

研究会報告

文 献

- (1) A.A.Abrikosov and L.P.Gor'kov: Soviet Phys. JETP 12 1243 (1961)
- (2) J.Kondo: Prog. Theor. Phys. 32 37 (1964)
- (3) S.H.Liu: Phys. Rev. 137 A1209 (1965)

超伝導体中の S - d 相互作用

宗 田 敏 雄 (教育大理)

松 浦 民 房 (名 大 理)

長 岡 洋 介 ()

I 摂動計算を宗田が報告し

II 束縛状態を松浦が報告した。

I 摂動計算

超伝導体中の電子を表わす準粒子が一個の磁気的不純物原子によつて散乱されるときの断面積を摂動で計算する。系のハミルトニアンは

$$H = E_0 + \sum_k E_k (\alpha_{k0}^+ \alpha_{k0} + \alpha_{k1}^+ \alpha_{k1})$$

$$- \frac{J}{N} \sum_{k,k'} \{ [(u_{k'} \alpha_{k',0}^+ + v_{k'} \alpha_{k',1}^+) (u_k \alpha_{k0} + v_k \alpha_{k1}^+)$$

$$- (u_{k'} \alpha_{k',1}^+ - v_{k'} \alpha_{k',0}^+) (u_k \alpha_{k1} - v_k \alpha_{k0}^+)] S_z$$

$$+ (u_{k'} \alpha_{k',0}^+ + v_{k'} \alpha_{k',1}^+) (u_k \alpha_{k1} - v_k \alpha_{k0}^+) S_-$$

$$+ (u_{k'} \alpha_{k',1}^+ - v_{k'} \alpha_{k',0}^+) (u_k \alpha_{k0} + v_k \alpha_{k1}^+) S_+$$

$$+ V_{\text{pair}}^{(4)}$$

(1)

ここに α_{ks}^+ (α_{ks}) は運動量 $\underline{k}$ 、スピン s の準粒子の創成 (消滅) operator で

E_0 は基底状態のエネルギー、 J は $S-d$ 相互作用の大きさ、 N は超伝導体中の全原子数、 $\tilde{S}$ は不純物原子に働くスピン operator で、 E_k は準粒子のエネルギー

$$E_k = \sqrt{\epsilon_k^2 + \epsilon_0^2} \quad (2)$$

で与えられる。ここに ϵ_k はフェルミ面から測った運動エネルギーで、 ϵ_0 はエネルギーギャップの大きさである。 $V_{\text{pair}}^{(4)}$ は pairing 相互作用による準粒子のポテンシャル散乱を表わす項で、以下の計算では省く。

散乱断面積は次の遷移確率に比例する。

$$W(a \rightarrow b) = \frac{2\pi}{\hbar} \delta(E_a - E_b) \left| H'_{ab} H'_{ba} + \sum_{c \neq a} \frac{H'_{ac} H'_{cb}}{E_a - E_c} H'_{ba} + \text{c. c.} + \dots \right| \quad (3)$$

ここで H は散乱を惹き起す摂動ハミルトニアンで、 a は初期状態、 b は最終状態を表わす。(3)式のオ二項がノーマルだと Kondo 効果を与えるが、超伝導体の場合にどうなるかを見るために計算すると

$$\sigma \propto \frac{S(S+1)}{3} \left(\frac{J}{N}\right)^3 \rho \left[\text{const.} + \left(2 \frac{\epsilon_k}{E_F} + \frac{\epsilon_k - E_k}{E_F}\right) \log kT \right], \quad T_c \gtrsim T > 0 \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & \propto \frac{S(S+1)}{3} \left(\frac{J}{N}\right)^3 \rho \left[\text{const.} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m!} \{ (D - E_k)^m - (D + E_k)^m \right. \\ & \quad \left. - (\epsilon_0 - E_k)^m + (\epsilon_0 + E_k)^m \} \frac{d^m}{dE_k^m} \tanh \frac{E_k}{2kT} \right. \\ & \quad \left. + \text{const} (kT)^{1/2} e^{-\epsilon_0/kT} \right], \quad T_c > T \gtrsim 0 \quad (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \propto \frac{S(S+1)}{3} \left(\frac{J}{N}\right)^3 \rho \left\{ \frac{2E_k}{\sqrt{E_k^2 - \epsilon_0^2}} \left(\log \frac{\sqrt{E_k^2 - \epsilon_0^2} + E_k}{\sqrt{E_k^2 - \epsilon_0^2} - E_k} \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \log \frac{4D^2 + \epsilon_0^2 - 2E_k^2 - 2E_k \sqrt{E_k^2 - \epsilon_0^2}}{4D^2 + \epsilon_0^2 - 2E_k^2 + 2E_k \sqrt{E_k^2 - \epsilon_0^2}} \right) \right\} \end{aligned}$$

