

# 一次元電子ガスの Green 関数法による取扱い における行列要素のパソコンによる導出

金沢大・理 杉 本 勲, 青 野 茂 行

(1987年8月10日受理)

## 1. はじめに

問題は一次元電子ガスに関する Solyom の Review<sup>1)</sup> のセミナー中に生じた。例えば図1のAbrikosov diagram (略してDG)を計算するとする。結合定数は後方散乱  $g_1$  と前方散乱  $g_2$  にのみ限定するとし, それぞれの Vertex (略してVTX), から生ずるスピン依存性を求めるとき, 下の表現から出発するのが普通であろう。<sup>\*1</sup>

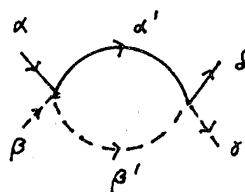


図 1

$$\sum_{\alpha'\beta'} (g_{1\parallel} \delta_{\alpha\beta'} \delta_{\beta\alpha'} \delta_{\alpha\beta'} + g_{1\perp} \delta_{\alpha\beta'} \delta_{\beta\alpha'} \delta_{\alpha-\beta'} - g_2 \delta_{\alpha\alpha'} \delta_{\beta\beta'}) \times (g_{1\parallel} \delta_{\alpha'\gamma} \delta_{\beta'\delta} \delta_{\alpha'\beta'} + g_{1\perp} \delta_{\alpha'\gamma} \delta_{\beta'\delta} \delta_{\alpha'-\beta'} - g_2 \delta_{\alpha'\delta} \delta_{\beta'\gamma}) \quad (1, 1)^{*2}$$

然し上の1次の計算<sup>\*3</sup>でも  $3^2 = 9$  個の展開項について  $\delta \delta \delta \dots$  という Kronecker delta 6次の計算を行わねばならない。2次の摂動では  $3^3 = 27$  個の項について  $\delta \delta \dots \delta$  の9次の計算を行わねばならない。2次のDGは6個あるから  $27 \times 6 = 162$  回ものスピン和を行う必要がある。然し162個のスピン和のうち大半はその過程で消えるのである。

Ting<sup>2)</sup> は58個もの3次のDGの計算を行った。結果はかなり汚く疑わしい。くり込み固定点が  $g_1, g_2 \simeq \pi v_F$  のあたりに生ずるとのこと。  $g_1^* - 2g_2^* = \text{const}$  の関係が成立たず, 後でRezayi等<sup>3)</sup> の再計算を必要とした。Tingとの違いは, Green関数の積分のところであり, 結合定数の部分は同じである。その結果, くり込み固定点はなくなり,  $g_1^* - 2g_2^* = \text{const}$  が成り立っている。

\*1 記法は主として文献1に従う。

\*2  $g_2$  についてはスピン依存性は考えなくてよい。文献1, p207

\*3  $g$  については2次だが, vertex としては1次。

この論文で彼等は Green 関数の新しい積分法を提案している。余談だがふれておく。文献 2 では図 2 a のように、外線にエネルギー cut-off を入れる。その結果、

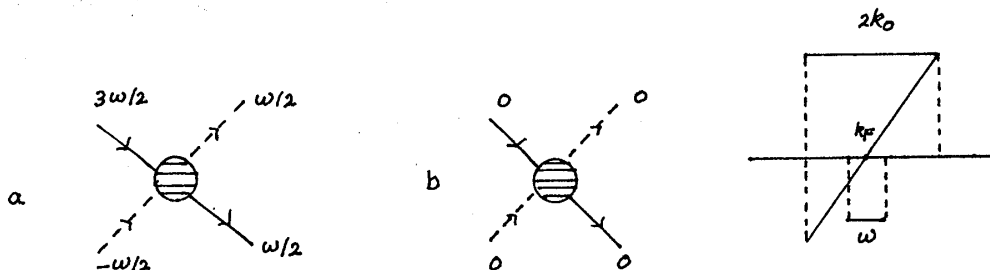


図 2

$$\int \frac{d\omega}{2\pi i} G G = \log \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\pi i}{2} \quad (1, 2)$$

のように対数項の外に虚数部があらわれる。然し虚数部は Lie 方程式をつくる段階で消えるか、消えると仮定する。文献 3 では外線のエネルギー cut-off はやめる (図 2 b の左)。このまゝでは積分は発散してしまうので、運動量の積分に際し Fermi 運動量の前後に  $\pm \omega/2$  の cut-off を入れる。こうすることにより計算はかなり楽になり、上の虚数部も消える。

以上のような摂動計算は  $g_1$  と  $g_2$  を用いて 3 次まで行ったのが最高である。Ting も Rezayi もそれ以上のことを予告しているが未だに現れない。理由を想像するに、3 次で  $g_3$  (Umklapp) を入れただけで DG の数は先の 58 から 600 に増え、文字通りやり切れないからであろう。以下に、総合定数の部分をパソコンで自動的に求める方法を紹介する。Green 関数の積分に関する部分も計画中である。 $\omega$  積分は簡単であるが  $k$  積分が容易でない。

F に、Rezayi 等の計算にスピン依存性を入れた我々の拡張結果を示す。文献 3 の Eqs. (41) と (42) の一般化である。

$$\begin{aligned} \frac{2g_{1\parallel}}{2\xi} &= \frac{1}{8} g_{1\perp}^2 (8 + 4g_{1\parallel} + 2g_{1\perp}^2 - g_{1\parallel}^2) \\ \frac{2g_{1\perp}}{2\xi} &= \frac{1}{8} g_{1\perp} (8g_{1\parallel} + 2g_{1\perp}^2 + 2g_{1\parallel}^2 + g_{1\parallel}^2) \\ \frac{2g_2}{2\xi} &= \frac{1}{16} g_{1\perp}^2 (8 + 4g_{1\parallel} + 2g_{1\perp}^2 - g_{1\parallel}^2) \end{aligned} \quad (1, 3)$$

