

フェルミ液体論と強相関電子系の超伝導

山田 耕作



はじめに

私は 2006 年に無事定年を迎え、景気が良くならないのは経済学が貧困なためではないかと、経済学の勉強を始めた。すると、2007 年からの世界恐慌ですっかり経済学に夢中になり、物理から遠ざかってしまった。もともと、若い人の助けを借りてやっと定年まで物理を仕事にしてきたので、定年後まで若い人に対抗して物理の研究を続ける意欲も無い。研究をしないのに物理に関心を持つほど物理が好きでもない。家人からは本が邪魔だと迫害を受け、物理を継続することはいっそうの努力と忍耐が必要な環境に置かれることになった。

昔、芳田 奎先生は、先生に絵を描くよう弟子の一人が薦めたとき、「自分の絵がどれほどのものであるかというぐらいの眼力を持っている」といわれた。私には芳田先生ほどの眼力がないので、若い人の率直な批判を唯一の頼りにしている。

私はこれまで自分が知りたいと思うことのみ研究してきた。そして時折謎が解け、大いに感激して定年を迎えた。現時点で改めて、私が重要と考えて来たいいくつかの問題について述べ、若い人たちにその可否を考えていただきたいと思う。

フェルミ液体と異常金属

1986 年に銅酸化物で高温超伝導が発見されたとき、モット絶縁体が超伝導になるとしてその電子状態が問題になった。P. W. Anderson と J. R. Schrieffer の二人のノーベル賞物理学者が対談して、超伝導状態は単純だが正常状態が異常で、不可解であると主張した。そして、単純にフェルミ液体を信じるものは物理的センスの足りない者であると批判した。以来、Anderson はフェルミ液体を全面的に否定し、スピンと電荷が分離したスピノン・ホロン説を主張してきた。

一方、高温超伝導発見の 2 年前の 1984 年に Anderson は Basic Notions of Condensed Matter Physics

を著し、物性物理の 2 つの基本的な原理として連続性の原理と不連続の原理を強調している。不連続の原理は、自発対称性の破れなど巨視的な系における相転移を表している。金属絶縁体転移は相転移であるから、超伝導になる金属状態を Mott 絶縁体に接続して理解するのは不連続の原理に反することになる。

連続の原理は相互作用の働く多体系を相互作用の無い一体の系に接続できるという原理で、Anderson はランダウのフェルミ液体論がその美しい例であるとして紹介している。彼は思考実験を用いて、ある条件の下で、相互作用のないフェルミ液体から相互作用の入ったフェルミ液体に連続的に移行できることを示している。その条件とは準粒子の寿命が相互作用を導入する時間より長いことである。つまり、準粒子の一粒粒子スペクトルが乱されることのないようゆっくり相互作用を導入できるほど十分長く準粒子が存在することが、フェルミ液体であることの必要十分条件である。導入される相互作用の変化の速さは系のエネルギーを乱し、幅を広げるから、導入する速さの逆数は分解能である。その分解能より、準粒子の寿命によるエネルギー幅が小さくなければ準粒子のエネルギーを測定し、一粒粒子スペクトルを決めることができない。つまり、準粒子で系は記述できないことになる。

一般に準粒子のエネルギーは温度 T によって励起され、そのエネルギー $k_B T$ を持つ。準粒子の寿命は電子間の散乱では温度 T の 2 乗に比例する。前者は $k_B T$ に比例し、後者は $(k_B T)^2 / E_F$ に比例する。前者が後者より大きいと準粒子のエネルギーが定義できるから、その条件は $k_B T$ がフェルミエネルギー E_F より小さいことである。この条件は一般の金属ではフェルミエネルギーが 1 万 K もあるから、常温 300 K で十分満たされる。準粒子の減衰率が、磁気的な揺らぎによる散乱で温度 T の 1 次のべきに近づいて微妙になる場合があるが、銅酸化物高温超伝導体では現実には準粒子のスペクトルが観測されて

いるからフェルミ液体である。現実にはモット絶縁体に近い金属であってもモット転移に接続する小さなフェルミ面ではなく、大きいフェルミ面が観測され、確かに系は相互作用のない時のフェルミ面に接続する。Luttinger の定理が成り立っているのである。高温超伝導体に関してフェルミ液体か否かで世界的に論争してきたが、Anderson は準粒子は存在せず、2次元は異常金属であると主張した。 $(\pi,0)$ 等のいわゆるホットスポット付近で、準粒子の減衰が激しく、そのエネルギーが定義できないことがあるが、系全体ではフェルミ液体であり、相互作用の無い時のいわゆる大きいフェルミ面に接続する。

