

証明論的意味論とその課題

伊藤 遼*

1. はじめに

証明論的意味論 (Proof-Theoretic Semantics ; 以下、PTS) とは、20 世紀の半ばから現在にかけて、哲学者および論理学者によって展開されてきた、モデル論的意味論に代わる意味論である。それをめぐる議論では、ウィトゲンシュタインの “ meaning as use ” という洞察や、「妥当性 validity」や「調和 harmony」といった概念がよく現れる。本稿は、これらの内実とその哲学的な背景を明らかにすることを目標に、PTS の試みを紹介するものである。

以下では、まず、PTS の出発点を見る (2 節)。次に、その議論におけるふたつの重要な概念、妥当性と調和とをそれぞれ具体的に紹介する (3、4 節)。最後に、それまでの内容を簡単にまとめることで、PTS の全体像を見る (5 節)。

2. PTS の出発点

PTS の出発点は、簡潔に言えば、証明論における成果と検証主義的な意味理論の試みである⁽¹⁾。本節では、このふたつについて簡潔に説明しておこう。

2.1 証明論における成果

ゲンツェンは、自然演繹の開発者である。自然演繹とは、各々の論理定項に与えられた導入則と除去則を適用することで進められる、ひとつの推論体系である。そして、ゲンツェンは、その導入則と除去則について、次のような示唆を残している。

導入則は、それが関与する記号の言わば「定義」を表す。そして、除去則は (…)、その定義の帰結に過ぎない。(Gentzen, 1969, p.80)

このような示唆について、ゲンツェン自身がこれ以上考察することはなかった。しかし、この示唆は、テイト (W. W. Tait) やローレンツェン (P. Lorenzen)、マーティン-レフ (P. Martin-Löf)、プラウウィッツ (D. Prawitz) らに受け継がれ、具体的な形を与えられてゆく。

とりわけ、Prawitz (1965) は、この示唆に具体的かつ一般的な形を与えることで、直観主義論理に対する自然演繹の正規化可能性を示す、という成果を残した。その具体

的な形とは、“ inversion principle ”と呼ばれる、次のような原理である。

α を、 B を帰結として持つような除去則の適用としよう。この場合、 α の大前提を導くための ($\cdots$) 演繹は、 α の小前提の演繹 (もしあれば) と結び付けられたとき、すでに B の演繹を「含んでいる」。したがって、 B の演繹は、 α を加えることなく、与えられた演繹から直接得ることが出来る。(Prawitz, 1965, p.33)

この原理が成り立つことにより、証明の正規化が可能になる。証明の正規化とは、簡単に言えば、「まわり道」を含む証明を、それを含まない証明へと書き換えることである。証明の正規化は、そこに現れる「まわり道」を消去する手続き、すなわち、「簡約 reduction」を、有限回実行することによってなされる。例えば、次の証明を見てみよう。

$$\frac{\begin{array}{c} [A] \\ \mathcal{D}_1 \\ B \\ \hline A \rightarrow B \end{array} \quad \begin{array}{c} \mathcal{D}_2 \\ A \end{array}}{B} \alpha$$

この証明は、 B を証明するために、“ $\rightarrow$ ”を導入してから除去するという「まわり道」を含む。このような証明について、“ inversion principle ”が述べていることは、 α の大前提、すなわち、 $A \rightarrow B$ を導く証明は、 α の帰結である B をすでに「含んでいる」ということである。このことにより、上の証明は、次のような証明へと書き換えられる。

$$\begin{array}{c} \mathcal{D}_2 \\ A \\ \mathcal{D}_1 \\ B \end{array}$$

このような証明の書き換えの手続きが、証明の簡約である。もとの証明に現れる「まわり道」、すなわち、もとの証明における $A \rightarrow B$ のような、導入則によって導入されたものであると同時に、除去則の大前提になっているような文は、“ maximum formula ”ないし“ local peak ”などと呼ばれる。証明の簡約とは、それを消去する手続きに他ならない。

この“ inversion principle ”、および、それに基づく証明の簡約という手続きは、以下で見るように、妥当性や調和など、PTS のさまざまな議論で持ち出される。