上から直ちに

$$\frac{\partial}{\partial \zeta} (g_{1\parallel} - 2g_2) = 0, \quad g_{1\parallel}^* - 2g_2^* = g_{1\parallel} - 2g_2 \quad (1, 4)$$

## 2. 基礎的考察

今考えているモデルでは, VTX関数は一般に

$$\Gamma_{\alpha\beta r\delta} = \Gamma_{1\parallel} \delta_{\alpha r} \delta_{\beta\delta} \delta_{\alpha\beta} + \Gamma_{1\perp} \delta_{\alpha r} \delta_{\beta\delta} \delta_{\alpha-\beta} + \Gamma_2 \delta_{\alpha\delta} \delta_{\beta r} \quad (2, 1)$$

$\Gamma_{\alpha\beta r\delta}$  に対しては,  $\Gamma_{\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow}$ ,  $\Gamma_{\uparrow\downarrow\downarrow\uparrow}$ ,  $\Gamma_{\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow}$  が許される。これと上を結びつけると,

$$\Gamma_{\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow} = \Gamma_{1\parallel} + \Gamma_2, \quad \Gamma_{\uparrow\downarrow\downarrow\uparrow} = \Gamma_2, \quad \Gamma_{\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow} = \Gamma_{1\perp} \quad (2, 2)$$

従って(2, 1)を書き換えて,

$$\begin{aligned} \Gamma_{\alpha\beta r\delta} = & (\Gamma_{\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow} - \Gamma_{\uparrow\downarrow\downarrow\uparrow}) \delta_{\alpha\delta} \delta_{\beta r} \delta_{\alpha\beta} \\ & + \Gamma_{\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow} \delta_{\alpha\delta} \delta_{\beta r} \delta_{\alpha-\beta} + \Gamma_{\uparrow\downarrow\downarrow\uparrow} \delta_{\alpha r} \delta_{\beta\delta} \end{aligned} \quad (2, 3)$$

この関係はDG中にあらわれるどのVTXに対しても成立つ。

図1について詳しく調べてみると,

$$\Gamma_{\alpha\beta r\delta} = \left[ \text{Diagram A} - \text{Diagram B} \right] \delta_{\alpha\delta} \delta_{\beta\delta} \delta_{\alpha\beta} + \text{Diagram C} \delta_{\alpha r} \delta_{\beta\delta} \delta_{\alpha-\beta} + \text{Diagram D} \delta_{\alpha\delta} \delta_{\beta r}$$

(2, 4)

上のA～Dについて考察する。そのために裸のVTXから何が生ずるかをまとめておく。

$$\begin{array}{ccc}
 \begin{array}{c} \uparrow \quad \uparrow \\ \diagdown \quad \diagup \\ \uparrow \quad \uparrow \end{array} = \begin{cases} g_{1u} \\ -g_2 \end{cases} & 
 \begin{array}{c} \uparrow \quad \uparrow \\ \diagdown \quad \diagup \\ \downarrow \quad \downarrow \end{array} = g_{1\perp} & 
 \begin{array}{c} \uparrow \quad \downarrow \\ \diagdown \quad \diagup \\ \downarrow \quad \uparrow \end{array} = -g_2
 \end{array} \quad (2, 5)$$

$g_2$ の負号は、ハミルトニアン、 $g_1 a^+ b^+ a b + g_2 a^+ b^+ b a = (g_1 - g_2) a^+ b^+ a b$  から生ずる  
( $a, b$ は $k$ が+, -の分枝に対応)

さて、Aの場合スピンの保存から下の場合だけが生じ、各VTXはそれぞれに示した coupling const の寄与を示す。

$$\begin{array}{c} \text{A} \end{array}
 \begin{array}{c} \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ \diagdown \quad \diagup \quad \diagdown \\ \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ \begin{cases} g_{1u} \\ -g_2 \end{cases} \quad \begin{cases} g_{1u} \\ -g_2 \end{cases} \end{array} = g_{1u}^2 + g_2^2 - 2g_{1u}g_2 \quad (2, 6A)$$

同様にして

$$\begin{array}{c} \text{B} \end{array}
 \begin{array}{c} \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ \diagdown \quad \diagup \quad \diagdown \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ -g_2 \quad -g_2 \end{array} + \begin{array}{c} \uparrow \quad \downarrow \quad \uparrow \\ \diagdown \quad \diagup \quad \diagdown \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ g_{1\perp} \quad g_{1\perp} \end{array} = g_2^2 + g_{1\perp}^2 \quad (2, 6B)$$

$$\begin{array}{c} \text{C} \end{array}
 \begin{array}{c} \uparrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ \diagdown \quad \diagup \quad \diagdown \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ g_{1\perp} \quad -g_2 \end{array} + \begin{array}{c} \uparrow \quad \uparrow \quad \downarrow \\ \diagdown \quad \diagup \quad \diagdown \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ -g_2 \quad g_{1\perp} \end{array} = -2g_{1\perp}g_2 \quad (2, 6C)$$

$$\text{D} = \text{B} = g_2^2 + g_{1\perp}^2 \quad (2, 6D)$$

一次元電子ガスの Green 関数法による取扱いにおける行列要素のパソコンによる導出  
 従って全体の寄与は

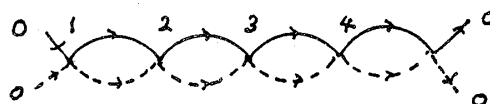
$$\begin{aligned}
 \text{Diagram} &= (g_{11}^2 - g_{12}^2 - 2g_{11}g_2) \delta_{\alpha\gamma} \delta_{\beta\delta} \delta_{\alpha\beta} \\
 &\quad - 2g_{12}g_2 \delta_{\alpha\gamma} \delta_{\beta\delta} \delta_{\alpha-\beta} \\
 &\quad + (g_{12}^2 + g_2^2) \delta_{\alpha\delta} \delta_{\beta\gamma}
 \end{aligned} \quad (2, 7)$$

