

スパイクングニューロンによる連想記憶モデルの動的特性

吉岡政彦, 椎野正寿 東京工業大学理学部応用物理学科

Hopfield による時間が離散的なニューラルネットワークモデル [1] の提案後, Amit 等は統計力学的手法に適した確率論的力学を持つモデル [2] を提案し, その解析を行なった. その後, アナログニューロン [3] や振動子等といったさまざまな力学を持つニューラルネットワークが今日に至るまで提案され続けてきた.

提案されたモデルは多彩で, モデル化の方向性についても, 工学的応用を目指したものから数理科学的美しさを追求したものまでさまざまである. ここでは, それらのモデルを生物学的観点から眺めてみることにしよう. スピン型ニューロンは-1,+1 で, アナログニューロンは-1 から+1 の連続値でニューロンの状態を表す. これらのニューロンの生物学的位置づけとして, レイトコーディングの概念が語られてきた. すなわち, ニューロンの状態はその発火率で表示されるべきものであるというものであるのだが, これはいいかえれば振動周期以上にミクロな構造については, 系の秩序状態を仮定しないということになる.

これは本当に正しいだろうか? ニューロンの軸索の内部電位の挙動を記述する Hodgkin-Huxley 方程式 [5] は振動子の一種とされ, 適当な結合のもと集団として同期する. このような同期現象は, 実際の生体の視覚野等において観測されている [4]. また, ミクロな構造は情報処理のスピードの観点からしても有利である.

本研究では, このようなより小さな時間単位のもと記憶のコーディングがなされているようなモデルを考察した. 具体的にはパターン想起時にニューロン間で同期が起こり, 目標のパターンに属するニューロンが全部一斉に周期的発火を続けるような連想記憶モデル [10] をテーマとした. 単体のニューロンとして, このような発火の一つ一つを扱うものをスパイクングニューロンと呼ぶ. 通常, このようなニューロンは, 不応期等少数の物理量にのみ着目し, 簡略化されることが多いわけであるが, そもそもどのような特性が重要であるかが自明でない以上, 簡略化を本当に意味のある形で行なうことは容易ではない. 本研究では, 各スパイクングニューロンの力学として振動子 (具体的には FitzHugh ニューロン [6]) を仮定した. 各ニューロンの発火はある伝達時間の後, シナプスを通して次のニューロンに電荷流入を生じる [7]. このような力学においても記憶パターン数が十分小さい場合であれば, ある仮定の下, ネットワークの特性がニューロンの数 $N \rightarrow \infty$ の極限において解析可能であることを以下に示す.

あるニューロンにシナプス等から十分な量の電荷流入があると, 活動電位と呼ばれるスパイク状の電位が発生し, それは軸索上を伝播していく. この軸索上の電位を 4 自由度

の力学としてまとめたのが Hodgkin-Huxley 方程式であり, その定性的特性のみに着目して 2 自由度まで力学を簡略化したのが FitzHugh ニューロンにみられる力学である. たとえば, 本研究で主に用いるのは

$$\dot{V} = -\left(\frac{V^3}{3} - V + W\right) + I(t), \quad (1)$$

$$\dot{W} = \frac{1}{10}(V + 1.3) \quad (2)$$

という力学を持つ FitzHugh ニューロンである. ここで V はニューロン内部の電位をあらわし, W_i はその他補助的変数, そして $I(t)$ はシナプスや, その他外部からの電荷流入をあらわしている. いずれにせよ一般的に, Hodgkin-Huxley 方程式も含めて, このような力学は $\dot{V} = f(V, W_1, \dots, W_q) + I(t)$, $\dot{W}_j = g_j(V, W_1, \dots, W_q)$ $j = 1, \dots, q$, 等といった形でまとめることができる.