研究会報告

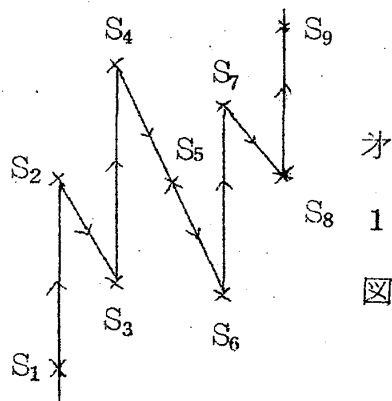
$$-4 \log \frac{2D}{\epsilon_0} \}, \quad T = 0 \quad (6)$$

となる。ここに ρ はフェルミ面での状態密度、 D はバンド巾である。これから T_c の近くでは $\log T$ dependence が残っているが、 $T \simeq 0$ では消えることが分る。(6)式は $T = 0$ での σ の値であるが、ここで $E_k \rightarrow \epsilon_0$ とすると別に発散は起らないが、最後の項の $\log 2D/\epsilon_0$ が大きい寄与を与える。これと(3)式のオ一項からくるオ一次ボルン項の $2(J/N)^2 \cdot S(S+1)/3$ と較べると

$$-\frac{2\rho J}{N} \log \frac{2D}{\epsilon_0} \simeq -\frac{2J}{V_{\text{pair}}} \quad (7)$$

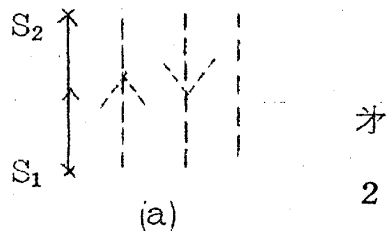
だけ大きくなっていることが解る。

今この試論を一般の摂動の次数に拡張すると左のオ一図のようになる。上向



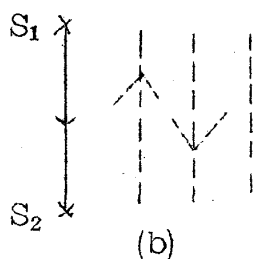
き矢印は準粒子であり、下向き矢印は準空孔である。この diagram は二つの部分オ二図(a)と(b)で表わされる部分からなっていることが解る。点線は他の励起を表わす。このオ二図の寄与を摂動で主要な部分だけ取り出すと

$$\frac{\rho J}{N} [S_1, S_2] \left(-\log \frac{2D}{\epsilon_0}\right) \quad (8)$$



の形にまとまるので、一般の次数の散乱の行列要素の和は

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{J}{N}\right) S_1 + \left(-\frac{J}{N}\right)^2 \rho [S_2, S_1] \left(-\log \frac{2D}{\epsilon_0}\right) \\ & + \left(-\frac{J}{N}\right)^3 \rho^2 [S_3, [S_2, S_1]] \left(-\log \frac{2D}{\epsilon_0}\right)^2 + \dots \quad (9) \end{aligned}$$



とまとまる。ここで $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$ を $S_+, S_-, 2S_z$ と取ると n 次の commutator は $2^n S$ とまとまる。 S は勝手な S の値で

ある。(9)をまとめて、2乗して、Sについて平均をとると

$$\sigma \propto \left(-\frac{J}{N}\right)^2 \frac{S(S+1)}{\left[1 + 2\left(-\frac{\rho J}{N}\right)\left(-\log \frac{2D}{\epsilon_0}\right)\right]^2} \quad (10)$$

