

クノイド波に関する研究(第7報)

—shoaling に関する実験—

岩 垣 雄 一・酒 井 哲 郎

STUDIES ON CNOIDAL WAVES (SEVENTH REPORT)

—Experiments on wave shoaling—

By Yuichi IWAGAKI and Tetsuo SAKAI

Synopsis

The fifth paper gave firstly the equations of total energy and energy transmission of hyperbolic waves of the second approximation and secondly theoretical curves on variations of wave height, wave crest height and wave velocity due to wave shoaling.

This paper presents the results of experiments on wave shoaling and comparisons with the theoretical curves based on hyperbolic wave and Stokes wave theories, which result in good agreement for wave height variation. In addition, an importance of comprehensive studies for not only wave height variation but also wave profile deformation in process of wave shoaling is pointed out.

1. ま え が き

第1報¹⁾および第2報²⁾では、1961年にせつ動法によって求めたクノイド波に関する Laitone の理論解³⁾を用い、通常の波の計算に利用されるように、波の周期と水深および波高を与えて、クノイド波の波形、波速および波長を求める図表を作成し、第3報⁴⁾では、水深・波長比の小さい波について実験を行ない、波形、波速、波長および波の谷から静水面までの高さを測定して、Skjelbreia⁵⁾が求めた Stokes 波の第3次近似解のものや、上述の図表によって求められる Laitone のクノイド波ならびに Airy の微小振幅波のものと、どの程度の適合性があるかを検討した⁶⁾。第4報⁷⁾では、クノイド波の理論における第1種完全だ円積分 K の値が3以上の場合に、クノイド波の理論式が初等関数のみによって表示されることを示し、それを hyperbolic 波と名づけた。そして、この波の各種の水理特性に関する式を導くとともに、この波の適用限界を示した。さらに第5報⁸⁾では、hyperbolic 波の理論式を用いて、波のエネルギーおよびエネルギーの伝達に関する第2近似式を示し、これを用いて、沖波波形勾配および水深・波長比がともに小さい範囲での、水深変化にともなう波高、静水面からの波の峯高および波長・波速の変化の理論曲線を求め、波高に関しては従来の実験結果とも比較し、水深減少にともなう波高増加の割合が微小振幅波理論によるものより急激であるという実験事実を確かめた⁹⁾。また第6報¹⁰⁾では、Stokes 波として Skjelbreia⁵⁾の第3次近似解をとり上げ、波速と静水面上の波の峯高に関して詳細な実験を行ない、クノイド波の第2近似解、Stokes 波の第3次近似解および微小振幅波の値と比較して、クノイド波の適用限界を検討した。

この論文は、第7報として、第5報⁸⁾で指摘したように、従来の実験が十分でないため、あらためて一様勾配の斜面上の波の特性変化についての実験を行ない、hyperbolic 波の理論式の第2近似解および Skjelbreia⁵⁾の Stokes 波の第3次近似解にもとづく波高変化や静水面からの波の峯高および波速の変化の理論

曲線¹⁴⁾との比較を試みたものである。その結果、波高変化に関しては、沖波波形勾配の小さい波が水深の浅いところへ進入すると急激に波高が増加し、その割合は微小振幅波理論によるものよりもはるかに大きいことを理論的に示したが、この事実を実験によって裏付けすることができ、また両者は定量的にもよく一致することを見出した。一方、静水面からの波の峯高および波速の変化については、実験値は理論曲線とあまりよく一致しないことがわかったが、その一因として、水深の減少にともない波形が非対称になることが考えられるので、波高の増大とともに波形が変形する状況を実験資料にもとづいて考察した。

2. 実験装置および方法

(1) 実験装置

実験は、宇治川水理実験所の波浪実験水槽を用いて行なった。この水槽は、長さ 63 m、幅 50 cm、高さ 65 cm の鋼製水槽で、Fig. 1 に示すように、その一端にピストン型波起し機が取り付けられており、水槽のほぼ中央に、8 m にわたって鋼製斜面を設置した。勾配は 1/20 であって、斜面の最上端が水槽の底面から約 40 cm の高さになるようにした。波起し機の背後と水槽の他端には、ブロックと金網からなる消波装置を設置した。

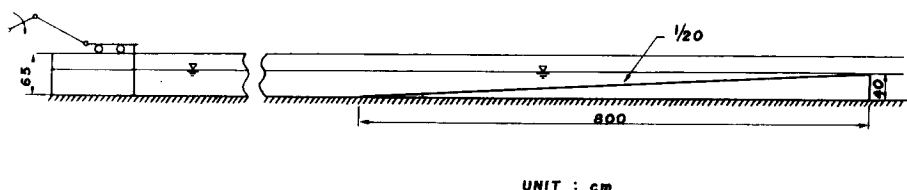


Fig. 1 Experimental apparatus.

(2) 実験方法

実験は、すべて一様水深部の水深を 40.5 cm と一定にし、波の周期および一様水深部での波高を変えて行なった。したがって、静水面は、ほぼ斜面の最上端の高さと一致するので、斜面上で砕けた波は、大

Table 1 Characteristics of waves used in experiment

Run No.	Wave Period T (sec)	Wave Height at Uniform Depth H_1 (cm)
1	2.0	1.61
2	2.0	3.64
3	2.0	5.89
4	2.0	8.40
5	1.5	8.19
6	1.5	11.59
7	1.2	6.90
8	1.0	8.15
9	2.0	1.54
10	2.0	3.14
11	2.0	5.83
12	2.0	8.20
13	1.5	8.35
14	1.5	11.44

部分斜面最上端を越えて、斜面後部の一様水深部に流入し、消波装置によって消波されることになる。このような方法で、斜面上での波の反射の影響をできるだけ小さくし、理論曲線の基礎となっている反射がないという仮定に近い状況をつくるようにした。実験を行なった波の条件は、Table 1 に示すようである。

波高計は、ステンレス線による電気抵抗線式波高計を用い、一様水深部と斜面上の砕波点に各 1 台、斜面上の砕波点より深い部分に 4 台を適当に配置した。なお波速の変化の実験においては、波起し機側から 2 つ目の波高計は、斜面ののり先の位置に設置した。ただし水深が 10 cm より浅い部分では、上述の可動式波高計を用いずに、Fig. 2 に示すような方法で波高計を取り付けた。すなわち、2 本のステンレス線を、合成樹脂のネジの径

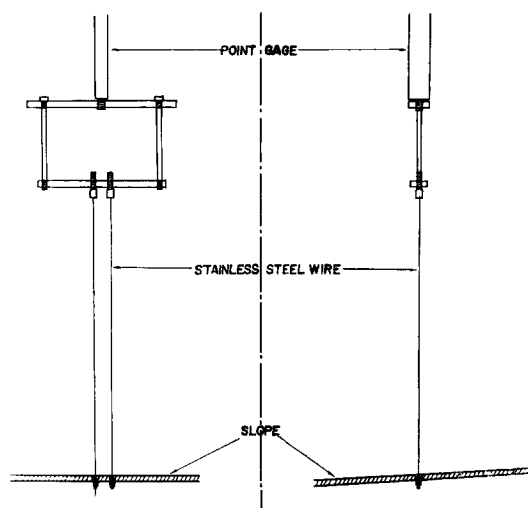


Fig. 2 Wave gauge in very shallow water.