次に, このような方程式であらわされる単体のニューロンをネットワークとして結合させることを考えよう. この時, シナプスの前側のニューロン j で発生した活動電位が後側のニューロン i に伝播するのに必要な時間を d_{ij} であらわし, またニューロン内部の電位 V が 0 を超えた時間を発火時間として定義する. 発火非発火を考えるための閾値は, 正確には発生した活動電位が伝播するのに十分な電位として決められるべきなのであるが, 現実的にはスパイク上の電位が発生したかどうかを判定するだけで十分と思われるので, 簡単のためここでは 0 とした. 活動電位が到着した後のシナプスの特性を関数 $F_{syn}(t)$ で表せば, 時間 t のニューロン i の電荷流入は

$$I_i(t) = I_{amp} \sum_j^N J_{ij} \sum_k F_{syn}(t - t_j(k) - d_{ij}). \quad (3)$$

ここで $t_j(k)$ はニューロン j の k 番目の発火時間, J_{ij} はシナプス結合の強度を表し, I_{amp} は全体として電荷流入をコントロールするために用意した定数である. 以降では $F_{syn}(t)$ として α -function と呼ばれる $F_{syn}(t) = \frac{t}{t_0} \exp\left(-\frac{t}{t_0}\right)$ $0 < t$ という形を仮定することにしよう.

次に, このネットワークにおける連想記憶モデルの構築を考えよう. これから本研究で問題としていくのは FitzHugh ニューロン (1),(2) なのであるが, 問題なのは図 1 に示すように, この力学では負の電荷流入があった場合にも跳ね返りによるニューロンの発火が観測されることである. このようなリバウンド現象は実際のニューロンにおいても観測されており, 荒唐無稽なものでもない. これらの事情を考慮して, 平均 α の 0,1 パターン ξ_i^μ ($i = 1, \dots, N, \mu = 1, \dots, P$)

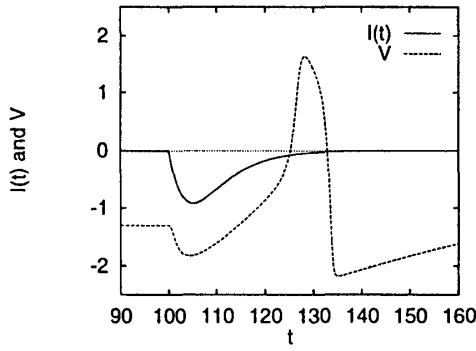


図 1: 負の電荷流入に対する FitzHugh ニューロンの応答

に対して、非対称な Hebb の学習則 [8,9]

$$J_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{\mu} \xi_i^{\mu} (\xi_j^{\mu} - a), \quad (4)$$

を仮定し、その理論的取り扱いを以下に示す。

まず、伝達時間 d_{ij} を確率分布 $P_d(d)$ から独立に選ぶものとしてみよう。すると $\alpha = P/N = 0$ の場合、 $N \rightarrow \infty$ の極限において、 $\tilde{\xi}_i = (\xi_i^1, \xi_i^2, \dots, \xi_i^P)$ が同じとなるニューロンのグループ（サブラッティス）は、全く同一の電荷流入を共有することとなる。そこでさらに厳しく、各サブラッティス内においては初期条件を全く同じにするものと仮定すると、このネットワークは完全に解析可能なものとなる。すなわち、より一般的な学習則 $J_{ij} = J(\tilde{\xi}_i, \tilde{\xi}_j)/N$ に対して、サブラッティス間の力学は

$$\dot{V}_n = f(V_n, W_{n1}, \dots, W_{nq}) + I_n(t), \quad (5)$$

$$W_{nj} = g_j(V_n, W_{n1}, \dots, W_{nq}), \quad (6)$$

$$I_n(t) = I_{amp} \sum_m J(n, m) \sum_k G_{syn}(t - t(m, k)) \quad (7)$$

$$n = 1, \dots, 2^P, j = 1, \dots, q$$

と表される。ここで n は 2^P 種類あるサブラッティスを指すインデックスであり、 $J(n, m) = J(\tilde{\xi}(n), \tilde{\xi}(m)) r(m)$, $r(m)$ は N 個のニューロンのうちサブラッティス m に属するニューロンの割合、また $G_{syn}(t) = \int_0^\infty P_d(\tau) F_{syn}(t - \tau) d\tau$ である。