2.2 検証主義的意味理論

PTS の出発点のもうひとつは、検証主義的な意味理論の試みである。PTS の概念的な枠組みを提示した Prawitz (1973, 1974) は、論理定項の意味を構成主義的に捉えること (BHK 解釈) により、その議論を構築している。このことは、ダメットにおいても同じであり、本稿の 3.1 で詳しく見るだろう。こうした PTS の哲学的基盤は、論理定項のみでなく言語一般の「意味」に対する検証主義的な説明、すなわち、検証主義的な意味理論 (meaning theory) にある。ここでは、その基盤について論じている Dummet (1991) の議論を紹介しよう。

ダメットの目標は、古典論理を退けて直観主義論理を擁護することにより、実在論と反実在論の対立を解消することである。そして、この目標のために、ダメットは、論理規則の「正当化 justification」を試みる。直観主義論理の論理規則が正当化される一方で、古典論理のそれは正当化されない、ということを示すためである。

まずもって、ダメットは、ウィトゲンシュタインの“ meaning as use ”という考えのもと、われわれの言語使用の実践、言い換えれば、言語一般の「意味」を説明する理論 (意味理論) から出発する。そして、論理規則の正当化が可能であるためには、意味理論は、合成原理に則ったものでなければならない、とされる。合成的でないような意味理論、すなわち、全体論においては、いかなる論理規則もそれとして認められてしまうからである。こうして、合成的な意味理論における論理規則の正当化が考えられることになる。

PTS とは、合成的でかつ検証主義的な意味理論を反映した意味論である。しかし、それと同時に、PTS は、論理規則の正当化を、真理概念に訴えることなく実行するためのひとつの「土俵」ともなる。真理概念に訴える正当化は、古典論理と直観主義論理の対立に関して、有効なものとは成り得ない。両者では真理概念の捉え方そのものが異なるからである。一方、PTS は、自然演繹という両者に共通の「土俵」における正当化を可能にする。このように、ダメットにとって、PTS とは、それ自体、合成的かつ検証主義的な意味理論に対応する意味論であると同時に、検証主義的観点から構築された論理、すなわち、直観主義論理を擁護するための道具立てでもある⁽²⁾。

3. 論理規則の正当化と妥当性概念

この節では、PTS がいかなる「意味論」なのかを見てゆこう。PTS では、モデル論における真理値に代わって、「妥当性」という概念が意味論的概念として用いられる⁽³⁾。以下では、Dummet (1991) の議論を中心に紹介する。

3.1 根本的前提

ダメットやブラウッツの問題意識は、2.2 で見たように、検証主義的かつ合成的な意味理論の試みにある。それを反映する PTS は、論理定項の意味を検証主義的に解釈すること（BHK 解釈）から出発する。

例えば、論理定項“ $\vee$ ”を考えてみよう。検証主義的に考えるならば、 $A \vee B$ という複合文が証明されるのは、 A に対する証明か B に対する証明のいずれかが存在するときである。そして、このとき、 $A \vee B$ は、“ $\vee$ ”の導入則を用いて証明されうる。

$$\frac{A}{A \vee B} \vee I \quad \frac{B}{A \vee B} \vee I$$

また逆に、 A という文か B という文のいずれかが存在するならば、われわれはいつでも、それに“ $\vee$ ”の導入則を適用することで、複合文 $A \vee B$ を証明できる。このように検証主義的に考えるならば、われわれは、導入則によって、それが関わる論理定項の「意味」を定めることができる、と言えるだろう。というのも、導入則は、その論理定項を含む複合文が証明されるための、言わば「必要十分条件」を与えているからである。

ある論理定項を含む複合文に対する証明があれば、その論理定項の導入則の前提に対する証明が存在する、という前提を、ダメットは、「根本的前提 fundamental assumption」と呼ぶ。そして、この前提は、直観主義論理の論理定項について実際に成り立つ。“ $\vee$ ”の場合で言えば、このことは、直観主義論理のそれが「選言性質 disjunction property」を持つことに他ならない。