以上のことを計算機風に語れば、A～D何れにせよ、外線のスピンをINPUTし、各VTXでスピンの保存を考えると、そのVTXが生む  $g_i$  の組合せが決まる。こういう仕事は計算機が得意である。Ting の仕事のうち coupling constを見つける段階がパソコンで1時間半ほどで終わったのである。

### 3. プログラムの説明, 使用法

PROGRAM Third は Ting の計算の再現を行う。BASICで書かれている、Ting の論文で5aと命名してある図3を例にして説明をする。

DGのトポロジーを数値化  
 しDATAとする。



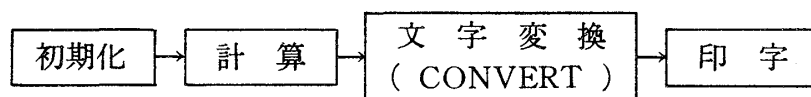
$\longrightarrow$  : 1,  $\dashrightarrow$  : -1 で表し,  
 VTX  $\times$  に 1 ~ 4 と番号づけ,  
 外線の始点, 終点に 0 をつける。

( 3, 1 )

図3 Ting の 5a ダイアグラム

プログラムの STATEMENT NO. 2860 ~ 2960 に DATA として打ちこんである。これを表1に再掲する。2860 はタイトル。2870 は点線が外部に始まり VTX 0 に終ることを示す。2880 は点線が VTX 1 に始まり VTX 2 に終ることを示す。以下この要領である。

プログラムの流れ図を下に示す。



各々については後で詳述するから、ここでは予備知識にとどめる。

初期化 : DATA の読み込み。

計算 : § 2 で述べた計算を行う。

文字変換：最終結果は数式（文字列）となって OUTPUT される。ところで計算は整数の演算に終始しているのであるから、その結果を文字に変換することがこの部分で行われる。詳細はその SUBROUTINE の説明のところで行う。数式処理ということで LISP や REDUCE をつかえば非常に多くの時間と金が必要であろう。

以下にプログラムを順に追って説明する。断りなしに使う数字は STATEMENT NUMBER である。

#### 1. 初期化

30 CLEAR,, 1000 ; FOR NEXT の深いレベルで走らせる時に必要な命令。

40 DEFSTR A : DEFINT B-Z ; 先頭に A のつく変数 (AA, A5 など) は文字変数, 先頭に B ~ Z がつく変数は整数。

50 DIM L (10, 4) V (4, 8), ..... ; 記憶場所の確保。それぞれについては順を追って説明する。

80 READ AD ; DATA のタイトル 5A (2860 にある) が AD に保存される。

90 ~ 110 ; DATA の読み込み。10 本のラインのそれぞれがもつ 3 つの情報が一時 X (I, J) に貯えられる。X (I, 1) (I = 1 ~ 10) にはラインが点線 (-1) か実線 (1), X (I, 3) には始点, X (I, 4) には終点の情報が入る。X (I, 2) は空。

150 ~ 200 ; ささやかなチェックルーチン。X (I, 3) と X (I, 4) のそれぞれの I についての和は 20 になる。NO なら "DATA ERROR" を PRINT して STOP。

250 ~ 330 ; X (I, J) に貯えた情報をラインに配る。6 本の内線は L (1, J) ~ L (6, J) に, 外線のうち - - - は L (7, J) と L (8, J) に, - - - は L (9, J) と L (10, J) に。

L (I, 1) ; 1 なら I 番目のラインは実線, -1 なら点線。

L (I, 2) ; I 番目のラインのスピン状態。1 なら ↑, -1 なら ↓。

L (I, 3) ; ラインの始点の VTX の番号。0 なら外部。

L (I, 4) ; ラインの終点の VTX の番号。0 なら外部。

表 1 Ting の 5 a の DATA

|      |      |          |
|------|------|----------|
| 2860 | DATA | 5A       |
| 2870 | DATA | -1, 0, 1 |
| 2880 | DATA | -1, 1, 2 |
| 2890 | DATA | -1, 2, 3 |
| 2900 | DATA | -1, 3, 4 |
| 2910 | DATA | -1, 4, 0 |
| 2920 | DATA | 1, 0, 1  |
| 2930 | DATA | 1, 1, 2  |
| 2940 | DATA | 1, 2, 3  |
| 2950 | DATA | 1, 3, 4  |
| 2960 | DATA | 1, 4, 0  |

## Ⅱ. 計算 SUBROUTINE \* MAIN

まづ外部スピンの状態を指定する。これらは (2, 4) で A, B, C で与えてあるが、プログラム内ではそれぞれが, 3, 1, 2 となっている。

1 の場合。すなわち右図

```
370 L(7, 2) = -1 : L(8, 2) = -1 : L(9, 2) = 1 : L(10, 2) = 1
```