さてこの議論の妥当性をみるため、まず d_{ij} が d_1 から d_2 の間の一様分布に従う場合に関して見てみよう。 P 個のパターンに対して学習則 (4) を用い J_{ij} を決定し、初期条件として、すべてのニューロンを静止状態（式 (1), (2) で電荷流入がない場合の固定点）におく。このままの状態では永遠に静止状態が続くので、パターン 1 のニューロン ($\xi_i^1 = 1$ となるようなニューロン) のみに $0 < t < 2$ の間、シナプス経由とは別の電荷流入を用意し、パターン 1 のニューロンを人為的に発火させる。この状況では、 2^P 個もサブラッ

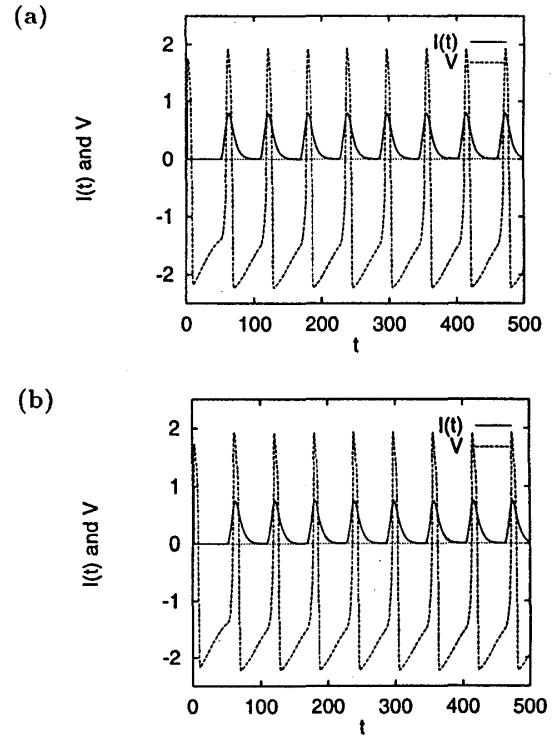


図 2: (a) $t_s = 5, I_{amp} = 50, d_1 = 50, \Delta d = 10$ でのサブラッティス 2 の挙動と、(b) $N = 200, P = 3$ での数値実験で観測されたサブラッティス 2 に対応するニューロンの挙動。

ティスを用意する必要はなく、1) $\xi_i^1 = 0$ で人為的電荷流入がない 2) $\xi_i^1 = 1$ で人為的電荷流入を用意する、という二つのサブラッティスを用意すれば十分である。実際に某パラメーターにおいて理論的解析結果と、 $N = 200$ での数値実験を比較したのが図 2 であり、理論は妥当とみてよいだろう。

図 2 のように、パターン 1 が想起される（パターン 1 のニューロンが永続的に発火する）ための条件を相図として図 3 にまとめる。ここで、 $\Delta d = d_2 - d_1$ である。 Δd が大きい場合 ($25 \leq \Delta d$) には、平均化された関数 $G_{syn}(t)$ がぼやけてしまい、ニューロンの発火が止まってしまい、想起ができない。また、 d_1 が小さすぎる場合 ($d_1 \leq 30$) に関しても、想起ができない。この場合、電荷流入の周波数が高くなってしまいうのであるが、ニューロンの不応期と呼ばれる特性により、この周波数に発火の頻度がついていけなくなるのが原因である。

次に、最初に人為的にパターン 1 のニューロンを発火させる際、パターン 1 のニューロンのすべてではなく、その割合 R だけを発火させる場合を考えてみよう。パターン 1 が想起されるためには R が十分大きい必要がある。この状況を相図として図 4 にまとめる。なお、今回は伝達時間を $d_{ij} = d$ という定数とした。

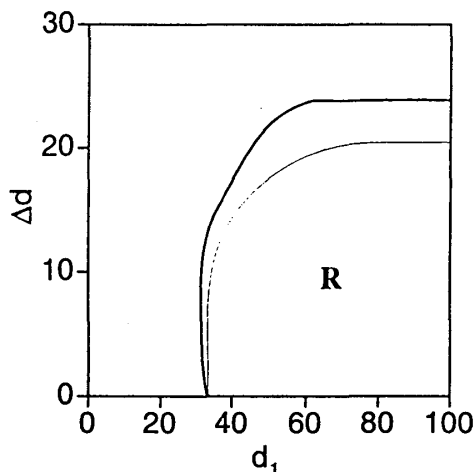


図 3: $d_1 - \Delta d$ の相図. R の領域でパターン想起が可能となる. 太線が理論的解析で得た境界, 細線は $N = 200, P = 3$ の数値実験より得た境界を示している.