ところで、ダメットやブラウッツの問題意識である、検証主義的な意味理論という観点からすれば、自然演繹という形式言語の範囲に限って議論することはできない。そこで、根本的前提はわれわれの言語実践においても成り立つか、という問題が生じる。しかし、Dummet (1991) や Prawitz (2006) で言われるように、われわれの言語実践においては、その前提は保持しがたいものである。このことは、全称量化子の場合を考えれば明らかである。というのも、日常的な場面では、“ $\vee$ ”の導入則にしたがって、言い換えれば、自由変項を含む文を前提にして、われわれが全称命題を主張するとは限らないからである。むしろ、日常では、そのような命題は、帰納的な推論によって主張されることがほとんどである。すると、“ $\vee$ ”の導入則は、それを含む文を証明するためのひとつの方法にしか過ぎないことになる。このように、われわれの自然言語まで考えた場合、根本的前提はもはや保持し得ないものとなる。

3.2 論理規則の正当化

根本的前提の問題はさておき、検証主義的な観点からすれば、(自然演繹の範囲では)導入則は、それが関わる論理定項の「意味」をそのみで定める、と考えられる。この点で、導入則は、検証主義的な意味理論において、「自己正当化的 self-justifying」な規則として認められる。それでは、除去則はいかにして扱われるのだろうか。検証主義的な意味理論において、それは、正当化されるべき規則となる。そして、その正当化は、根本的前提の適用と、証明の簡約とによってなされる。

例えば、“ $\rightarrow$ ”の除去則の場合で、それがいかにして正当化されるのか見てみよう。その除去則が最後に適用された、次のような証明を考える。

$$\frac{\mathcal{D}_1 \quad A \rightarrow B \quad \mathcal{D}_2 \quad A}{B}$$

除去則の大前提になっている $A \rightarrow B$ という複合文に注目しよう。この複合文に対して、根本的前提を適用すると、このとき、 $A \rightarrow B$ の導入則の前提を導くような証明、すなわち、 A を仮定して、 B を導くような証明が存在する、ということになる。すると、この証明は、次のように書き換えられる。

$$\frac{[A] \quad \mathcal{D}' \quad B \quad \mathcal{D}_2 \quad A}{B}$$

この証明には、 $A \rightarrow B$ が“local peak”として現れている。そこで、2.1 で見た簡約の手続きをこの証明に適用すると、次のような証明が得られる。

$$\mathcal{D}_2$$

$$A$$

$$\mathcal{D}'$$

$$B$$

このように、除去則で終わる証明は、根本的前提の適用と証明の簡約という手続きにより、別の証明へと書き換えることができる。それゆえ、除去則は、それを含まない別の証明へと書き換える手続きの存在によって正当化される、と考えることができるのである。

ところで、証明の簡約が可能なのは、それに現れる論理定項に関して、“inversion principle”が成り立つからであった。言い換えれば、この原理が導入則と除去則との

間に成り立たないような論理定項に関しては、証明の簡約は不可能なのである。そして、古典論理の否定“ $\neg$ ”の導入則と除去則については、“inversion principle”は成り立たない。それゆえ、古典論理の“ $\neg$ ”は、ここで見たような仕方では、正当化され得ない。こうして、直観主義論理の論理規則が正当化される一方で、古典論理のそれは正当化され得ない、というダメットやプラウィッツの批判は、具体的な根拠を得る。

3.3 妥当性の定義と完全性

PTSにおける意味論的概念である、妥当性を定義する議論は、Prawitz (1973, 1974, 2006)、Schröder-Heister (1983, 2006)、Dummet (1991) など、数多く存在する。しかし、そこで示される定義は、基本的には、どれも同じアイデアに基づくものである。本稿では引き続き、Dummet (1991) の議論に基づいて、その定義を紹介しよう⁽⁴⁾。

ふつう、妥当性という概念は、「論証 argument」に対して定義される。「論証」とは、ツリー状に配置された、諸々の文のことである⁽⁵⁾。それは、証明 (proof) よりも広い意味をもつ。証明とは、「妥当 valid」な論証だと思えばよい。