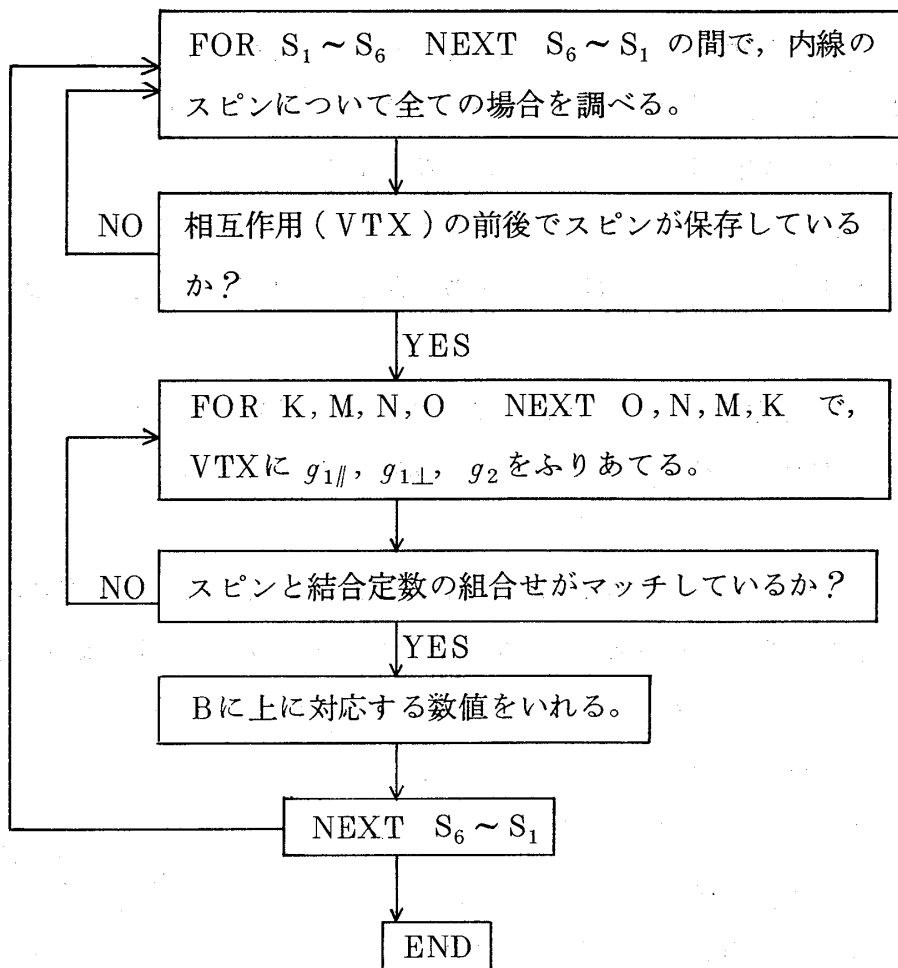
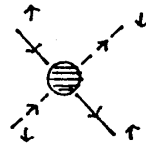
```
390 GOSUB * MAIN :
```

これで SUBROUTINE \* MAIN に飛んで計算する。

以下で \* MAIN の説明をする。FORTRAN で SUBROUTINE へ飛ぶときは、引き数で変数をつけてゆき、SUBROUTINE で必要な変数を定義するが、BASIC ではこれができず、MAINROUTINE と SUBROUTINE で変数を共有する。

初心者にはこの方が解りよいかもしれない。

1010 ~ 2170 で行われていることの流れ図をまづ示す。



1150~1170 VTXの内味  $V(I, J)$  を空にする。

1210  $L(1, 2) = S1 \sim L(6, 2) = S6$  ; 内線のスピンの  $S1 \sim S6$  を与える。

1250 FOR  $K=7$  TO 10~1340 ; 外線の情報をそれに連るVTXに与える。

1380 FOR  $K=1$  TO 6~1460 ; 内線の情報をそれに連るVTXに与える。

VTXには4本のラインが出入する。それぞれは点線か実線か、スピンの↑か↓であるから、VTXには8通りの情報が集ることがある。それらは下の様に仕分けされる。IをVTXの番号として( $I=1 \sim 4$ ),

$V(I, 1)$  ; 入射線が実線(1)か、点線(-1)か。

$V(I, 2)$  ; 入射線のスピンの↑(1)か、↓(-1)か。

$V(I, 3)$  ; 2本目の入射線が実線(1)か、点線(-1)か。

$V(I, 4)$  ; 2本目の入射線のスピンの↑(1)か、↓(-1)か。

$V(I, 5) \sim V(I, 8)$  ; 上で入射線 → 放出線。

ラインの情報がVTXに渡されると、これからはVTXのみを考えればよいことになる。

1500~1540 ; すべてのVTX( $J=1 \sim 4$ )でスピンの保存しているかどうかを調べる。

即ち、2つの射線のスピンの和、 $V(J, 2) + V(J, 4)$ が放出線のスピンの和、 $V(J, 6) + V(J, 8)$ に等しいかどうかを確かめる。NOなら2160へ行き、NEXT  $S6 \sim S1$ 。

1630~2140 ; すべてのVTXに  $g_{1\parallel}$ ,  $g_{1\perp}$ ,  $g_2$  を割りあてる。

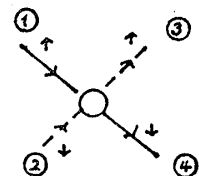
FOR  $K=1$  TO 3~FOR  $O=1$  TO 3の仕事:それぞれのVTX( $1 \sim 4$ )に対し、 $K \sim O$ の値が1のときは  $g_{1\parallel}$ , 2のときは  $g_2$ , 3のときは  $g_{1\perp}$ とする。こうした理由はあとで明らかになる。

1700 ; VTXのスピンの状態が  $\parallel$  か  $\perp$  かを調べる。即ち、一番目のVTXで  $V(1, 2) + V(1, 4) = 0$  なら2本の入射線のスピンは  $\perp$ , その時は1770へ行く。 $\neq 0$  なら  $\parallel$  だから次の文1710へ行く。