約 0.5 mm の穴に通し、それを斜面上にあけたネジ穴にはめ、ステンレス線の他端をポイントゲージに取り付け、ポイントゲージの高さを調節して、2本のステンレス線を固定し、それを波高計として用いた。

a) 波高の変化 波高の変化の実験では、6台の波高計の記録を同時にペン書きオシログラフの記録紙上に記録させたが、波形が安定したのちの記録の中で、斜面上での反射波が波起し機の往復板によってふたたび反射して帰ってくるまでの数波をとった。各波の沖波波形勾配 H_0/L_0 は、つぎのようにして求めた。つまり、波の周期 T から、近似的に沖波波長 L_0 を $gT^2/2\pi$ で与える。つぎに、一様水深部水深 h をこの沖波波長 L_0 で割って得られる h/L_0 の値と最初に仮定する H_0/L_0 とにより、Méhauté-Webb¹²⁾ が求めた波高変化の理論曲線から波高比 H/H_0 が決まるから、結局沖波波高 H_0 が決まる。一般に、この H_0 を L_0 で割って得られる沖波波形勾配 H_0/L_0 は、最初仮定した H_0/L_0 の値と異なるから、この操作を繰り返して、正しい沖波波形勾配 H_0/L_0 が求められる。つぎに残りの5台の波高計の記録から波高 H を求め、 H_0 で割って波高比 H/H_0 を得る。一方、6台の波高計の設置された位置での水深 h を L_0 で割って、水深・沖波波長比 h/L_0 が求められているから、 H_0/L_0 をパラメーターとして、6個の h/L_0 の値に対する H/H_0 の値が得られる。この操作を数波について行ない、その平均をとった。

b) 静水面からの波の峯高の変化 静水面からの波の峯高 η_0 は、あらかじめ記録紙上に静水面の位置を記録させておき、それを基準として求め、これを a) で述べた方法によって得られた波高 H で割って、静水面からの波の峯高の無次元表示 η_0/H を求めた。その他の実験方法は、a) の波高の変化の実験方法と同じである。

c) 波速の変化 沖波波形勾配の求め方は、a) の波高の変化の実験の場合と同様である。6台の波高計での波形を、波高計の位置と同じ順に記録させ、各波が静水面に相当する直線と交さる点を求める。1つの波に対応して、この交さる点が6つ求まるから、隣り合う点の間の時間軸方向の距離を求め、記録紙の送り速度と隣り合う2台の波高計間の距離とから、2台の波高計の間の平均の波速が求まる。このような波速は、1つの波に対して、それぞれ6台の波高計で区切られる5つの区間に対して得られる。こうして得られた波速は、それぞれの区間の2等分点での波速であるとみなせば、5つの点での水深・沖波波長比 h/L_0 に対する波速比 C/C_0 が求まる。ただし、沖波波速 C_0 は、近似的に $gT/2\pi$ で与えることにした。この操作を数波について行ない、その平均をとった。

Table 2 Experimental data of wave height and wave crest height

Run No.	L_0 (cm)	H_0 (cm)	H_0/L_0	Gauge No.	h (cm)	H (cm)	h/L_0	H/H_0	η_0 (cm)	η_0/H
1	624	1.64	0.0026	1	4.3	3.87	0.0068	2.36	2.91	0.751
				2	6.6	2.84	0.0106	1.73	1.93	0.679
				3	9.1	2.37	0.0146	1.445	1.41	0.596
				4	14.8	1.97	0.0237	1.20	1.12	0.571
				5	24.7	1.82	0.0396	1.11	0.92	0.506
				6	40.5	1.61	0.0650	0.98	0.84	0.520
2	624	3.72	0.0060	1	6.8	7.25	0.0109	1.95	5.66	0.780
				2	10.2	5.84	0.0164	1.57	4.25	0.728
				3	13.9	4.76	0.0223	1.28	3.17	0.667
				4	20.2	4.35	0.0324	1.17	2.65	0.609
				5	27.7	3.76	0.0445	1.01	1.95	0.519
				6	40.5	3.64	0.0650	0.98	1.98	0.543
3	624	5.98	0.0096	1	10.4	10.16	0.0167	1.70	8.05	0.792
				2	13.6	8.82	0.0218	1.475	6.48	0.735
				3	17.8	7.47	0.0285	1.25	5.00	0.670
				4	23.6	6.52	0.0378	1.09	3.96	0.607
				5	30.7	6.16	0.0493	1.03	3.51	0.569
				6	40.5	5.89	0.0650	0.985	3.27	0.556
4	624	8.49	0.0136	1	14.5	14.51	0.0233	1.71	10.80	0.744
				2	17.8	11.41	0.0286	1.345	8.27	0.725
				3	21.7	9.93	0.0348	1.17	6.64	0.669
				4	27.2	8.83	0.0436	1.04	5.26	0.596
				5	32.7	8.57	0.0525	1.01	4.74	0.553
				6	40.5	8.40	0.0650	0.99	—	—
5	351	8.81	0.0251	1	13.1	11.63	0.0374	1.32	8.50	0.731
				2	16.5	10.09	0.0470	1.145	6.86	0.680
				3	20.6	8.99	0.0587	1.02	5.54	0.616
				4	25.9	8.72	0.0738	0.99	5.14	0.589
				5	32.0	8.50	0.0913	0.965	4.68	0.551
				6	40.5	8.19	0.116	0.93	4.37	0.533
6	351	12.46	0.0355	1	17.1	14.20	0.0487	1.14	10.48	0.738
				2	20.2	13.08	0.0576	1.05	9.17	0.701
				3	24.0	12.46	0.0685	1.00	8.02	0.644
				4	28.7	11.90	0.0819	0.955	7.20	0.605
				5	34.1	11.65	0.0972	0.935	7.01	0.602
				6	40.5	11.59	0.116	0.93	6.33	0.546
7	224	7.50	0.0335	1	11.0	8.63	0.0492	1.15	6.53	0.757
				2	14.2	7.73	0.0634	1.03	5.36	0.693
				3	18.0	7.17	0.0805	0.955	4.61	0.643
				4	23.6	6.98	0.105	0.93	3.86	0.553
				5	30.7	6.90	0.137	0.92	3.84	0.557
				6	40.5	6.90	0.180	0.92	3.74	0.542
8	156	8.58	0.0550	1	10.9	8.84	0.0700	1.03	6.33	0.716
				2	14.0	8.67	0.0900	1.01	5.63	0.649
				3	19.0	8.15	0.122	0.95	5.18	0.635
				4	24.0	7.81	0.154	0.91	4.48	0.574
				5	31.3	7.89	0.201	0.92	4.06	0.514
				6	40.5	8.15	0.260	0.95	4.08	0.501