依然として正常状態が異常であるという説があるが、相関の強いフェルミ液体の性質として基本的に理解できるので問題はない。例えばホール係数が温度変化したり、残留抵抗が大きく小さなフェルミ面であるように見えたりするが、輸送係数がきちんと保存則を満たすようにワード恒等式を満たすパーテックス補正を取り入れれば、その物理的な振舞いは説明できる。これまで、フェルミ液体論との不一致の原因は物質が異常なのではなく、相関の強い電子系のフェルミ液体論を中心とする理論の不十分さや理解の欠陥にあった。単純なドルーデ理論を過信しすぎたのである¹⁾。

そもそも超伝導はフェルミ面にギャップを作ってエネルギーを下げることで実現する相転移現象である。フェルミ面なしには理解は難しい。従って、フェルミ液体を否定して超伝導を素直に理解することは難しく、混乱をもたらすのである。数年前には正しい理論を教科書に書いた Anderson が、現実の銅酸化物の解析でフェルミ液体を否定するような誤りを犯すのは信じられないことである。私は学位論文から Anderson のモデルのお世話になっており、彼の熱烈なファンであるが、晩年の Anderson は「裸の王様」を見ているようであった。

銅酸化物高温超伝導

銅酸化物高温超伝導体では反強磁性揺らぎを介して d 波の超伝導が起こり、高い転移温度が得られるというシナリオで超伝導の問題は広く理解され、基本的に解決している²⁾。ただ、最後に私を悩ませた問題として次の疑問を議論させていただきたい。

なぜ、銅酸化物の LSCO の転移温度は YBCO や

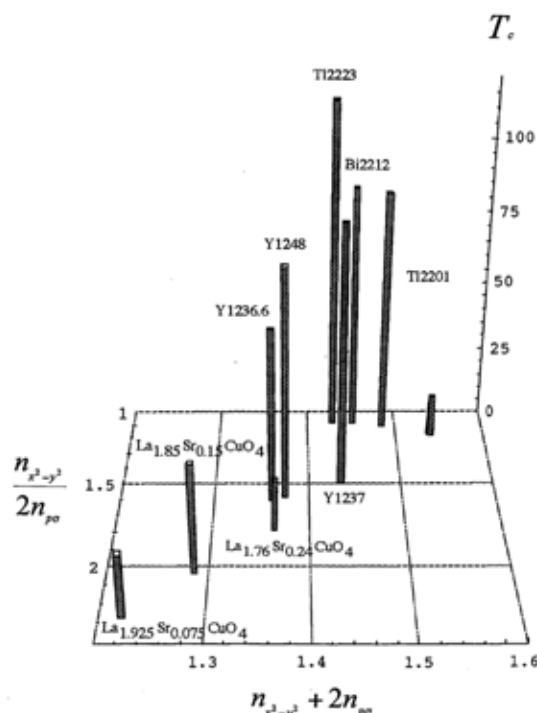


図1 T_c を銅の d ホール数と酸素の p ホール数の平面で表した図。縦軸にそれらの比を横軸にそれらの和をとっている。 T_c はトータルドーピング数に依るが、同じドーピング数では d と p ホール数の比が1に近い方が T_c が高く、 d ホール数が多くなり、比が2に近いと T_c が低くなる。ここで、 p ホール数の前の因子2は2つの酸素のサイトがあることによる。(文献3)

Bi2212 などの転移温度に比べて低いのか。

図1に示すのは鄭さんたちによって得られた転移温度の d , p ホール依存性を示す実験結果である³⁾。

銅の d ホールと酸素の p ホールをあわせたトータルのドーピングによって転移温度 T_c が決まることはよく知られている。この論文はそれだけでなく銅の d ホールの数自体によっても T_c の値が変わることを示している点が大切である。鄭さんたちの実験によると銅の d ホールの数がハーフフィルドの1個に近い系 (LSCO) では T_c が低く、それより d ホール数が少ない系 (YBCO, Bi2212) では T_c が高くなる。ハーフフィルドに近い系では電子相関が強いから、電子相関が強くなると T_c が低くなることになる。超伝導が電子相関で起こるなら、電子相関が強くなれば T_c が上がるはずではないかと思われる。現実には Eliashberg 方程式において、相互作用項の数値計算によっても電子相関 U を大きくすると T_c は増大する。では、電子相関が強くなって T_c を下げる効果は何であろうか。私はフェルミ面の違いを入れれば従来の我々の理論で容易に説明できると考えていた。しかし、いくら電子構造を変えても説明で