1710 ; スピンは  $\parallel$ 。従って  $g_{1\parallel}$  と  $g_2$  がOK。 $g_{1\perp}$  はNO。 $g_{1\perp}$  は  $K=3$  を意味するから次の組合せを調べる (GO NEXT  $O \sim K$ )。結果的に、 $K=1$  ( $g_{1\parallel}$  を意味する),  $K=2$  ( $g_2$ ) が割りあてられ、次のVTXのチェックへ行く (GO 1840)。

1770 ; スピンが  $\perp$  の時はここへ来る。 $W7 = V(1, 1)$

\*  $V(1, 2) * V(1, 5) * V(1, 6)$  とおき、この値を求める。 $W7 < 0$  の時は  $g_{1\perp}$ ,  $W7 > 0$  の時は  $g_{2\perp} (= g_2)$  である。なぜなら、右図で入射線と放出線に①と③をとると、 $V(1, 1) = 1$ ,  $V(1, 2) = 1$ ,  $V(1, 5) = -1$ ,



一次元電子ガスの Green 関数法による取扱いにおける行列要素のパソコンによる導出

$V(1, 6) = 1$  で  $W7 < 0$ 。①と④をとると同じようにして  $W7 > 0$ 。  $W < 0$ ,  $K = 3$  なら  $g_{1\perp}$  が OK,  $W7 > 0$ ,  $K = 2$  なら  $g_2$  が OK である。そして次の VTX のチェックに向う。上の何れも NO なら GO NEXT O~K。

1840~2060 ; 同じことを VTX 2~4 で行う。結果は B に貯える。ただし (2, 5) の下で注意した  $g_2$  の負号が陽にあらわれるようにするため,  $g_2$  が奇数回生ずるときは  $(-1)$  が生ずるように,

$$B(K, M, N, O) = \{(-1)^4(K+1)\} * \{(-1)^4(M+1)\} \dots\dots$$

としてある。  $K \sim O = 2$  のとき  $g_2$  があらわれるのだから, それぞれに対して  $(-1)^{(2+1)}$  となり,  $-1$  の因子が保証される。

これで外部スピン状態 1 (式 (2, 4) の C) の場合の吟味が終わったので 400 に帰る。

400 GOSUB\* BT ; B に貯えてある結果を SUBROUTINE \* BT (2610~2650) を使って T に移す。

次に外部スピン状態 2 (式 (2, 4) の B) の計算を行う。このスピン状態は, C のスピン状態の右側をひっくり返して得られる (440~470)。そして 510~530 で B を空にし, 再び \* MAIN に行き (550), B に出た結果を

560 GO SUB\* BU で U に移す。

同様な計算がスピン状態 3 (式 (2, 4) の A) に対して行われ, 結果は B にそのまま残しておく。

さて, (2, 4) を見て  $\delta_{\alpha\gamma}\delta_{\beta\delta}\delta_{\alpha\beta}$  の係数は  $B-T (=G)$  だから G に貯える (720~740)。

### Ⅲ. 文字変換, SUBROUTINE\* CONVERT

初めに仕事の略を示す。\*CONVERT の INPUT は S で, OUTPUT は AA である。

先づ T (スピン状態 C) を S に移し (760), S の内容を文字列に変換して AA に OUTPUT し, これを AB に貯える (780)。

AA を空にし (790), 同様なことを U に対して行い, AC に貯える (830)。

さらに G が文字列に変換され (860, 870), AE に貯えられる。

最後に結果が印刷されて (920~980), プログラムが終る。

#### SUBROUTINE\*CONVER の説明

まづ行列 B の要素と文字列との対応を説明する。簡単な例として  $g$  に関して 2 次の場合を考える。その時は B は  $3 \times 3$  行列でよい:

$$B = \begin{bmatrix} g_{1\parallel} & g_{1\perp} & g_2 \\ g_{1\parallel} \\ g_{1\perp} \\ g_2 \end{bmatrix}$$

そしてその要素を係数と見なす。例えば

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = g_{1\parallel} g_{1\perp} - g_{1\perp} g_2, \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = g_{1\parallel}^2$$

ところで

$$(A) \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = g_{1\parallel} g_{1\perp} + g_{1\perp} g_{1\parallel} = 2 g_{1\parallel} g_{1\perp}$$

は次のようにも書ける。

$$(B) \quad \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \text{or} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(A)より(B)の方が望ましい。

\* CONVERでは上のような行列がSとして IMPUT されている。そこで

$$S(1, 2) = S(1, 2) + S(2, 1), \quad S(2, 1) = 0$$

としなければならない。S(1, 2)とS(2, 1)が同じg(の積)を与えるかどうかを判断するために、 $g_{1\parallel}$ ,  $g_{1\perp}$ ,  $g_2$ に3, 5, 7の素数を対応させる。プログラムの内では、WW(1)=3, WW(2)=5, WW(3)=7とする。そして $W = WW(I) * WW(J)$ と同じ値をもつものが別の組合せ、 $W2 = WW(K) * WW(L)$ にあるかどうかを探すのである。以上のことが、gの4次の場合に2250~2420で行われている。

後段の文字列への変換は簡単である。 $A(1) = "g_{1\parallel}"$ ,  $A(2) = "g_2"$ ,  $A(3) = "g_{1\perp}"$ ,  $A = "*"$ として、すべての行列要素を文字列へ移す。2460~2580がこれである。