Table 3 Experimental data of wave velocity

Run No.	L_0 (cm)	H_0 (cm)	C_0 (cm/sec)	H_0/L_0	h (cm)	C (cm/sec)	h/L_0	C/C_0
9	624	1.58	312	0.0025	8.1	88	0.0129	0.282
					17.5	130	0.0280	0.418
					26.6	157	0.0427	0.502
					35.8	184	0.0578	0.589
					40.5	191	0.0650	0.612
10	624	3.21	312	0.0051	11.5	103	0.0184	0.330
					20.0	144	0.0320	0.462
					28.0	162	0.0450	0.519
					36.3	182	0.0581	0.582
					40.5	191	0.0650	0.613
11	624	5.93	312	0.0095	15.0	145	0.0241	0.464
					21.5	151	0.0345	0.483
					29.0	168	0.0465	0.539
					36.6	175	0.0588	0.560
					40.5	181	0.0650	0.580
12	624	8.36	312	0.0134	18.2	150	0.0291	0.482
					24.6	157	0.0395	0.503
					30.8	167	0.0495	0.535
					37.2	178	0.0598	0.570
					40.5	188	0.0650	0.603
13	351	8.99	234	0.0256	15.5	133	0.0440	0.569
					21.7	152	0.0617	0.649
					29.1	165	0.0830	0.704
					36.6	176	0.104	0.754
					40.5	179	0.116	0.766
14	351	12.30	234	0.0351	19.9	150	0.0566	0.641
					25.8	161	0.0735	0.687
					31.6	170	0.0899	0.727
					37.4	174	0.106	0.744
					40.5	179	0.116	0.763

3. 実験結果および理論曲線との比較

(1) 実験結果

Table 2 は, Table 1 の Run No.1~8 の実験結果を, また, Table 3 は, Run No.9~14 の実験結果を示したもので, それぞれ波高および静水面からの波の峯高と, 波速の変化に関するものである。

(2) 理論曲線との比較

a) 波高の変化 正誤表に示したように, 第5報⁹⁾の, hyperbolic 波の圧力 p の表示に誤りがあり, そのため, 単位時間に単位幅を通過して輸送される平均の波のエネルギー $\bar{W}$ と波高変化の理論式を若干修正する必要があるが, 計算をやり直し, あらためて水深変化にともなう波高変化の理論曲線をもとめた¹¹⁾。

また, 碎波限界付近では, H/h が 0.55 以上の場合が多いので, 第5報⁹⁾では第1種完全だ円積分 K と

水深、波の周期および波高との関係を表わす式として、

$$\frac{K}{T\sqrt{g/h}} = \frac{\sqrt{3}}{4} \left(\frac{H}{h}\right)^{1/2} \left\{1 - 0.540 \left(\frac{H}{h}\right)^{3/2}\right\} \dots\dots\dots (1)$$

を用い、 $H/h > 0.55$ の場合の波高変化の計算を行なった。しかし、ここでは、もっと正確に K の値を算出するため、つぎのような方法をとった。すなわち、いま座標系を Fig. 3 のようにとると、Laitone のクノイド波の第2近似解¹⁾から、

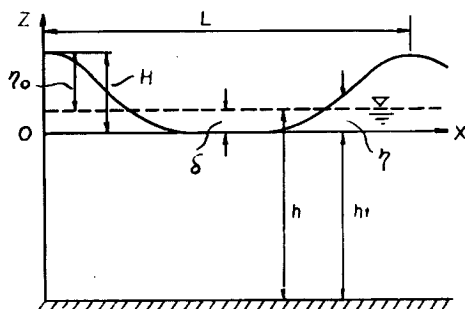


Fig. 3 Coordinate system.

$$\begin{aligned} \frac{C}{\sqrt{gh_t}} = 1 + \frac{H}{h_t} \frac{1}{k^2} \left(\frac{1}{2} - \frac{E}{K} \right) \\ + \left(\frac{H}{h_t} \right)^2 \frac{1}{k^4} \left\{ \frac{E}{K} \left(\frac{E}{K} + \frac{3k^2}{4} - 1 \right) - \left(\frac{k^4 + 14k^2 - 9}{40} \right) \right\} \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\delta}{h_t} = \frac{H}{h_t} \frac{1}{k^2} \left(\frac{E}{K} + k^2 - 1 \right) \\ + \left(\frac{H}{h_t} \right)^2 \frac{1}{12k^4} \left\{ 8 - 11k^2 + 3k^4 - (8 - 7k^2) \frac{E}{K} \right\} \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

$$\frac{H}{L} = \frac{\sqrt{3} (H/h_t)^{3/2}}{4kK} \left\{ 1 - \left(\frac{7k^2 - 2}{8k^2} \right) \frac{H}{h_t} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

また、明らかに、

$$T\sqrt{\frac{g}{h}} = \frac{H}{h} \left(\frac{H}{L} \right)^{-1} \left(\frac{C}{\sqrt{gh}} \right)^{-1} \dots\dots\dots (5)$$

および

$$\frac{C}{\sqrt{gh}} = \frac{C}{\sqrt{gh_t}} \left(\frac{h_t}{h} \right)^{1/2} \dots\dots\dots (6)$$

が成立する。(3)式を用いると、

$$\begin{aligned} \frac{h_t}{h} = \left[1 + \frac{H}{h_t} \frac{1}{k^2} \left(\frac{E}{K} + k^2 - 1 \right) \right. \\ \left. + \left(\frac{H}{h_t} \right)^2 \frac{1}{12k^4} \left\{ 8 - 11k^2 + 3k^4 - (8 - 7k^2) \frac{E}{K} \right\} \right]^{-1} \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

および

$$\begin{aligned} \frac{H}{h_t} = \frac{H}{h} \left[1 + \frac{H}{h_t} \frac{1}{k^2} \left(\frac{E}{K} + k^2 - 1 \right) + \left(\frac{H}{h_t} \right)^2 \frac{1}{k^4} \left(\frac{E}{K} + k^2 - 1 \right)^2 \right. \\ \left. + \left(\frac{H}{h_t} \right)^2 \frac{1}{12k^4} \left\{ 8 - 11k^2 + 3k^4 - (8 - 7k^2) \frac{E}{K} \right\} \right] \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

が得られる。ここに、 E は第2種完全だ円積分、 k はだ円関数の母数である。以上の(2)から(8)まで

の各式を用いて、あらためて $2.60 \leq K \leq 20.00$ および $1/2 = 0.500 \leq H/h \leq 0.909 = 1/1.1$ の範囲の、 K および H/h を与えて $T\sqrt{g/h}$ を求め、 H/h をパラメーターとする $T\sqrt{g/h}$ と K の関係をあらかじめ電子計算機に記憶させ、波高変化の理論式のくり返し計算の際の各ステップにおいて、与えられた $T\sqrt{g/h}$ および H/h に対応する K の値を、補間法によって決定した。

このようにして求められた波高変化の計算結果を Fig. 4 に示す。新しく計算しなおした理論曲線は、第5報⁸⁾のそれとくらべ、 h/L_0 の大きい領域では、ややその勾配が緩やかになっているが、全体の傾向は、ほとんど変わっていない。