PTSの哲学的基盤は、検証主義的な意味理論にある。それゆえ、妥当性の定義は、3.2で見たような、自己正当化的な論理規則と、なんらかの手続きによって正当化される論理規則、という構図を反映したものとなる。言い換えれば、その定義の基本的なアイデアとは、前提から結論までの各ステップが導入則の適用のみによって構成された論証（「カノニカル canonical な論証」）は、それ自体で妥当であり、それ以外の論証は、妥当な論証へと書き換えること、すなわち、正当化されることによって妥当とされる、と考えることである。

まずもって、導入則が満たすべき条件が考えられる。PTSの議論は、直観主義論理や古典論理に限定されたものではなく、それゆえ、導入則と認められるべき規則一般が満たすべき条件が必要となるからである。そして、合成的な意味理論を構築するためには、論理定項を含む複合文の意味は、それを構成する諸々の文から決定されるのでなければならない。したがって、導入則が論理定項の意味を定めるとするならば、それが適用されることで得られる結論は、それが前提とするすべての文よりも高い複雑性をもつ、という条件 (complexity condition) が必要となる⁽⁶⁾。

また、検証主義的な意味理論の構築という問題意識からすれば、われわれが扱うべき論証は、論理規則に基づくものにとどまらない。数学的原理のような、論理規則以外の規則に基づいてなされる推論のステップもまた、論証に現れるかもしれない。ダメットは、このような規則を「境界規則 boundary rule」と呼ぶ。それは、論理定項を含まない文、すなわち、原子文から、原子文を導く規則のことである⁽⁷⁾。

このような境界規則は、それ自体で妥当であると考えることができる。なぜなら、PTS が問題とするのは、論理定項の意味だからである。このことを踏まえて、カノニカルな論証に対する定義は、その各ステップで、導入則または境界規則のいずれかが適用されているような論証、ということになる⁽⁸⁾。

ところで、先のアイデアのままでは、妥当性の定義はうまく行かない。導入則の中には、“ $\rightarrow$ ”の導入則のような、仮定を消去 (discharge) するものが存在するからである⁽⁹⁾。仮定が消去される場合、その仮定は、論証全体にとっての前提ではなくなる。したがって、消去される仮定からなされた推論のステップは、論証全体がカノニカルであるかどうかとは無関係である。ダメットは、次のような例を挙げる。

$$\frac{\frac{A}{\frac{B}{A \wedge B}}}{B \wedge C \rightarrow A \wedge B} \quad \frac{[B \wedge C]}{B}$$

この論証は、 A を前提とし、 $B \wedge C \rightarrow A \wedge B$ を結論とするものであり、前提から結論までの各ステップで導入則のみが適用されている。消去された仮定 $B \wedge C$ は、この結論にとっての前提ではない。したがって、この論証はカノニカルである。ところが、消去された仮定からなされた推論には、“ $\wedge$ ”の除去則が適用されたステップが存在している。

このように、論証がカノニカルであるからと言って、その消去された仮定からなされた各ステップで導入則のみが使われている、という保証はない。それゆえ、論証がカノニカルならば妥当である、と素朴に考えることはできず、カノニカルな論証の妥当性とそれ以外の論証の妥当性が、同時に定義されなければならない、ということになる。

こうして、妥当性の定義は、カノニカルな論証に対する妥当性とそうでない論証に対する妥当性とを同時に定めるために、以下のように、再帰的なものとなる⁽¹⁰⁾。

1. カノニカルな論証について、それが妥当であるのは、その部分論証が妥当であるときであり、かつそのときに限る。
2. 任意の論証について、それが妥当であるのは、その論証を、それと同じ帰結を持つカノニカルな論証へと書き換える実効的な手続きが存在するときであり、かつそのときに限る。

ここで言う「部分論証 subargument」とは、ある論証のうち、その最後のステップで

適用された規則の前提を導く論証のことである。ところで、妥当性の再帰的定義は、このままでは機能しない。再帰的定義のベースケースは、原子文と境界規則が特定されることで与えられる。先に見たように、境界規則は、それ自体で妥当だと考えられるからである⁽¹¹⁾。