#### Ⅳ．終りに

我々はこのプログラムをつかって Ting の結果を再現した。Ting の 58 個の DG はそのタイトル (文献 2 の p. 4036) を使って表 1 の如く全部うちこんである。そして RUN させると 1, 2 分後に結果が出はじめ, 約 1 時間半で全部が終る。いうまでもなく  $g_{1\parallel}$  と  $g_{1\perp}$  が区別されている。これに Rezayi 等の得た Green 関数を用いて Lie 方程式をつくると I に与えた結果になる。

我々のプログラムにはまだいくつかの工夫がしてあるが, 本質的でないのでそれらには触れない。更に高次の DG を得るのは, このプログラムの詳細を理解したものにとっては容易であろう。

#### 文 献

- 1) J. Sólyom: Adv. Phys. 26 (1979) 201.
- 2) C. S. Ting: Phys. Rev. B 13 (1976) 4029.
- 3) E. H. Rezayi, J. Sak and S. Talukdar: Phys. Rev. B 19 (1979) 4757.

追記 上で使った“我々”という語は正確でない。この報告は, 杉本の修士論文とそれに伴うプログラムならびに解説書を青野が再編したものである。従って文責は青野にある。もしプログラムのコピーを望む方があればフロッピーを御送りする。

なお, すべての過程で木村実教授の有益な助言を得た。心から感謝をする。

"THIRD"

```

10 'ショキ セッテイ
20 '
30 CLEAR ,,1000
40 DEFSTR A:DEFINT B-Z:'セントウニ Aノ ックヘンズウ ハ スヘテ モジレツ ソノタハ スヘテ セイズ
50 DIM L(10,4),V(4,8),B(3,3,3,3),S(3,3,3,3),T(3,3,3,3),U(3,3,3,3),WW(3),X(10,4)
60 DIM G(3,3,3,3)
70 '
80 READ AD:'タイトル ヨミコミ
90 FOR I=1 TO 10
100 READ X(I,1),X(I,3),X(I,4):'line data ヨミコミ X(I,2) ハ dummy
110 NEXT I
120 '
130 'line data check
140 '
150 Y3=0:Y4=0
160 FOR I=1 TO 10
170 Y3=Y3+X(I,3):Y4=Y4+X(I,4)
180 NEXT I
190 IF Y3<>20 OR Y4<>20 THEN 200 ELSE 250
200 PRINT "DATA ERROR":STOP
210 '
220 'external line ト internal line ノ ナビカエ
230 'external line ハ L(7,*)-L(10,*) internal line ハ L(1,*)-L(6,*)
240 '
250 J=6:K=8:M=0
260 FOR I=1 TO 10
270 D=X(I,3)*X(I,4)
280 IF D=0 AND X(I,1)<0 THEN J=J+1 ELSE 300
290 L(J,1)=X(I,1):L(J,3)=X(I,3):L(J,4)=X(I,4):GOTO 330
300 IF D=0 AND X(I,1)>0 THEN K=K+1 ELSE 320
310 L(K,1)=X(I,1):L(K,3)=X(I,3):L(K,4)=X(I,4):GOTO 330
320 M=M+1:L(M,1)=X(I,1):L(M,3)=X(I,3):L(M,4)=X(I,4)
330 NEXT I
340 '
350 'external spin set 1
360 '
370 L(7,2)=-1:L(8,2)=-1:L(9,2)=1:L(10,2)=1
380 '
390 GOSUB *MAIN :'input L(1,*)-L(10,*) output B(3,3,3,3)
400 GOSUB *BT:'ケッカヲ Tニ ホゾン
410 '
420 'external spin set 2
430 '
440 IF L(7,3)=0 AND L(9,3)=0 THEN SWAP L(7,2),L(9,2)
450 IF L(7,3)=0 AND L(10,3)=0 THEN SWAP L(7,2),L(10,2)
460 IF L(8,3)=0 AND L(9,3)=0 THEN SWAP L(8,2),L(9,2)

```

```

470 IF L(8,3)=0 AND L(10,3)=0 THEN SWAP L(8,2),L(10,2)
480 '
490 ' B=0
500 '
510 FOR I=1 TO 3:FOR J=1 TO 3:FOR K=1 TO 3:FOR M=1 TO 3
520 B(I,J,K,M)=0
530 NEXT M,K,J,I
540 '
550 GOSUB *MAIN
560 GOSUB *BU:'ケッカヲ U ニ ホゾン
570 '
580 ' B=0
590 '
600 FOR I=1 TO 3:FOR J=1 TO 3:FOR K=1 TO 3:FOR M=1 TO 3
610 B(I,J,K,M)=0
620 NEXT M,K,J,I
630 '
640 'external spin set 3
650 '
660 L(7,2)=1:L(8,2)=1:L(9,2)=1:L(10,2)=1
670 '
680 GOSUB *MAIN
690 '
700 'B-T ノ ケッカヲ G ニ ホゾン
710 '
720 FOR I=1 TO 3:FOR J=1 TO 3:FOR K=1 TO 3:FOR M=1 TO 3
730 G(I,J,K,M)=B(I,J,K,M)-T(I,J,K,M)
740 NEXT M,K,J,I
750 '
760 GOSUB *TS : 'S=T
770 GOSUB *CONVERT: 'S ノ ナイヨウヲ モジレツ ニ ヘカン スル input S(3,3,3,3) output AA
780 AB=AA:'ケッカヲ AB ニ ホゾン スル
790 AA="": 'AA clear
800 '
810 GOSUB *US : 'S=U
820 GOSUB *CONVERT
830 AC=AA
840 AA=""
850 '
860 GOSUB *GS : 'S=G
870 GOSUB *CONVERT
880 AE=AA
890 '
900 'ケッカ PRINT
910 '
920 PRINT "          *~~~~~* "+AD+" *~~~~~*": 'タイトル print
930 PRINT
940 PRINT "(";AE;")"; "  $\delta(\alpha\gamma)\delta(\beta\delta)\delta(\alpha\beta)$  "