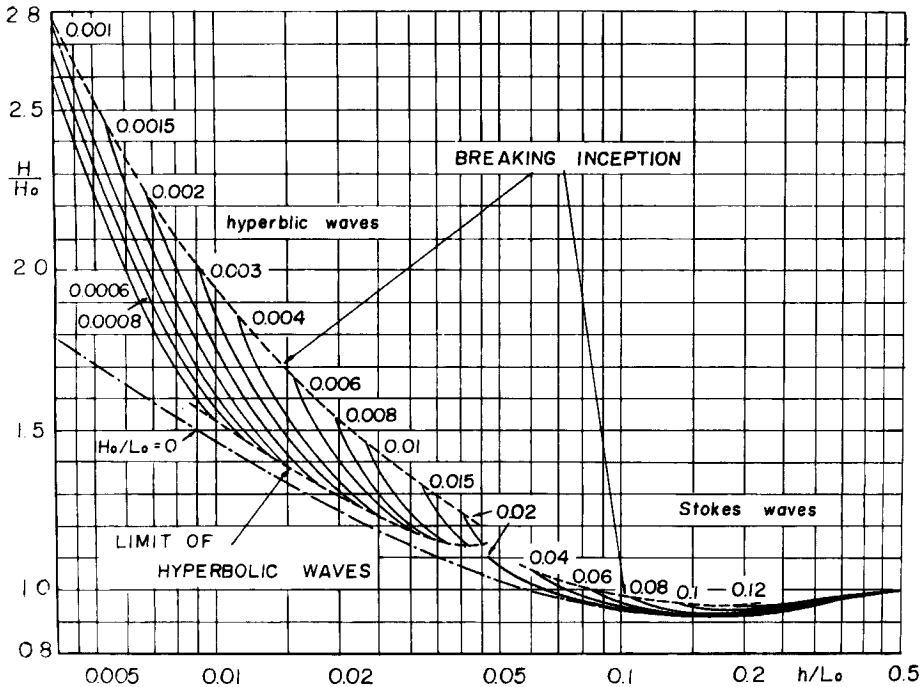


Fig. 4 Wave height change in shoaling water based on hyperbolic wave and Stokes wave theories.

Méhauté-Webb¹²⁾ は、すでに Skjelbreia⁵⁾ の Stokes 波理論の第3次近似解による $\bar{W}$ を用いて、水深変化にともなう波高変化の理論曲線を求めている。この理論曲線はパラメーターおよび横軸にそれぞれ H_0/T^2 および h/T^2 を採用しているので、第5報⁸⁾では、微小振幅波理論から $L_0 = gT^2/2\pi$ の関係を用いて、それぞれ近似に H_0/L_0 および h/L_0 の値に換算しなおした。Skjelbreia⁵⁾ の Stokes 波理論の第3次近似解を用いると、 $2\pi H_0/gT^2$ および H_0/L_0 と $2\pi h/gT^2$ および h/L_0 との関係が、それぞれ、

$$\left. \begin{aligned} \frac{H_0}{L_0} &= \frac{2\pi H_0}{gT^2} \left\{ 1 - \pi^2 \left(\frac{H_0}{L_0} \right)^2 \right\} \\ \frac{h}{L_0} &= \frac{2\pi h}{gT^2} \left\{ 1 - \pi^2 \left(\frac{H_0}{L_0} \right)^2 \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

によって与えられ、 $2\pi H_0/gT^2$ の値を与えると、 H_0/L_0 の値は (9) 式の第1式の2次方程式を解くことによって求まり、 h/L_0 の値はこの H_0/L_0 の値と $2\pi h/gT^2$ の値を第2式に代入すれば求まる。また Koh-Méhauté¹³⁾ は、Méhauté-Webb¹²⁾ の波高変化の計算結果を、 $2\pi H_0/gT^2$ の値に対する $2\pi h/gT^2$ と H/H_0 の関係として表に与えているので、この表から (9) 式を用いて H_0/L_0 に対する h/L_0 と H/H_0 の

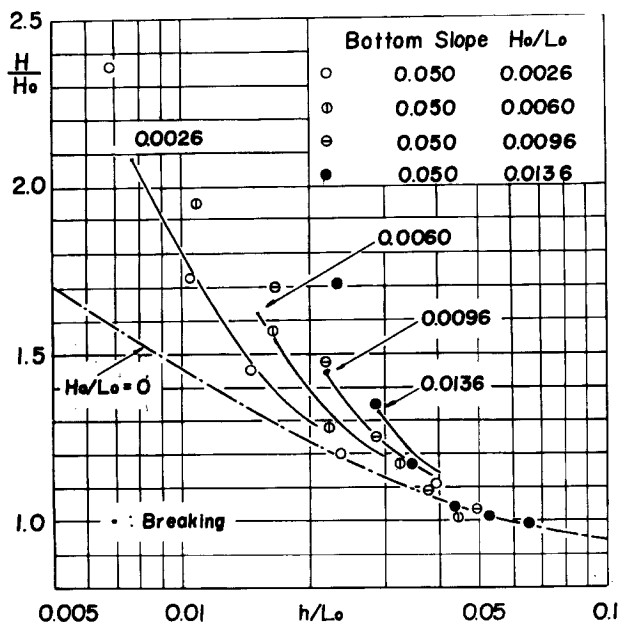


Fig. 5 Comparison between experimental data of wave height change in shoaling water and theoretical curves based on hyperbolic wave theory.

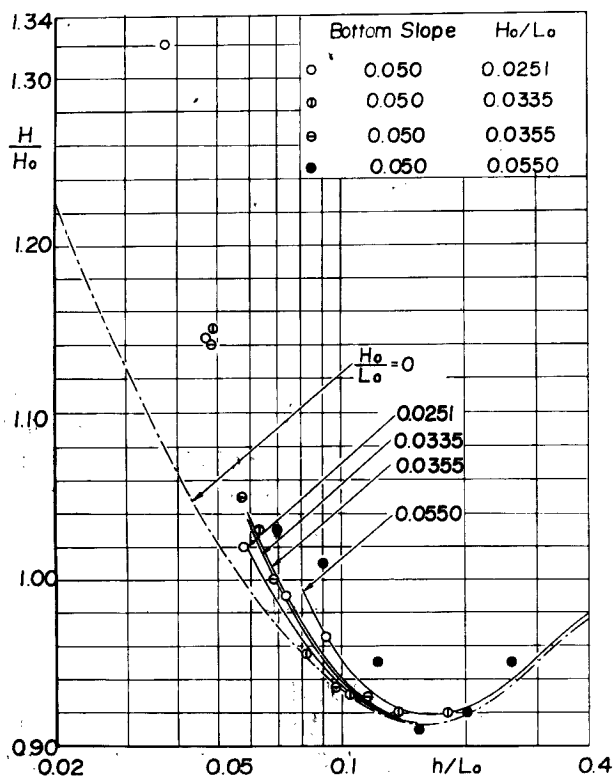


Fig. 6 Comparison between experimental data of wave height change in shoaling water and theoretical curves based on Stokes wave theory.