妥当性概念は、PTS における意味論的概念である。それゆえ、モデル論における真理値と同じように、妥当性概念に対する、推論体系の完全性を考えることができる。実際、Schröder-Heister (1983) は、(1 階の) 直観主義論理に対する自然演繹が妥当性概念に対して完全性を持つ、ということを証明した。ただし、そこでの妥当性の定義は、これまで紹介したように、論証に対してではなく、個々の論理規則に対してなされている。Schröder-Heister (1983) のアプローチは、直観主義論理に対する自然演繹で証明可能な帰結関係の集まりと、妥当な論理規則のみを用いて証明可能な帰結関係の集まりとが一致することを示す、というものである。

4. 調和という概念

この節では、ダメットによって定式化され、現在の PTS をめぐる議論の中心となっている「調和」という概念を紹介しよう。

4.1 プライアーの“ tonk ”

Prior (1960) は、いかなる論理規則も、それ自体で、論理定項の定義として認められるという考え方には大きな問題が含まれる、ということを指摘した。その問題とは、次のような導入則と除去則を持つ結合子“ tonk ”が存在しうることである。

$$\frac{A}{A \text{ tonk } B} \text{ tonkI} \quad \frac{A \text{ tonk } B}{B} \text{ tonkE}$$

この“ tonk ”の導入則は“ $\vee$ ”のものと、除去則は“ $\wedge$ ”のものと、それぞれ同じ型である。“ tonk ”を導入し、除去すると次のようになる。

$$\frac{\frac{A}{A \text{ tonk } B} \text{ tonkI}}{B} \text{ tonkE}$$

ここで、 A と B は、任意の論理式である。すると、“ tonk ”を認めるとそれだけで、任意の論理式が証明できることになってしまう。こうして、Prior (1960) によれば、任意の論理規則について、その規則が、それが関わる論理定項をそのみで定義するとは考えられない、ということになる。言い換えれば、論理規則が、そのみで、当の論

理定項の意味を定めるためには、なんらかの条件を満たすことが必要である、ということである。

このような Prior (1960) の議論は、論理規則の正当化を試みるダメットにとって重要である。論理規則には正当化が必要である、ということが根拠付けられるからである。ダメットは、論理規則がそのみで論理定項の意味を定めるための条件として、導入則と除去則との「調和」という概念を考えた。したがって、ダメットにおいて、調和とは、論理規則の正当化と深く結びついた概念である。

4.2 調和に対するふたつの定義

ダメットは、“ meaning as use ”という考えのもと、われわれの言語実践に見られるふたつの要素に注目する。ひとつは、「主張が真であることを確立するもの」であり、もうひとつは、「主張を受け入れることで生じる結果」である。ダメットは、われわれの言語一般が問題なく機能するためには、このふたつの要素の間に調和が成立していなければならない、と主張する (Dummet, 1991, p.210)。

この調和という概念の特徴づけとして、ダメットがまず挙げるのが、「保存的拡大 conservative extension」である。保存的拡大とは、Prior (1960) に対する応答として、Belnap (1961) によって提出された概念である。言語 $\mathcal{L}$ に新たな論理定項を加えた言語を $\mathcal{L}'$ とし、 $\mathcal{L}$ および $\mathcal{L}'$ に対する推論体系をそれぞれ S 、 S' としよう。 $\mathcal{L}'$ が $\mathcal{L}$ の保存的拡大であるのは、次のことが成り立つときである。

$$\forall A \in \mathcal{L} (S' \vdash A \Rightarrow S \vdash A)$$

ダメットは、この保存的拡大という概念を、形式言語から、われわれの言語一般へと拡張する。そして、この拡張された意味での保存的拡大によって、「主張が真であることを確立するもの」と「主張を受け入れることで生じる結果」との間の調和が定義される (Dummet, 1991, pp. 218-219)。このような調和は、「全体的調和 total harmony」などと呼ばれる。

さらに、ダメットは、自然演繹という限られた場面においても、調和の特徴づけを試みる。自然演繹の導入則と除去則とは、先に見た、われわれの言語実践に見られるふたつの要素に対応すると考えられるからである。実際、導入則とは「主張が真であることを確立するもの」であるし、除去則とは「主張を受け入れることで生じる結果」を導くものである。

ダメットは、導入則と除去則との間に成り立つべき調和を、証明の簡約という手続きが可能であること、として特徴づける。このことは、両者の間に“ inversion principle ”