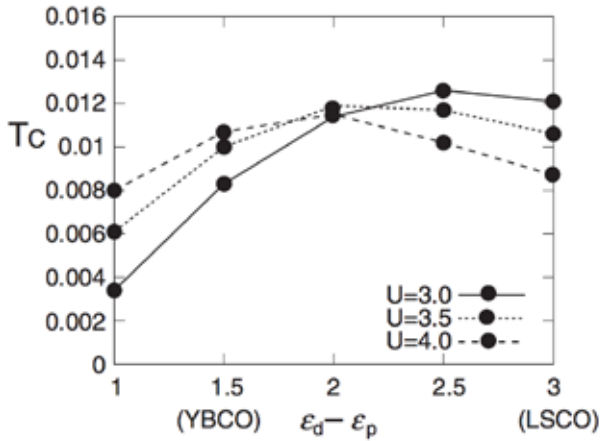


図2 繰り込みを考慮した T_c の計算値。 U を大きくすると相関の強い LSCO では T_c が繰り込みの効果で下がるようになる。(文献4)

きないのである。定年前の数年は今までの我々の超伝導の理論を根本から否定するこのなぞに悪戦苦闘した。実は下げる効果は Eliashberg 方程式における正常自己エネルギーの項から生じるのである。コロンブスの卵である。LSCO の T_c のみならず超伝導ギャップも小さいことからエネルギースケールの問題であることに気が付いたのである。

図2に示すように、銅の d ホールが1に近いハーフフィルドの相関の強い系では超伝導に導く相互作用は強いが、自己エネルギーの繰り込みによって準粒子バンドの幅は狭くなり、結果として転移温度が低くなるのである。むしろ、ハーフフィルドから外れた d ホールが少ない系で超伝導に導く相互作用は弱い、自己エネルギーによる繰り込みも小さく結果として転移温度が高いことがわかる。具体例で言うと、LSCO では銅の d 準位が酸素の p 準位に較べて高く d ホール数が1に近い。一方、YBCO や Bi2212 は銅の d ホールと酸素の p ホールが同じようなエネルギー準位にあり、酸素の p ホールの数が多く銅の d ホール数が少なく0.6から0.7である。このことがLSCOの電子比熱係数で推定される電子の有効質量を大きくし、YBCOの比熱係数を小さくするのである⁴⁾。 T_c が高いため正常状態の電子比熱係数の測定は難しいが、幸い光電子分光によって準粒子バンドを直接見ることができる。図3に示すのは佐藤らによって光電子分光で観測された準粒子のバンドのエネルギー分散である⁵⁾。

図3において、 $\text{La}_{1.85}\text{Sr}_{0.15}\text{CuO}_4$ と $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ の T_c 以上のスペクトルを見ると、Bi2212の準粒子

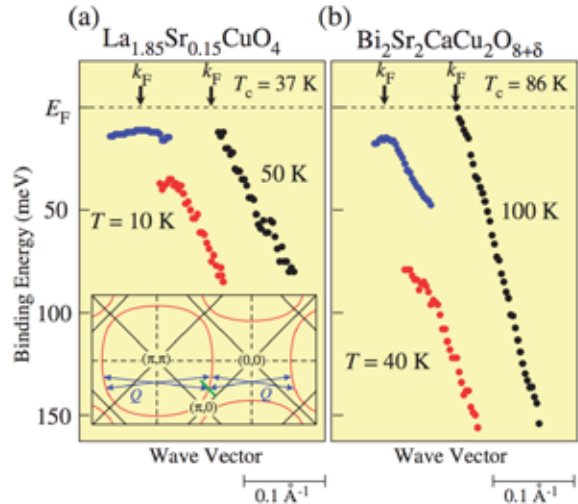


図3 光電子分光によるバンドの分散。LSCO は Bi2212 に比べバンド幅とギャップが半分くらいである。(文献5)