関係として波高変化の理論曲線を求めることができる¹¹⁾。その結果も同時に Fig. 4 に示してある。

Table 2 に示した波高変化の実験結果のうち、沖波波形勾配の小さい Run No. 1~4 の場合を、hyperbolic 波と微小振幅波の理論曲線とともに示したのが Fig. 5 であり、他の沖波波形勾配の大きな Run No. 5~8 の場合を、Stokes 波と微小振幅波の理論曲線とともに示したのが、Fig. 6 である。

b) 静水面からの波の峯高の変化 Skjelbreia⁵⁾ の Stokes 波理論の波形 η の第3次近似解は次式で与えられる。

$$\frac{\eta}{L} = A_1 \cos \theta + A_2 \cos 2\theta + A_3 \cos 3\theta, \quad \theta = \frac{2\pi}{L}(x - Ct) \quad \dots\dots\dots(10)$$

ただし、上式の η は、Fig. 3 の η から δ を引いたものに相当し、 A_1 , A_2 および A_3 は h/L と H/h の関数として Skjelbreia⁵⁾ によって表が与えられている。(10) 式において $\theta=0$ とおけば、静水面からの波の峯高 η_0 がつぎのように求まる。

$$\frac{\eta_0}{H} = \left(\frac{H}{L}\right)^{-1} (A_1 + A_2 + A_3) \quad \dots\dots\dots(11)$$

Koh-Méhauté¹³⁾ の波高変化の表と (9) 式および Skjelbreia⁵⁾ の表とを用いて (11) 式を計算すれば、Stokes 波理論にもとづく水深変化にともなう静水面からの波の峯高 η_0 の変化が、 H_0/L_0 をパラメーターとし η_0/H と h/L_0 の関係として計算することができる¹¹⁾。

hyperbolic 波の理論式にもとづく、水深変化にともなう静水面からの波の峯高 η_0 の変化の理論曲線はずでに第5報⁸⁾ で示したが、a) で述べた新しい波高変化の理論曲線を用いて求めた理論曲線¹¹⁾は Fig. 7 のようである。なお、これには Stokes 波の理論曲線もともに示してある。また、Table 2 の静水面からの波の峯高の変化の実験結果を理論曲線とともに図示したのが、Fig. 8 である。

c) 波速の変化 Skjelbreia⁵⁾ の Stokes 波理論の第3次近似解における波速 C は、次式のようにあらわされる。

$$\frac{2\pi}{g} \frac{C}{T} = \tanh 2\pi \frac{h}{L} \left\{ 1 + (2\pi A_1)^2 \frac{\cosh 8\pi h/L + 8}{8(\sinh 2\pi h/L)^4} \right\} \quad \dots\dots\dots(12)$$

上式において $h \rightarrow \infty$ とすれば、沖波波速 C_0 が次式のように求まる。

$$\frac{2\pi}{g} \frac{C_0}{T} = 1 + (2\pi A_{10})^2 \quad \dots\dots\dots(13)$$

したがって、(12) 式および (13) 式より、波速および波長の変化が、次式のようにあらわされる。

$$\frac{C}{C_0} = \frac{L}{L_0} = \tanh 2\pi \frac{h}{L} \left\{ 1 + (2\pi A_1)^2 \frac{\cosh 8\pi h/L + 8}{8(\sinh 2\pi h/L)^4} \right\} \{1 + (2\pi A_{10})^2\}^{-1} \quad \dots\dots\dots(14)$$

Koh-Méhauté¹³⁾ の表と Skjelbreia⁵⁾ の表を用いれば A_1 が求まるから、Stokes 波理論にもとづく波速比 C/C_0 および波長比 L/L_0 が、 H_0/L_0 をパラメーターとし h/L_0 の関数として与えることができる¹¹⁾。

Table 3 に示した波速の変化の実験結果を、hyperbolic 波⁸⁾、Stokes 波および微小振幅波の理論曲線とともに図示したのが、Fig. 9 である。

(3) 考 察

a) 波高の変化 波高の測定誤差は4%程度と推定されるが、Fig. 5 を見てわかるように、hyperbolic 波の波高変化の理論曲線は実験結果とよく一致しており、波高が水深の減少にともなう微小振幅波理論によるものよりもはるかに大きくなることがわかる。ただし各実験結果の点描された点のうち最小の水深の点は、視察によって求めた砕波点であり、Fig. 5 からわかるように、Laitone³⁾ の最高波の式から求めた砕波限界よりも浅く、砕波高は大きい。理論的に求められた砕波限界には勾配の影響が導入されていないので、斜面上の砕波についてはさらによく検討する必要がある。一方、Fig. 6 からわかるように、Stokes 波理論にもとづく波高と微小振幅波理論にもとづく波高との差異は実験誤差と同じ程度であり、理論曲線の妥当性を検討するには実験の精度を高める必要があるが、波高の増大の割合が微小振幅波理論にもとづくもの

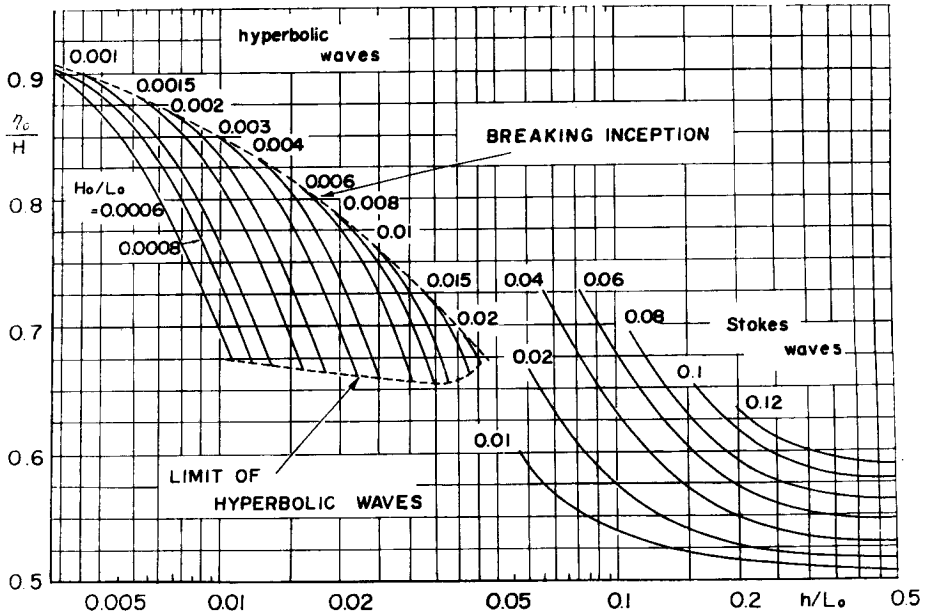


Fig. 7 Change of wave crest height above still water level in shoaling water based on hyperbolic wave and Stokes wave theories.

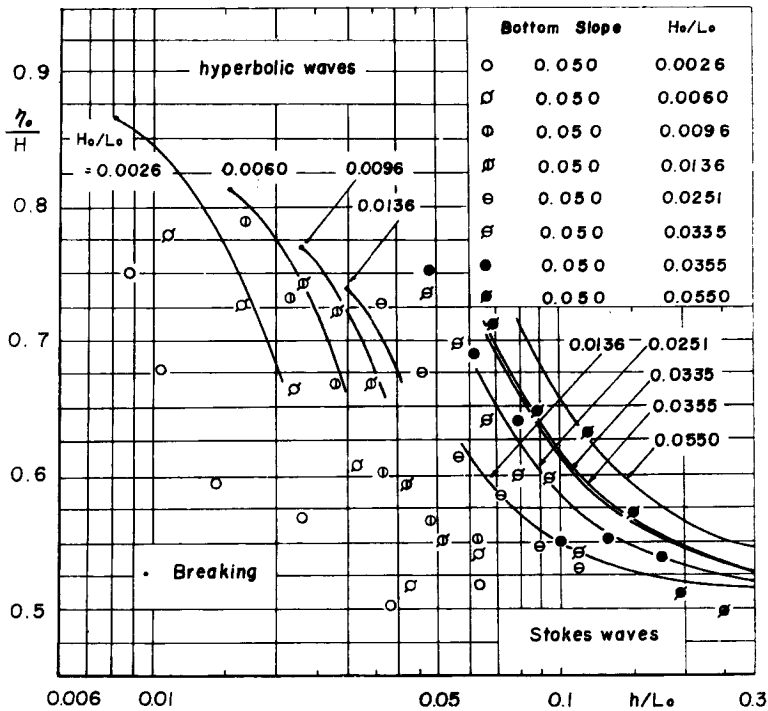


Fig. 8 Comparison between experimental data of wave crest height change above still water level in shoaling water and theoretical curves.