```

```

950 PRINT
960 PRINT "(";AC;")";"  $\delta(\alpha\gamma)\delta(\beta\delta)\delta(\alpha,-\beta)$ "
970 PRINT
980 PRINT "(";AB;")";"  $\delta(\alpha\delta)\delta(\beta\gamma)$ "
990 END
1000 '
1010 *MAIN
1020 'input L(1,*)-L(10,*) output B(3,3,3)
1030 '
1040 'for-next アイダ ノ ソウサツ スベテノ intermidiate spin state ニ ツイテ ホコサウ
1050 '
1060 FOR S1=-1 TO 1 STEP 2
1070 FOR S2=-1 TO 1 STEP 2
1080 FOR S3=-1 TO 1 STEP 2
1090 FOR S4=-1 TO 1 STEP 2
1100 FOR S5=-1 TO 1 STEP 2
1110 FOR S6=-1 TO 1 STEP 2
1120 '
1130 'V=0
1140 '
1150 FOR I=1 TO 4
1160 V(I,1)=0:V(I,2)=0:V(I,3)=0:V(I,4)=0:V(I,5)=0:V(I,6)=0:V(I,7)=0:V(I,8)=0
1170 NEXT I
1180 '
1190 'internal line ニ intermidiate spin ヲ set スル
1200 '
1210 L(1,2)=S1:L(2,2)=S2:L(3,2)=S3:L(4,2)=S4:L(5,2)=S5:L(6,2)=S6
1220 '
1230 'external line ノ state ヲ vertex ニ アタエル
1240 '
1250 FOR K=7 TO 10
1260 W5=L(K,4):W6=L(K,3)
1270 IF W5=0 THEN 1310
1280 IF V(W5,1) > 0 THEN 1300
1290 V(W5,1)=L(K,1):V(W5,2)=L(K,2):GOTO 1340
1300 V(W5,3)=L(K,1):V(W5,4)=L(K,2):GOTO 1340
1310 IF V(W6,5) > 0 THEN 1330
1320 V(W6,5)=L(K,1):V(W6,6)=L(K,2):GOTO 1340
1330 V(W6,7)=L(K,1):V(W6,8)=L(K,2):GOTO 1340
1340 NEXT K
1350 '
1360 'internal line ノ state ヲ vertex ニ アタエル
1370 '
1380 FOR I=1 TO 6
1390 W5=L(I,4):W6=L(I,3)
1400 IF V(W5,1) > 0 THEN 1420
1410 V(W5,1)=L(I,1):V(W5,2)=L(I,2):GOTO 1430
1420 V(W5,3)=L(I,1):V(W5,4)=L(I,2)

```

```

1430 IF V(W6,5)<0 THEN 1450
1440 V(W6,5)=L(I,1):V(W6,6)=L(I,2):GOTO 1460
1450 V(W6,7)=L(I,1):V(W6,8)=L(I,2)
1460 NEXT I
1470 '
1480 'スベテノ vertex テ spin ガ ホゾン シティカ シラヘル
1490 '
1500 W3=1
1510 FOR J=1 TO 4
1520 W1=V(J,2)+V(J,4):W2=V(J,6)+V(J,8)
1530 IF W1<W2 THEN W3=W3*0
1540 NEXT J
1550 '
1560 'ホゾン シティカレバ ツキノ spin state ニ ウル (GO next s1,s2,s3,s4,s5,s6)
1570 '
1580 IF W3=0 THEN 2160
1590 '
1600 'スベテノ vertex ニスベテノ coupling constant ヲ ワリアテル
1610 '
1620 '
1630 FOR K=1 TO 3:'vertex 1 K=1(g1||) K=2(g2) k=3(glp)
1640 FOR M=1 TO 3:'vertex 2 M=1 ....
1650 FOR N=1 TO 3:'vertex 3
1660 FOR O=1 TO 3:'vertex 4
1670 '
1680 'vertex 1 テ ワリアテラレテル coupling constant ガ ユルサレルカ シラヘル
1690 '
1700 IF (V(1,2)+V(1,4))=0 THEN 1770:'perpendicular カ シラヘル
1710 IF K=3 THEN 2140 ELSE 1840
1720 '
1730 'parallel テ glperpend ナラ コノ クミアワセ ハ ブツリテキニ
1740 'アリナイ ノテ ツキノ coupling constant ノ クミアワセ ニ ヌク (GO next O,N,M,k)
1750 'ル イガイ (parallel and gl || or g2) ナラ ユルサレルノテ ツキノ vertex ヘ ヌク
1760 '
1770 W7=V(1,1)*V(1,2)*V(1,5)*V(1,6)
1780 IF W7<0 AND K=3 THEN 1840:'glp ok ツキノ vertex ヘ ヌク
1790 IF W7>0 AND K=2 THEN 1840:'g2 ok
1800 GOTO 2140:'gl || モ glp モ g2 モ アハマラサレバ ツキノ spin state ヘ ヌク
1810 '
1820 'vertex 2 テ ワリアテラレテル coupling constant ガ ユルサレルカ シラヘル
1830 '
1840 IF (V(2,2)+V(2,4))=0 THEN 1860
1850 IF M=3 THEN 2140 ELSE 1920
1860 W7=V(2,1)*V(2,2)*V(2,5)*V(2,6)
1870 IF W7<0 AND M=3 THEN 1920
1880 IF W7>0 AND M=2 THEN 1920
1890 GOTO 2140
1900 '