直感的予想通り R が小さすぎるとパターンの想起が止まってしまう. また, 前述の場合と同様, d が小さすぎると不応期の問題で発火が止まる.

加えて今回は A で示された領域において, 位相ずれを伴った発火を観測した. これはパターン 1 のニューロンが最初に人為的に電荷流入を受けたものと, 受けなかったものの二つの集団に分かれ, 各々が π 程度位相がずれた状態で発火を続けるというものである (R では 2 回目の発火以降, パターン 1 のニューロンすべてが一斉に発火する状況となる). 原因はこの場合も不応期にある. 図に示された通り, A の領域は d が小さく, 連続した発火が難しい. その結果, 両方とも同じ電荷流入を共有しているにも関わらず, 最初に人為的に発火させたニューロンは次に発火すべき時間に発火ができない. ところが, 最初人為的な電荷流入を受けなかったニューロンは問題なく発火することができる. 続けて次のステップでは, 逆の状況が起こるといったことを繰り返しながら, 位相ずれを伴ったパターン想起が続けられていくことになる.

最後にまとめとして, $\alpha > 0$ の場合の議論を行ないたい. この場合, 今までサブラティス内で共有されてきた電荷流入は各ニューロンごとに揺らぎを持つこととなり, その結果, 完全に一致していたニューロンの発火時間に揺らぎが生じることとなる.

これらの発火の時間ずれを考慮して, 完全な形で理論解析を行なうことは大変難しい問題とみられるが, 近似を許すならば解析することは不可能ではない. 例えば, 前述した時間ずれを無視し, 電荷流入の振幅のみに着目すれば, これは 0,1 値をとる非対称結合を持つ Hopfield モデルの固定

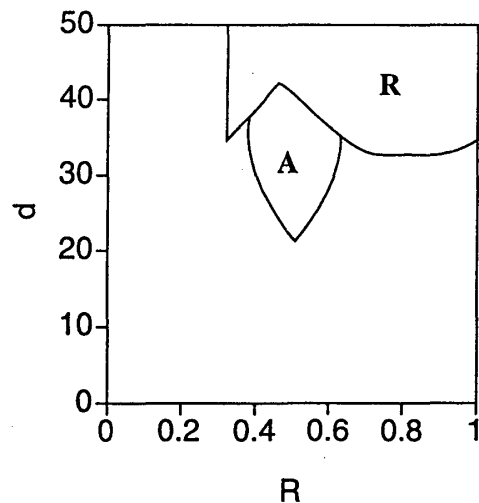


図 4: $R-d$ の相図. R において通常のパターン想起が行われる. A においてはパターン 1 のニューロンが二つの集団に分かれ, 位相が π 程度ずれた状態で相互に発火するようになる.

点を考える問題と等価とみることができる. この際の閾値決定に, 本研究の結果は有用なものとなる. これによる閾値決定の後の解析結果は, 実際, ある程度の精度でネットワークの特性を説明することができる. この点本研究は, 従来のスピン, アナログニューロンの研究とスパイクニューロンの研究との橋渡しを行なっているといえよう.

- [1] J.J. Hopfield Proc. Natl. Acad. Sci. USA 79(2554)1982
- [2] D.J. Amit, H. Gutfreund, and H. Sompolinsky Ann. Phys. 173(30)1987
- [3] M. Shiino, and T. Fukai J. Phys. A Math. Gen. 25(L375)1992
- [4] C.M. Gray, and W. Singer Proc. Natl. Acad. Sci. USA 86(1698)1989
- [5] A.L. Hodgkin, and A.F. Huxley J. Physiol. 117(500)1952
- [6] R. FitzHugh Biophys. J. 1(445)
- [7] S. Kim, and G. Lee Neural Networks the statistical mechanics perspective
- [8] M. Yoshioka, and M. Shiino Phys. Rev. E 55(7401)1997
- [9] M. Yoshioka, and M. Shiino J. Phys. Soc. Jpn 66(1924)1997
- [10] M. Yoshioka, and M. Shiino submitted for publication in Phys. Rev. E