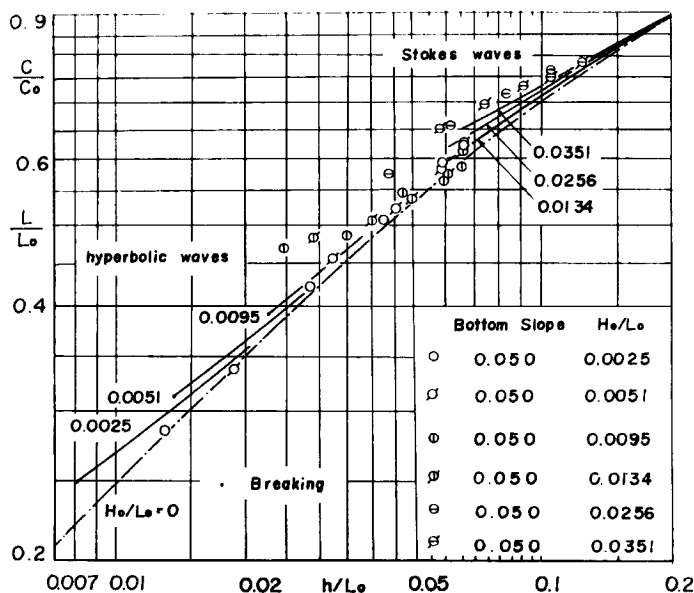


Fig. 9 Comparison between experimental data of wave velocity change in shoaling water and theoretical curves.

よりもやや大きいという傾向は実験結果と一致している。

b) 静水面からの波の峯高の変化 静水面からの波の峯高の変化の実験値 (Fig. 8) は、水深の減少にともなって増大し、その傾向は2つの理論曲線群とはほぼ一致しているものの、値自体は理論値よりもかなり小さい。そして理論値との差異は沖波波形勾配が小さいほど著しいようである。その原因の1つとして、斜面上で波が変形して非対称の波形になっているためと考えられるが、今後さらに検討する必要がある。

c) 波速の変化 波速の測定誤差は約1.5%と推定される。Fig. 9を見てわかるように、実験値は理論通りに水深の減少とともに減少し、その傾向は一致するが、微小振幅波理論によるほど小さくはならない。また沖波波形勾配の影響は、hyperbolic 波の理論式および Stokes 波理論にもとづく理論曲線と同じ傾向を示しているといえるが、実験値は理論曲線とあまりよく一致していない。これは実験値がある区間の平均値であることや波の変形などの影響が考えられるので、理論の取扱いや実験方法についてさらに検討が必要であろう。

d) 波形の非対称性 b) で述べたように、静水面からの波の峯高の変化の実験値が、理論曲線よりも小さい値を示す原因の1つとして、斜面上で波が非対称になっていることが考えられる。この非対称性は、たまたま、波高の変化にはあまり影響がなく、いいかえれば、波のエネルギーは、一様水深上の対称な波の理論である hyperbolic 波の理論式を用いて求めたものでよく表わされるが、一般には、斜面上での碎波現象をも含めて、水深変化にともなう波の特性を考える場合には、波の非対称性を考慮する必要がある。

一般に、実験で得られる波形（この場合、水位の時間的変化を代用する）は、Fig. 10 のように、斜面上では非対称になっており、波の前面は、後面よりその勾配が急で、波の峯の位置は、前の波の谷が通過した

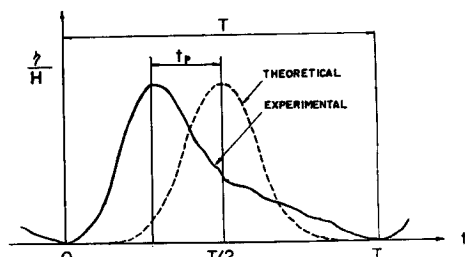
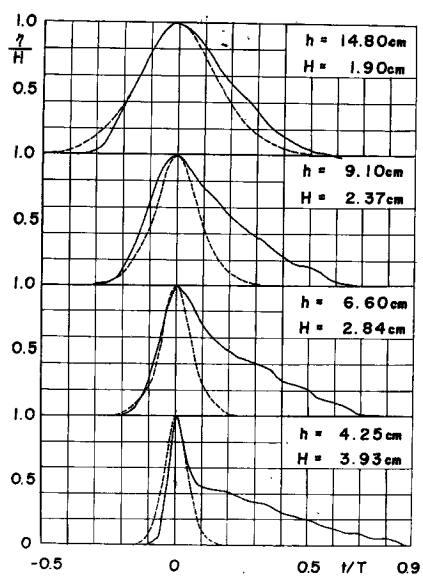
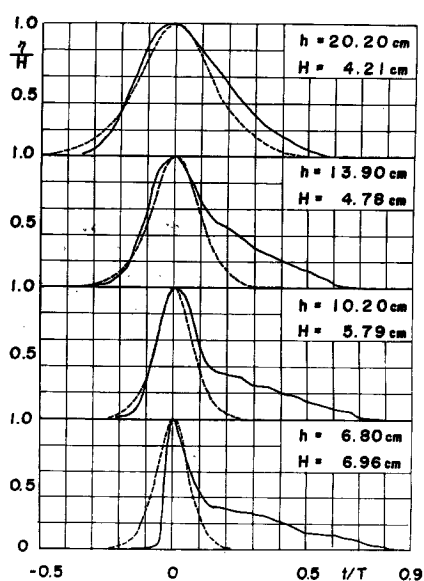


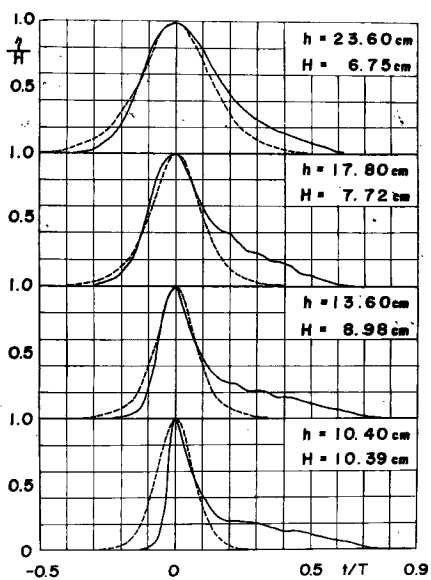
Fig. 10 Definition sketch of wave profile asymmetry.