のバンド幅 150 meV が LSCO の 75 meV の幅の2倍くらいである。つまり、電子相関の強い LSCO では準粒子のバンド幅が狭く、超伝導ギャップも T_c も小さくなるのである。この電子相関による質量の増大によるバンド幅の縮小が LSCO の転移温度を下げるのである。これは重い電子系の有効質量が大きくなり、準粒子のバンド幅が1000分の1から100分の1になると全く同じ原理である。このフェルミ液体としての波動関数の繰り込み効果が LSCO の T_c を Bi2212 や YBCO の T_c より低くする原因である。このことは新開たちの論文で示されたことである⁴⁾。従って、フェルミ液体論に従って、有効質量を正しく計算することなしに T_c を正しく求めることは不可能である。

Fe-pnictides の超伝導

一昨年、Fe系で50 Kの転移温度を持つ超伝導体が発見され⁶⁾、高温超伝導は銅酸化物に限られた特殊な現象ではなく、もっと一般的な現象であることが認識されてきた。磁性の中心と考えられてきた3d遷移金属が超伝導になるということ。しかもその超伝導の起源がクーロン相互作用という斥力そのものにあることは固体電子論にとって画期的な出来事である。

2次元層状金属である鉄 pnictides は複数の小さな2次元状のフェルミ面を持ち、 d 電子の多バンドからなる電子系である。多バンド間のクーロン相互作用によって超伝導が生じるのである。この多バンド系のクーロン相互作用による超伝導としては銅酸化

物、有機導体、 Sr_2RuO_4 、Ce を含む重い電子系と共通のものである。フェルミ面が小さくフェルミ面の状態密度が大きくないので、有効質量はそれほど増大せず、繰り込み効果による T_c の下がりはいさいと考える。

多くの理論計算があり、提案されているモデルは一般に多バンドからなる電子のフェルミ面とホール
のフェルミ面がバンド間のクーロン相互作用によって超伝導を引き起こすものである。提案されている一つのモデルの結果は小さな電子、正孔のそれぞれのフェルミ面ではギャップ関数の符号は一定で変わらず、バンドによって正のギャップ関数を持つものと負のギャップ関数を持つものに分かれることである。このように異なるバンドでギャップ関数の符号を変えることによって等方的な斥力 U の影響を打ち消すことができ、オンサイト斥力を避けることができる。符号反転のある $s_{\pm}$ 波といわれる^{7,9)}。

一方、超伝導が不純物に強いという実験結果が符号反転のある $s_{\pm}$ 波では説明できないとの説もある。符号反転のない s 波で、引力の起源として系に固有の電子・格子相互作用が提案されている¹⁰⁾。この場合も電子相関による軌道揺らぎの増大が引力を増大させるのに不可欠であり、系全体を見ると、超伝導の起源として電子間のクーロン相互作用の重要性は否定できない。

現実の Fe 系の超伝導は多様で、 KFe_2As_2 は有効質量がバンド計算の 7 倍にもなる。深澤たちの実験では比熱係数も大きい。したがって、繰り込みによって、 T_c は低い。これは重い電子系や銅酸素系の LSCO に通じる性質である。この超伝導はノードのあるギャップをもつとの説もある。

このような Fe 系の実験・理論の着実な進展は次のような事実を支えられている。現実
に研究を推進している人たちの間に、計算手段と結果の妥当性について一定の合意がありそれが堅実な研究の進展を促進していることである。紺谷たちの電子－格子相互作用の新しいモデルを含め、新鮮な物理が大胆に展開されている。そしてモデルの妥当性は現在の物性物理ではいずれ実験によって検証することができる。このような挑戦と検証こそ物性物理におけるこの分野の進歩といわなければならない。我々は幸せな時代にいるのである。

重い電子系の超伝導

重い電子系の超伝導体の典型的な物質は Ce、U 系である。準 2 次元金属である CeCoIn_5 は T_c が 2.3 K の超伝導体であり、一方、3 次元的な CeIn_3 は T_c が 0.3 K と低くなる。一般に 3 次元的な系になると相互作用の運動量依存性が異方的なものから、等方的なものになるため、異方的相互作用が弱められ超伝導転移温度が低くなる¹¹⁾。重い電子はフェルミ液体論の準粒子が、強い電子相関のため、有効質量が 100 から 1000 倍も増大した準粒子である。この増大因子 m^*/m は波動関数の繰り込み因子 z の逆数であり、 $m^*/m=1/z$ の関係がある。電子間の相互作用 U は高次の相互作用を取り込むことによって $U^*=U/z$ に増大する。これを繰り込まれた準粒子間の相互作用 Γ で表すと $\Gamma = zU^*z = zU$ となる。準粒子のバンド幅 $W^*=zW$ であるから、バンド幅と相互作用がともに z で繰り込まれ z は電子系のエネルギースケールを決定する。このことは超伝導が準粒子のバンドに準粒子間の相互作用によってギャップを作るという物理像に対応しており、正しい物理を表しているのである^{2, 11, 12)}。