が成り立つことだと言い換えられる。このように定義された、導入則と除去則との間に成り立つべき調和は、全体的調和と区別して、「内在的調和 intrinsic harmony」と呼ばれる。

ところで、内在的調和は、その関係にある導入則と除去則とによって定義される論理定項を加えた言語が、もとの言語の保存的拡大となっていることを必ずしも保証しない。この意味でも、調和に対するふたつの概念は、区別されるべきものである。

4.3 ダメットに対する批判

ダメットは、全体的調和と内在的調和というふたつの概念を定式化した。しかし、現在、これらの概念は、論理定項の導入則と除去則とが満たすべき条件としては、不適切だという批判にさらされている。

Prawitz (1994) や Read (2000) は、全体的調和は、論理定項の導入則と除去則とが満たすべき条件としては厳しすぎる、と批判した。論理定項を加えた言語が、もとの言語の保存的拡大でなければならないという条件は、論理定項として認められるべきものまで排除してしまう。例として挙げられるのは、「真理述語 truth-predicate」である。真理述語“ T ”に対する導入則と除去則を考えるならば、それは次のようなものだろう。

$$\frac{A}{TA} TI \quad \frac{TA}{A} TE$$

この導入則と除去則とは、明らかに内在的調和にある。それゆえ、論理定項として認められるべきものに思われる。しかし、この真理述語が加えられた言語では、ゲーデル文が証明可能になる。それゆえ、その言語はもとの言語の保存的拡大ではなく、全体的調和という観点からすれば、真理述語は、論理定項として認められない、ということになる。

Read (2000) は、内在的調和についても批判を行なう。その議論によれば、ダメットによる内在的調和の特徴づけの問題点は、根本的前提と合わせて考えていることである。根本的前提は、直観主義論理の論理定項については問題なく成り立つ。しかし、ダメット自身も指摘するように、様相論理の“ $\Diamond$ ”オペレータでは、根本的前提は成立しない (Dummett, 1991, p.265)。“ $\Diamond$ ”の導入則は、次のようなものだと考えられる。

$$\frac{A}{\Diamond A} \Diamond I$$

この“ $\Diamond$ ”に対して根本的前提を適用すると、 $\Diamond A$ に対する証明が存在するとき、つねに、 A に対するそれも存在する、ということになる。しかし、このことは、“ $\Diamond$ ”でわ

れわれが意図する様相概念に反する。

Read (2000) では、調和とは、単に、導入則と除去則が“ inversion principle ”を満たす関係にあることとして定義される。この定義そのものは、内在的調和のそれと変わらない。しかし、そこでは、根本的前提は、もはや保持されていない。このことは、ダメットやブラウッツの議論と大きく異なる点である。そしてさらに、Read (2000) は、論理定項の導入則と除去則をより一般的な形で扱うこと、そして、自然演繹の推論の各ステップが複数の帰結を持つことを許すこと、このふたつの条件のもとで、先に定義された調和が、否定“ $\neg$ ”を含む、古典論理の論理定項についても成り立つことを示した。

このような Read (2000) の議論に代表されるように、現在の PTS の議論の多くは、調和、つまり、導入則と除去則が満たすべき条件に関するものである⁽¹²⁾。

5. おわりに

本稿の締めくくりとして、これまでの議論を振り返りつつ、PTS の全体像をまとめておこう。

PTS は、ダメットやブラウッツの業績を中心に形成されたものだと言える。そして、両者の問題意識は、共通して、検証主義的かつ合成的な意味理論にある。そのような試みにとって、根本的前提とは、まさに「根本的」なものである。実際、それは、直観主義論理に対する自然演繹というフォーマットの上では、問題なく成立する。しかし、その前提は、自然演繹という形式言語を超えて、われわれの言語一般について成立するものだとは言いがたい。この点で、ダメットやブラウッツの試みは、大きな困難を抱えている。