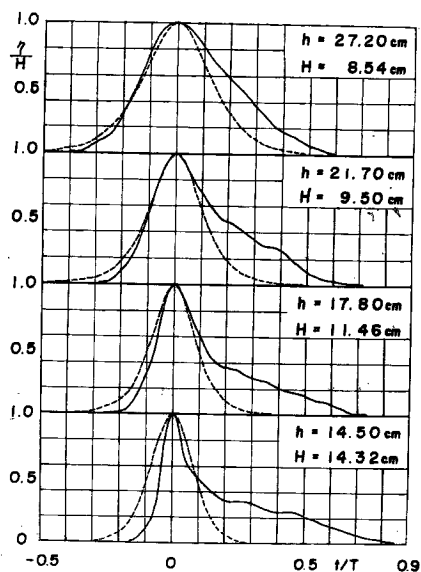
(a)



(b)



(c)



(d)

Fig. 11 (a)~(d) Comparison of wave profile in shoaling water between experiment and theory of hyperbolic waves.

あと、波の周期の $1/2$ より早く現われる。この図には、また同じ条件での、一様水深における hyperbolic 波の波形の理論曲線⁷⁾が破線で示してあるが、当然、この場合波は対称であるから理論波形の峯は、ちょうど時間軸の半周期のところに位置する。いま、便宜上、図に示したように、実験波の峯から理論波形の峯までの時間を t_p によってあらわすことにする。

つぎに、Run No.1~4 の、それぞれ1波をとりあげ、Fig. 10 に示される実験波形の峯を、破線で示される理論波形の峯、つまり時間軸の $T/2$ のところまで移動させ、2つの峯を一致させて波形を重ねた図を、沖側から3番目の波高計の位置でのものから、6番目の砕波点でのものまで、上から順にならべたものが、Fig. 11 (a)~(d) である。(a)から (d) の各図が、それぞれ Run No.1 から No.4 に対応する。Fig. 11 を見てわかるように、4つの実験ケースとも、波形はすでに非対称になっており、水深が減少して砕波点に近づくほど、その程度をましている。ただし、波の前面の波形は、理論波形とよく似ていることは注目すべきである。しかし、砕波水深に近くなると、前面の勾配は理論波形のそれよりも急になり、ついに砕けることになる。それと同時に後面には、こしかけ状の部分が現われていることも興味深い。

最後に、波の非対称性を表現する量として、Fig. 10 における t_p をとりあげ、Table 1 の Run No.1~6 および No.8 の場合の、各1波について、 t_p/T が h/L_0 とともに、どのように変化するかを示したのが、Fig. 12 である。この図を見てわかるように、一般に、水深の減少とともに、 t_p は増加し、沖波波形勾配が小さいほどその傾向は著しい。また、 $H_0/L_0=0.0096$ の場合を除けば、いずれの場合も、波は一様水深部では波形は対称であるが、斜面上に進入すると非対称になることがわかる。とくに最も波形勾配の大きい $H_0/L_0=0.0550$ の場合は、波が斜面上に進入したのちも、しばらくは波形が対称性を保つことがわかる。

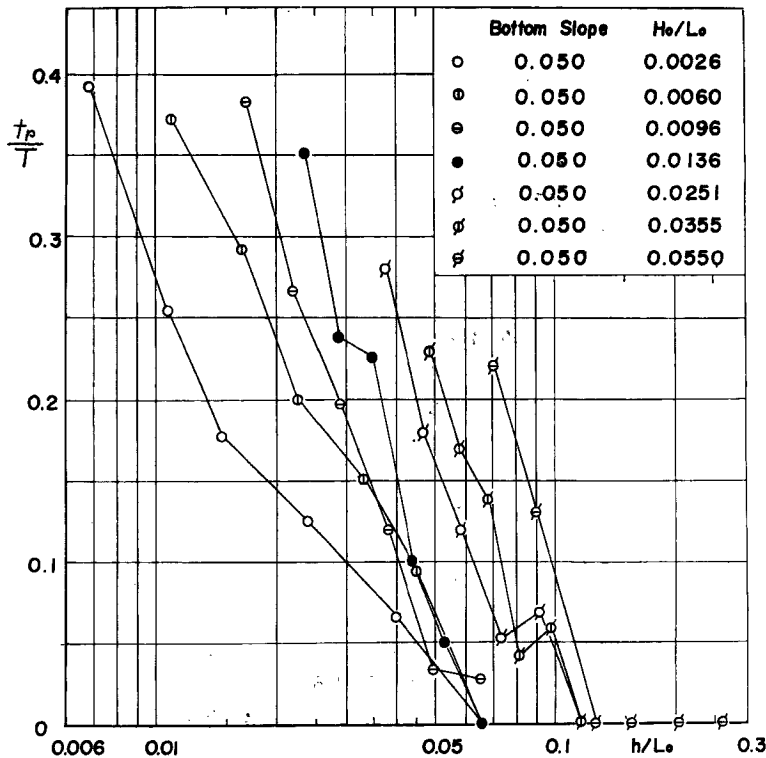


Fig. 12. Change of wave profile asymmetry in shoaling water.

4. 結 語

以上、この論文では、shoaling に関する実験として、 $1/20$ の勾配の鋼製斜面上に進入する波の特性の変化の実験を行なって、hyperbolic 波の理論式と Stokes 波理論を用いて求めた水深変化にともなう波高、静水面からの波の峯高、および波速・波長の変化の理論曲線と比較検討した。その結果つぎのような結論が得られた。

(1) 波高変化の実験結果は hyperbolic 波の理論式にもとづく理論曲線とよく一致し、波高が水深の減少にともなう、微小振幅波理論によるものよりもはるかに大きくなることが確認された。ただし、斜面上の砕波限界についてはさらに検討する必要がある。また、波形勾配の大きい波についての波高変化の実験結果は、Stokes 波理論にもとづく理論曲線とはほぼ一致する。

(2) 静水面からの波の峯高の変化に関する実験結果は、hyperbolic 波および Stokes 波の理論曲線群と同じ傾向を示すが、実験値は理論値よりもかなり小さく、その一因として、波が変形して非対称になっているためとも考えられる。また、波速の変化の実験結果は、2つの理論曲線群とはほぼ同じ傾向を示す。

(3) 斜面上に進入した波の波形は、一般に非対称になっており、水深が減少するにつれて、その傾向を増す。実験波の峯は、前の波の谷が通過したあと半周期より短い時間内に現われ、前面の勾配は、同じ条件の hyperbolic 波の理論式の対称波形のそれとはほぼ一致するが、後面はきわめて緩やかな勾配をもち、砕波水深に近くなると、こしかけ状の部分が現れる。また波形の非対称性を表現する量としての、実験波の峯が対称波の峯より前に進む時間 t_p は、水深の減少とともに大となり、その傾向は、沖波波形勾配が小さいほど顕著である。

