大脳皮質のニューロンが興奮性と抑制性から成る事に注目し、非線形波動方程式を導入し、逡減摂動法を用いて現象論的非線形 α 波モデルを作った。

α 波の基礎方程式の解 (21) は α 波の周波数に相当する平面波とそれの変調を与える包絡線から成り立っている。周期ソリトン解から α 波のスペクトルが包絡線からの寄与で二本のピークに別れる事が説明できた。

α 波は精神的に落ち着いた安静時に生じるリズムであり、本来人間を含め動物の脳活動の基本と考えられる。このような脳の活動の規則正しさ、即ち、精神の安定化の実体が非常に安定したソリトンで説明できる事は注目すべき事である。

非線形 Schrödinger 方程式は可積分方程式であるから、逆問題を用い脳波のデータからどのようなソリトンが脳波に存在するか解析できる。また視床等の器官から大脳皮質は信号を受けている。そのような摂動を受けると系はカオティックな振る舞いをすると思われる。ソリトンを基礎にしたカオスの解析も興味ある。信号が強くなるとソリトン自体存在しえなくなる。安静時から α blocking が生じる現象を非線形基礎方程式 (12) から解析できるか否かは残された課題である。

この論文では脳は伝播の一次元モデルを作ったが、左右方向の運動を加えた二次元問題を考えなければならない。その時でもソリトンが存在するかどうかは脳のダイナミックな動きを見る上で重要である。

大脳皮質を脳波を伝播させる場として取り扱ってきた。大脳皮質構成要素であるニューロンのレベルからの解析も残された問題である。

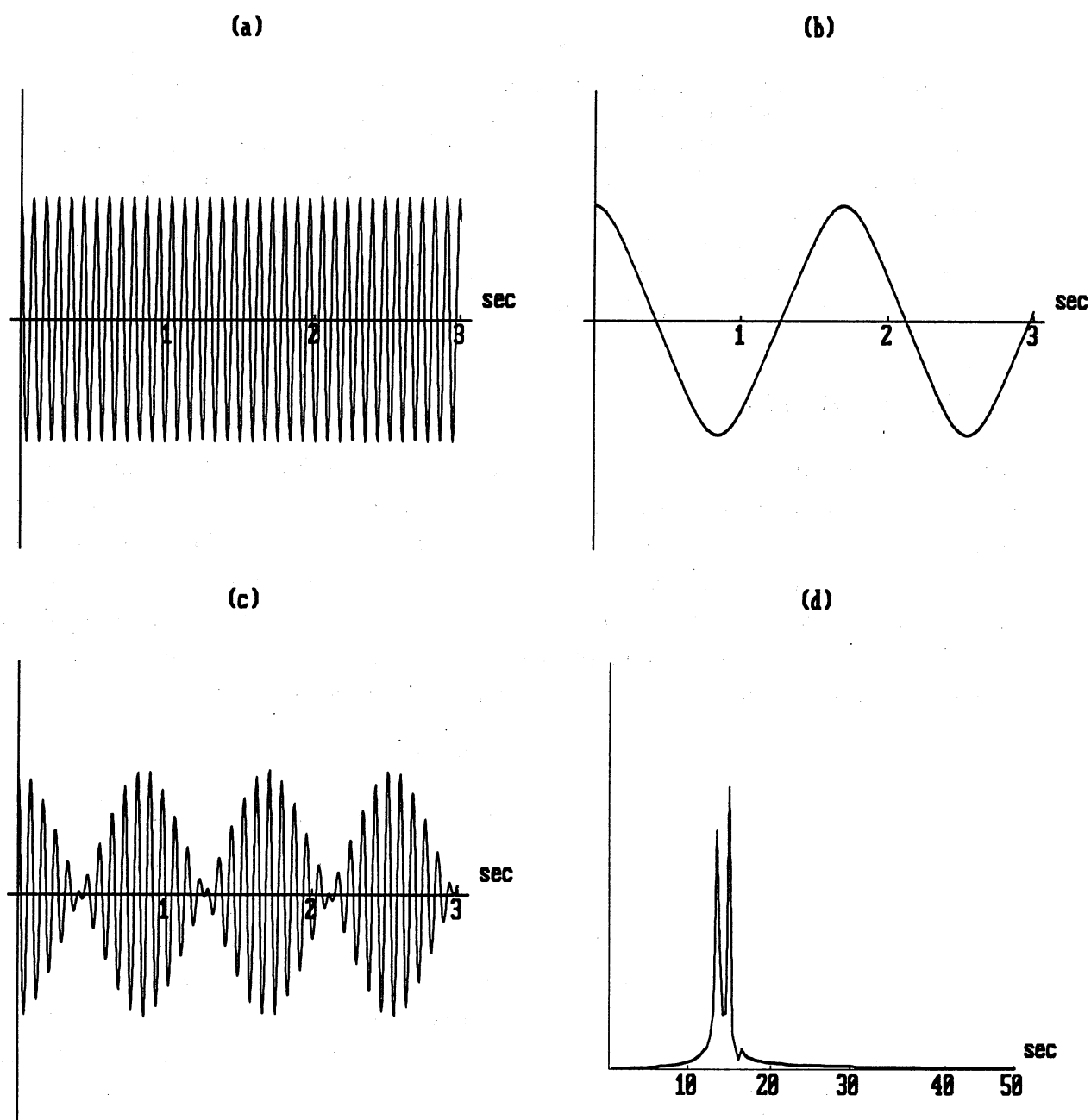


図 2: 搬送波、包絡線、脳波の理論値及びそのペクトルとその対数表示