```

```

1910 'vertex 3 デ ...
1920 IF (V(3,2)+V(3,4))=0 THEN 1940
1930 IF N=3 THEN 2140 ELSE 2010
1940 W7=V(3,1)*V(3,2)*V(3,5)*V(3,6)
1950 IF W7<0 AND N=3 THEN 2010
1960 IF W7>0 AND N=2 THEN 2010
1970 GOTO 2140
1980 '
1990 'vertex 4 デ ...
2000 '
2010 IF (V(4,2)+V(4,4))=0 THEN 2030
2020 IF O=3 THEN 2140 ELSE 2130
2030 W7=V(4,1)*V(4,2)*V(4,5)*V(4,6)
2040 IF W7<0 AND O=3 THEN 2130
2050 IF W7>0 AND O=2 THEN 2130
2060 GOTO 2140
2070 '
2080 'B = coupling constant を set スル
2090 '
2100 'g2(K=2,M=2,N=2,O=2) ハ マイナス ノ アタイ(-g2) ヲ モツノデ (-1)^(k+1)... トスル
2110 'コウスル g2 デ (-1)^(2+1)=-1 ガ set スル g1 ||, g1p ハ (-1)^(1+1)=(-1)^(3+1)=1 トナル
2120 '
2130 B(K,M,N,O)=((-1)^(K+1))*((-1)^(M+1))*((-1)^(N+1))*((-1)^(O+1))+B(K,M,N,O)
2140 NEXT O,N,M,K
2150 '
2160 NEXT S6,S5,S4,S3,S2,S1
2170 RETURN
2180 '
2190 'S ヲ モジレツ ニ ヘンカン スル (input S output AA)
2200 '
2210 *CONVERT
2220 '
2230 'S ヲ セイリ スル
2240 '
2250 WW(1)=3:WW(2)=5:WW(3)=7
2260 FOR I=1 TO 3
2270 FOR J=1 TO 3
2280 FOR N=1 TO 3
2290 FOR O=1 TO 3
2300 IF S(I,J,N,O)=0 THEN 2420
2310 W=WW(I)*WW(J)*WW(N)*WW(O)
2320 FOR K=1 TO 3
2330 FOR L=1 TO 3
2340 FOR M=1 TO 3
2350 FOR P=1 TO 3
2360 IF S(K,L,M,P)=0 THEN 2410
2370 W2=WW(K)*WW(L)*WW(M)*WW(P)
2380 IF I=K AND J=L AND N=M AND O=P THEN 2410

```

```

2390 IF W=W2 THEN 2400 ELSE 2410
2400 S(I,J,N,O)=S(I,J,N,O)+S(K,L,M,P):S(K,L,M,P)=0
2410 NEXT P,M,L,K
2420 NEXT O,N,J,I
2430 '
2440 'S ノ キ ョウレツ ヨウソ ヲ モジレツ ニ ヘカン スル
2450 '
2460 A(1)="g1 || ":A(2)="g2":A(3)="g1P"
2470 A="*"
2480 FOR I=1 TO 3
2490 FOR J=1 TO 3
2500 FOR K=1 TO 3
2510 FOR M=1 TO 3
2520 IF S(I,J,K,M)=0 THEN 2580:'キ ョウレツ ヨウソガ 0 ナリ ナモシナイ
2530 IF S(I,J,K,M)>0 THEN ASN=" +" ELSE ASN=" -":'フコウヲ ASN ニ タイニュウ
2540 IF ABS(S(I,J,K,M))<1 THEN 2570 :'ケイズカ 1 カ ジラベル
2550 AA=ASN+A(I)+A(A(J)+A(A(K)+A(A(M)+AA:GOTO 2580
2560 '
2570 AA=ASN+STR$(ABS(S(I,J,K,M)))+A(A(I)+A(A(J)+A(A(K)+A(A(M)+AA
2580 NEXT M,K,J,I
2590 RETURN
2600 '
2610 *BT
2620 FOR I=1 TO 3:FOR J=1 TO 3:FOR K=1 TO 3:FOR M=1 TO 3
2630 T(I,J,K,M)=B(I,J,K,M)
2640 NEXT M,K,J,I
2650 RETURN
2660 *BU
2670 FOR I=1 TO 3:FOR J=1 TO 3:FOR K=1 TO 3:FOR M=1 TO 3
2680 U(I,J,K,M)=B(I,J,K,M)
2690 NEXT M,K,J,I
2700 RETURN
2710 *TS
2720 FOR I=1 TO 3:FOR J=1 TO 3:FOR K=1 TO 3:FOR M=1 TO 3
2730 S(I,J,K,M)=T(I,J,K,M)
2740 NEXT M,K,J,I
2750 RETURN
2760 *GS
2770 FOR I=1 TO 3:FOR J=1 TO 3:FOR K=1 TO 3:FOR M=1 TO 3
2780 S(I,J,K,M)=G(I,J,K,M)
2790 NEXT M,K,J,I
2800 RETURN
2810 *US
2820 FOR I=1 TO 3:FOR J=1 TO 3:FOR K=1 TO 3:FOR M=1 TO 3
2830 S(I,J,K,M)=U(I,J,K,M)
2840 NEXT M,K,J,I
2850 RETURN
2860 DATA 5A

```

杉本 勲・青野茂行

2870 DATA -1,0,1  
2880 DATA -1,1,2  
2890 DATA -1,2,3  
2900 DATA -1,3,4  
2910 DATA -1,4,0  
2920 DATA 1,0,1  
2930 DATA 1,1,2  
2940 DATA 1,2,3  
2950 DATA 1,3,4  
2960 DATA 1,4,0