とまとめる。今

$$-\frac{2\rho J}{N} \log \frac{2D}{\epsilon_0} \simeq -\frac{2J}{V_{\text{pair}}} = 1 \quad (11)$$

となると摂動は発散する。この摂動の発散は bound state の存在と結びついている可能性があるので、これをIIで調べる。IIの研究によると、その bound state のエネルギー E の分散式は J/N の最低次の

$$1 = -\frac{3J}{2N} \sum \frac{1}{E_k - E} \quad (12)$$

の形で与えられ、Jの高次まで入れると

$$1 = -\frac{2J}{2N} \sum \frac{1}{E_k - E} \quad (13)$$

の形が解として許され、ここで $E = 0$ とすると

$$1 = -2\rho J/N \log \frac{2D}{\epsilon_0} = -\frac{2J}{V_{\text{pair}}} \quad (14)$$

となつて (10) の摂動の発散する条件 (11) と同じものを与えることが解る。

II 束縛状態

正常金属の場合、 $J\rho/N$ についての摂動展開が発散するところで、束縛状態が生ずることが芳田等によつて示された。

ここでは、超伝導体中に束縛状態が生ずるかどうか、を芳田等と同様な方法によつて調べてみた。

波動函数を

$$\Psi = \sum_k \{ (\Gamma_{k0}^\alpha \alpha_{k0}^+ + \Gamma_{k1}^\alpha \alpha_{k1}^+) \alpha + (\Gamma_{k0}^\beta \alpha_{k0}^+ + \Gamma_{k1}^\beta \alpha_{k1}^+) \beta \} \Psi_v$$

研究会報告

$$+ \sum_{k_1 k_2 k_3} \{ \{ \Gamma_{k_1 0 k_2 0 k_3 0}^{\alpha} a_{k_1 0}^{+} a_{k_2 0}^{+} a_{k_3 0}^{+} + \Gamma_{k_1 0 k_2 0 k_3 1}^{\alpha} a_{k_1 0}^{+} a_{k_2 0}^{+} a_{k_3 1}^{+} + \dots \} \alpha \\ + \{ \Gamma_{k_1 0 k_2 0 k_3 0}^{\beta} a_{k_1 0}^{+} a_{k_2 0}^{+} a_{k_3 0}^{+} + \Gamma_{k_1 0 k_2 0 k_3 1}^{\beta} a_{k_1 0}^{+} a_{k_2 0}^{+} a_{k_3 1}^{+} + \dots \} \beta \} \Psi_V$$

(但し、 α, β は局在電子のスピン上向き、下向きの固有函数)

ととつて、エネルギーを $(\frac{J\rho}{N})^3$ 迄求めると、

$|J| \ll |V_{\text{pair}}|$ のとき、

$$E_S = 4 \left\{ 1 - \frac{9}{2} \pi^2 \left(\frac{J\rho}{N} \right)^2 \left(1 - \frac{J\rho}{N} \log \frac{2D}{4} \right) \right\}.$$

$$E_t = 4 \left\{ 1 - \frac{1}{2} \pi^2 \left(\frac{J\rho}{N} \right)^2 \left(1 - 5 \frac{J\rho}{N} \log \frac{2D}{4} \right) \right\}.$$

となる。3次の項は2次の項に比べて、 J/V_{pair} の程度に小さく、 J の正負にかかわらずエネルギーギャップの上端に準粒子の束縛状態が生ずる。この結果は更に高次まで求めても、変らないと予想される。

$|J| \gg |V_{\text{pair}}|$ のとき、

芳田等の結果と一致する。不純物原子のまわりの超伝導状態はこわれて、 $J < 0$ のときには、正常電子の束縛状態 (singlet state) が生じ、 $J < 0$ のときには束縛状態は生じない。

$|J| \ll |V_{\text{pair}}|$ のとき、超伝導体が多数の磁気的不純物を含むとき、 J の符号によらずに、ギャップが減少する。上に与えられた束縛状態は、不純物の数が増えて、束縛状態の重なりが大きくなるにともない、一種の不純物帯に移行しこのことにつながると思われる。