一方、現在の PTS の議論には、おそらく、検証主義的意味理論という問題意識はない。そのため、ダメットやブラウッツのように、自然言語を含めた、われわれの言語一般を対象に議論する必要はなく、また、根本的前提にこだわることもない。現在の PTS は、もっぱら、自然演繹という形式言語の範囲内で、導入則と除去則とが満たすべき条件、すなわち、「調和」をめぐるなされている。しかし、そのような議論によって、論理定項の「意味」を扱うことはできないだろう。というのも、それらの議論において、意味理論としての哲学的基盤は、もはや失われているからである。

註

* 822.110.ryo@gmail.com

(1) “ Proof-Theoretic Semantics ”というタームが用いられるようになったのは、1980 年代のことである (Schröder-Heister, 2006, p.526)。

- (2) この意味で、直観主義論理を擁護するためのダメットの議論は、もともと直観主義論理に有利な「土俵」で進められている、と言える。ダメット自身も、PTS による正当化によって古典論理を完全に退けることができる、とは考えていない (Dummet, 1991, p.279)。
- (3) この「妥当 valid」という概念は、モデル論における「恒真 valid」と区別される。
- (4) 本稿では、便宜上、命題論理の範囲で妥当性の定義を考察する。実際の定義は、1 階述語論理の範囲でなされる。
- (5) Prawitz (1973, 2006) は、ここで言う「論証」と正当化の手続きとを合わせたものに対して、妥当性を定義する。
- (6) ダメットは、複雑性の条件に加えて、当の規則が論理定項の導入と除去の両方を行なうことではない (single-ended) という条件も考えている。
- (7) プラウッツは、ここで言う「境界規則」と「原子文」、このふたつを合わせて、“atomic base”と呼ぶ。
- (8) 厳密な定義は、Dummet (1991, p.260) を参照されたい。
- (9) 妥当性を 1 階述語論理の範囲で考えるならば、“ $\forall$ ”の導入則のような、開放文を前提とするものも問題となる。
- (10) 厳密な定義は、Dummet (1991, p.261) および Prawitz (2006, p.518) を参照されたい。
- (11) このことから明かなように、妥当性とは、原子文と境界規則に依存した概念である。そのため、このようにして定義された妥当性は、“validity with respect to $\mathcal{B}$ ” (Prawitz, 1973) や “S-validity” (Schröder-Heister, 2006) とも呼ばれる。
- (12) 例えば、Read (2004) は、等号 “=” に適切な導入則と除去則を与えれば、(Read (2000) で与えられたような) 調和が成り立つことを論じている。

文献

- Belnap, N. D. (1961). ‘Tonk, Plonk and Plink,’ *Analysis*, 22, 130-134.
- Dummet, M. (1991). *The Logical Basis of Metaphysics*, Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press.
- Gentzen, G. (1969). ‘Unter Suchungen über das Logische Schliessen,’ in Szabo, M. E. ed. *The Collected Papers of Gerhard Gentzen*, Amsterdam, London: North-Holland Publishing Company, 68-131.
- Prawitz, D. (1965). *Natural Deduction: A Proof-Theoretical Study*, Stockholm: Almqvist & Wiksell.
- (1973). ‘Towards A Foundation of A General Proof Theory,’ in *Logic, Methodology, and Philosophy of Science, IV*: North-Holland Publishing Company, 225-250.
- (1974). ‘On the Idea of a General Proof Theory,’ *Synthese*, 27, 63-67.
- (1994). ‘Review of M. Dummet, *The Logical Basis of Metaphysics*,’ *Mind*, 103, 373-376.
- (2006). ‘Meaning Approached via Proofs,’ *Synthese*, 148, 507-524.
- Prior, A. N. (1960). ‘The Runabout Inference-Ticket,’ *Analysis*, 21, 38-39.
- Read, S. (2000). ‘Harmony and Autonomy in Classical Logic,’ *Journal of Philosophical Logic*, 29, 123-154.
- (2004). ‘Identity and Harmony,’ *Analysis*, 64-2, 113-119.
- Schröder-Heister, P. (1983). ‘The Completeness of Intuitionistic Logic with respect to A Validity Concept Based on An Inversion Principle,’ *Journal of Philosophical Logic*, 12, 359-377.
- (2006). ‘Validity Concepts in Proof-Theoretic Semantics,’ *Synthese*, 148, 525-571.

〔京都大学大学院修士課程・哲学〕