エネルギースケールと超伝導転移温度

バンド幅 W と繰り込み因子 z 、転移温度 T_c を以下のようにまとめて整理して示す。エネルギーの単位は温度 K である。こうしてみると相間の強い電子系の違いはフェルミ液体の繰り込み因子 z で表さ

表 1 バンド幅と転移温度

System	W_0 (K)	$1/z$	$W=zW_0$ (K)	T_c (K)
Cuprates	5,000	5	1,000	100
Fe-based	1,000	2	500	50
Heavy fermions	10,000	100~1000	100~10	10~1
Organic	200~500	2~5	100	10
YBCO	5,000	5	1,000	100
LSCO	5,000	10	500	50
KFeAs	300	7	30	3

れるエネルギースケールという定量的なものである^{1, 2)}。超伝導の対称性を d 波に限ると準粒子バンドの幅より 1 桁低い転移温度の超伝導が得られるようである。このオーダーから上下するときは個々の特殊事情を考慮することが必要である。例えば、Fe 系は単純な d 波ではないようである。

おわりに

以上に述べたように相間の強い電子系の超伝導の研究は現在発展の途上にある。しかし、暗中模索という段階ではなく基本的な超伝導機構が明らかにされ、新しい物質に適用することによって検証され、修正され、精密化されて発展している。その基本的な内容は多バンドの相関の強い電子系におけるクーロン相互作用による超伝導である。その計算方法は自然の示す法則に従ってフェルミ液体論にのっとり、繰り込まれた系における超伝導として記述できる。われわれはこの方法がもっとも自然であり、物理的であると考え、これを裸の電子系と相互作用から正常自己エネルギーを取り入れ異常自己エネルギーを含めた Eliashberg 方程式を解くことによって超伝導を導出し、転移温度やギャップの大きさを求めることも可能である。

私は摂動計算による弱結合の計算が超伝導の理論としては最も信頼性が高いと思う。4 次までの摂動で正常・異常自己エネルギーを計算して Eliashberg 方程式を解くのである。FLEX などの近似に比べ計算は大変であるが、 Sr_2RuO_4 をはじめ強相関電子系の超伝導を正しく導出する。FLEX では Sr_2RuO_4 などの Triplet の超伝導が出せない。一般にボソンが引力を導くというのは狭い理解で、正しくは高次まで入れた最終的な電子間相互作用の運動量依存性が異方的超伝導に導くのである。

参考文献 (手元にあるものによるので厳密ではないことをお詫びする)

- 1) K. Yamada: *Electron Correlation in Metals* (Cambridge Univ. Press., 2004).
- 2) Y. Yanase, T. Jujo, T. Nomura, H. Ikeda, T. Hotta and K. Yamada: *Phys. Reports* **387** (2003) 1.
- 3) G.-q. Zheng, Y. Kitaoka, K. Ishida and K. Asayama: *J. Phys. Soc. Jpn.* **64** (1995) 2524.
- 4) S. Shinkai, H. Ikeda and K. Yamada: *J. Phys. Soc. Jpn.* **75** (2006) 104712.
- 5) T. Sato *et. al.*: *J. Phys. Soc. Jpn.* **76** (2007) 103707.
- 6) Y. Kamihara *et. al.*: *J. Am. Chem. Soc.* **130** (2008) 3296.
- 7) K. Kuroki *et. al.*: *Phys. Rev. Lett.* **101** (2008) 087004.
- 8) T. Nomura: *J. Phys. Soc. Jpn. Suppl.* **77SC** (2008) 123; *J. Phys. Soc. Jpn.* **78** (2009) 034716.
- 9) H. Ikeda: *J. Phys. Soc. Jpn.* **77** (2008) 123707.
- 10) H. Kontani and S. Onari: *Phys. Rev. Lett.* **104** (2008) 157001.
- 11) 池田浩章, 西川裕規, 深澤洋乃, 山田耕作: *固体物理* **38** (2003) 37.
- 12) K. Tanaka, H. Ikeda and K. Yamada: *J. Phys. Condensed Matter* **19** (2007) 406219.