今後は、水深の減少にともなう波形の非対称性に関して、理論的にも実験的にも検討を加える必要があると思われる。

なお、この研究は文部省特定研究費による研究の一部であることを付記する。

参 考 文 献

- 1) 岩垣雄一：クノイド波に関する研究（第1報）—波形勾配および波形について—，京大防災研究所年報，第7号，昭39.3，pp.373—386.
- 2) 岩垣雄一：クノイド波に関する研究（第2報）—波速および波長について—，京大防災研究所年報，第8号，昭40.3，pp.343—351.
- 3) Laitone, E. V.: The Second Approximation to Cnoidal and Solitary Waves, Jour. of Fluid Mechanics, Vol.9, 1961, pp.430—444.
- 4) 岩垣雄一・細見昌彦：クノイド波に関する研究（第3報）—波形，波速および波長に関する実験—，京大防災研究所年報，第9号，昭41.3，pp.637—645.
- 5) Skjelbreia, L.: Gravity Waves, Stokes' Third Order Approximation, Table of Functions, Council on Wave Research, The Engineering Foundation, 1959, pp.1—337.
- 6) 岩垣雄一・細見昌彦：クノイド波に関する二、三の実験，第13回海岸工学講演会講演集，昭41.12，pp.1—8.
- 7) 岩垣雄一：クノイド波に関する研究（第4報）—hyperbolic waves について（1）—，京大防災研究所年報，第10号B，昭42.3，pp.283—294.
- 8) 岩垣雄一・酒井哲郎：クノイド波に関する研究（第5報）—hyperbolic waves について（2）—，京大防災研究所年報，第11号B，昭43.3，pp.463—476.
- 9) 岩垣雄一・酒井哲郎：有限振幅波の shoaling について，第14回海岸工学講演会講演集，昭42.10，pp.1—7.
- 10) 岩垣雄一・山口正隆：クノイド波に関する研究（第6報）—クノイド波理論の適用限界について—，

京大防災研究所年報，第11号B，昭43.3，pp.477—502.

- 11) 岩垣雄一・酒井哲郎：有限振幅波の shoaling について（2），第15回海岸工学講演会講演集，昭43.12，pp.10—15.
- 12) Le Méhauté, B. and L. M. Webb: Periodic Gravity Waves over a Gentle Slope at a Third Order of Approximation, Proc. 9th Conference on Coastal Engineering, 1964, pp.23—40.
- 13) Koh, R. C. Y. and B. Le Méhauté: Wave Shoaling, National Engineering Science Co., Contract No. Nour—4177(00), 1966.

正 誤 表

岩垣雄一・酒井哲郎：クノイド波に関する研究（第5報）—hyperbolic waves について（2）—，京都大学防災研究所年報，第11号B，昭43.3，pp.463—476.

PP.	行または式番号	誤	正
465	上 4	$\frac{1}{2}\rho\frac{1}{L}\int_{-L/2}^{L/2}\int_{-h_t}^{\eta}u^2dx\cdot dz=\frac{1}{3}\rho gH^2\cdots$	$\frac{1}{2}\rho\frac{1}{L}\int_{-L/2}^{L/2}\int_{-h_t}^{\eta}u^2dx\cdot dz=\cdots$
		$\cdots+\left(\frac{H}{h_t}\right)^2\left(\frac{623}{560}+\frac{11}{20}\frac{1}{K}+\frac{1}{K^2}\right)\}$	$\cdots+\left(\frac{H}{h_t}\right)^2\left(-\frac{11}{80}+\frac{113}{160}\frac{1}{K}+\frac{3}{8}\frac{1}{K^2}\right)\}$
	上 6	$\frac{1}{2}\rho\frac{1}{L}\int_{-L/2}^{L/2}\cdots=\cdots\left\{\frac{1}{5}\frac{H}{h_t}-\frac{73}{140}\left(\frac{H}{h_t}\right)^2\right\}$	$\frac{1}{2}\rho\frac{1}{L}\int_{-L/2}^{L/2}\cdots=\cdots\left\{\frac{1}{5}\frac{H}{h_t}-\frac{5}{28}\left(\frac{H}{h_t}\right)^2\right\}$
	(7)	$E_k\cdots=\left(\frac{H}{h_t}\right)^2\left(\frac{331}{560}+\frac{11}{20}\frac{1}{K}+\frac{1}{K^2}\right)\}$	$E_k\cdots=\left(\frac{H}{h_t}\right)^2\left(\frac{23}{560}+\frac{113}{160}\frac{1}{K}+\frac{3}{8}\frac{1}{K^2}\right)\}$
	(8)	$E=\cdots+\left(\frac{H}{h_t}\right)^2\left(\frac{179}{560}+\frac{239}{960}\frac{1}{K}+\frac{1}{2}\frac{1}{K^2}\right)\}$	$E=\cdots+\left(\frac{H}{h_t}\right)^2\left(\frac{5}{112}+\frac{157}{480}\frac{1}{K}+\frac{3}{16}\frac{1}{K^2}\right)\}$
	(11)	$\frac{\dot{p}}{\rho gH}=\cdots-\frac{3}{4}\left(\frac{H}{h_t}\right)^2\left\{\right\}\cdots$	$\frac{\dot{p}}{\rho gH}=\cdots-\frac{3}{4}\frac{H}{h_t}\left\{\right\}\cdots$
	下 2	$\frac{\rho}{T}\int_{-T/2}^{T/2}\cdots=\cdots+\frac{H}{h_t}\left(\frac{2}{15}-\frac{2}{3}\frac{1}{K}+\frac{1}{K^2}\right)$	$\frac{\rho}{T}\int_{-T/2}^{T/2}\cdots=\cdots+\frac{H}{h_t}\left(-\frac{2}{3}\frac{1}{K}+\frac{1}{K^2}\right)$
		$+\left(\frac{H}{h_t}\right)^2\left(-\frac{17}{56}+\frac{23}{240}\frac{1}{K}+\frac{5}{12}\frac{1}{K^2}\right)\}$	$+\left(\frac{H}{h_t}\right)^2\left(-\frac{67}{840}+\frac{23}{240}\frac{1}{K}+\frac{5}{12}\frac{1}{K^2}\right)\}$
466	(12)	$\bar{W}=\cdots+\frac{H}{h_t}\left(\frac{3}{5}-\frac{3}{2}\frac{1}{K}+\frac{3}{K^2}\right)$	$\bar{W}=\cdots+\frac{H}{h_t}\left(\frac{2}{5}-\frac{5}{2}\frac{1}{K}+\frac{3}{K^2}\right)$
		$+\left(\frac{H}{h_t}\right)^2\left(-\frac{49}{80}-\frac{29}{160}\frac{1}{K}+\frac{13}{4}\frac{1}{K^2}\right)\}$	$+\left(\frac{H}{h_t}\right)^2\left(-\frac{31}{112}-\frac{29}{160}\frac{1}{K}+\frac{13}{4}\frac{1}{K^2}\right)\}$
467	(20)	$\frac{H}{H_0}=\cdots+\frac{H}{h_t}\left(\frac{3}{5}-\frac{5}{2}\frac{1}{K}+\frac{3}{K^2}\right)$	$\frac{H}{H_0}=\cdots+\frac{H}{h_t}\left(\frac{2}{5}-\frac{5}{2}\frac{1}{K}+\frac{3}{K^2}\right)$
		$+\left(\frac{H}{h_t}\right)^2\left(-\frac{49}{80}-\frac{29}{160}\frac{1}{K}+\frac{13}{4}\frac{1}{K^2}\right)\}^{-2/3}$	$+\left(\frac{H}{h_t}\right)^2\left(-\frac{31}{112}-\frac{29}{160}\frac{1}{K}+\frac{13}{4}\frac{1}{K^2}\right)\}^{-2/3}$
476	正誤表の1番目	288頁(27)式 $\frac{\dot{p}_2}{\rho gH}=\frac{\eta^2-z}{H}-\frac{3}{4}\frac{\dot{H}}{h_t}\left\{\right\}\cdots$	全式削除