

学位審査報告書

新制

理

1493

氏 名	(ふりがな) リン リン スー ウィン Yin Yin Su Win
学 位 (専攻分野)	博士 (理学)
学 位 記 番 号	理博 第 3355 号
学 位 授 与 の 日 付	平成21年3月23日
学 位 授 与 の 要 件	学位規則第4条第1項該当
研 究 科 ・ 専 攻	理学研究科 数学・数理解析専攻
(学位論文題目) Unconditional uniqueness of the derivative nonlinear Schrödinger equation (微分を含む非線型項をもつ非線型シュ レディンガー方程式の無条件一意性)	
論 文 調 査 委 員	教授 堤 誉志雄 教授 宍倉 光広 教授 泉 正己

理学研究科

(論文内容の要旨)

非線形発展方程式の初期値問題を解くときは、初期値が属する函数空間の値を取る時間変数の連続函数全体の空間だけでなく、方程式ごとに決まる補助函数空間に解が属するという設定で考えることが多い。通常非線形シュレディンガー方程式を解くときはストリッカーズ評価式を用いるため、非線形シュレディンガー方程式に対する補助空間は、ストリッカーズ評価式から定まる時空間可積分函数の空間である。非線形発展方程式においては、どのような函数空間に解が属しているか自身が重要な問題であり、初期値問題が適切となる、即ち解の存在、一意性、初期値に関する解の連続依存性の三つが成立するような函数空間を求めることは意義のあることである。しかし、他方で、補助空間を全く設定せずに、初期値が属する函数空間の値を取る時間変数の連続函数全体の空間において解は一意か、という問題が生じる。これは無条件一意性とよばれ、補助空間に解が属するという仮定のもとでの一意性を条件一意性とよぶ。Su Win 氏は本論文において、微分型非線形性を持つシュレディンガー方程式 (derivative nonlinear Schrödinger equation) の初期値問題に対し、エネルギー空間における無条件一意性を証明した。微分型非線形シュレディンガー方程式は、プラズマ物理において Alfvén 波を記述する数理物理モデルに現れる非線形発展方程式であり、その研究は数学的にも数理物理学的にも重要である。また、エネルギー空間は、エネルギーが意味を持つような最も広い函数空間であり、この空間では微分型非線形シュレディンガー方程式はハミルトン系と見ることができるため、可解性だけでなく解の時間無限大での漸近挙動を研究する際にも自然な空間である。

先行論文においては、エネルギー空間における条件一意性が Hayashi によって示され、さらにフーリエ制限法を用いてエネルギー空間より広い函数空間における初期値問題の適切性が Takaoka によって証明されている。しかし、これらの先行結果からは、エネルギー空間における無条件一意性は出てこない。Su Win 氏は Hayashi によって用いられたゲージ変換とフーリエ制限法を適用することにより、微分型非線形シュレディンガー方程式の初期値問題に対し、無条件一意性を証明することに成功した。証明の要点は、Takaoka によって得られた、非線形項の評価式に対応する 3 次線形評価式 (trilinear estimate) をより精密化し改良したことである。Su Win 氏による新しい 3 次線形評価式は、最近同氏により周期境界条件の下での微分型非線形シュレディンガー方程式の初期境界値問題に対する、解の時間大域存在証明にも応用された。

(論文審査の結果の要旨)

通常非線形シュレディンガー方程式を解くときはストリッカーズ評価式を用いるため、非線形シュレディンガー方程式の解がストリッカーズ評価式から定まる時空間可積分関数の空間に属すると言う設定のもとで考察することが多い。このように、初期値が属する関数空間の値を取る時間変数の連続関数全体の空間に加えて、解が属することを仮定する空間を補助空間とよぶ。非線形発展方程式においては、どのような関数空間に解が属しているか自身が重要な問題であるため、補助空間を決定することは意義のあることである。しかし、他方で、補助空間を全く設定せずに、初期値が属する関数空間の値を取る時間変数の連続関数全体の空間において解は一意的か、と言う問題が生じる。これは無条件一意性とよばれ、補助空間に解が属するという仮定のもとでの一意性を条件一意性とよぶ。無条件一意性は、解の構成法あるいは解の存在証明の方法によらない、解の一意的であると言う点で重要である。

先行結果においては、エネルギー空間での条件一意性は示されていたが、無条件一意性は未解決問題であった。たとえば、微分方程式を差分化しエネルギー不等式から従う先験的評価を用いて極限を取ることによって作った解は数値シミュレーションで得られる解であり重要であるが、ストリッカーズ評価式を満たすかどうか直接には分からない。そのため、数値シミュレーションによって得られる解と、数学的な存在証明によって得られた解とが一致するかどうかは知られていなかった。エネルギー空間における解の無条件一意性は、この問題を肯定的に解決すると言う点で、単に数学的な興味だけではなく応用上もその意義は高い。Takaokaによって、エネルギー空間より弱い(言い換えると、広い)関数空間で条件一意性を証明したが、彼の定理および証明から無条件一意性は出てこなかった。Su Win氏はHayashiによって用いられたゲージ変換とBourgainによるフーリエ制限法を適用することにより、微分型非線形シュレディンガー方程式の初期値問題に対し、無条件一意性を証明することに成功した。証明の要点は、Takaokaによって得られた、非線形項の評価式に対応する3次線形評価式(trilinear estimate)をより精密化し改良したことである。Su Win氏による新しい3次線形評価式は、今後別の問題への応用も期待される。実際、最近同氏により周期境界条件の下での微分型非線形シュレディンガー方程式の初期境界値問題に対する、解の時間大域存在証明にも応用された。

よって、本論文は博士(理学)の学位論文として価値あるものと認める。また、論文内容とそれに関連した事項について試問を行った結果、合格と認めた。